2020학년도 부산대학교 수시모집 논술전형
논 술 고 사(자연계) 문 제 지

지 원 학 과(부)		수 험 번 호		성 명	

【유의사항】
1. 시험시간은 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답안을 작성하시오.
5. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
6. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
7. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

【문항 1】다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 $r\,(0 \le r \le n)$개를 택하는 것을 n개에서 r개를 택하는 조합이라고 하며, 이 조합의 수는

$$ {}_n\mathrm{C}_r = \frac{n!}{r! \times (n-r)!} \quad (\text{단, } 0! = 1) $$

이다.

(나) 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 중복조합의 수는 ${}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$이다.

(다) 함수 $f : X \to Y$ 에서 정의역 X의 임의의 원소 $x_1,\ x_2$에 대하여 $x_1 \ne x_2$이면 $f(x_1) \ne f(x_2)$일 때, 함수 f를 X에서 Y로의 일대일함수라고 한다.

※ 답은 ${}_n\mathrm{C}_r$, ${}_n\mathrm{H}_r$, $n!$ 등의 기호를 사용하지 않고 간단한 식으로 나타내시오.

$\left(\text{예 : } \dfrac{{}_n\mathrm{C}_1}{{}_n\mathrm{H}_2 + 2!} \text{은 } \dfrac{2n}{n^2+n+4} \text{으로 적는다.} \right)$

두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B = \{x \mid x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$에 대하여 함수 f는 정의역을 A, 공역을 B로 갖는다. n이 자연수일 때, 다음 물음에 답하시오.

[1-1] 집합 A의 임의의 원소 a에 대하여 $f(a) - a \ge n$을 만족하는 일대일함수 f의 개수를 $g(n)$이라 할 때, $g(n)$을 n에 관한 식으로 나타내시오. (단, $n \le 7$) (10점)

[1-2] $f(x+1) - f(x) \ge n-1\ \ (x = 1,\ 2)$을 만족하는 함수 f의 개수를 $h(n)$이라 하자. $h(1)$의 값을 구하고, $2 \le n \le 5$일 때 $h(n)$을 n에 관한 다항식으로 나타내시오. (20점)

(뒷면에 계속)

【문항 2】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 함수 $y=f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 기울기와 같다.

(나) x의 함수 y가 음함수 $f(x, y)=0$의 꼴로 주어져 있을 때에는 y를 x의 함수로 보고 각 항을 x에 대하여 미분한 후에 $\dfrac{dy}{dx}$를 구한다.

좌표평면에서 곡선 $C: x^2+y^2=4$ $(x \geq 0,\ y \geq 0)$와 두 점 $\mathrm{A}(4, 0)$, $\mathrm{B}(0, 4)$가 있다. 곡선 C 위의 점 T에 대하여 $\angle \mathrm{TOA}=\theta$라 하자. (단, O는 원점이다.)

$0 \leq \theta < a$인 모든 실수 θ에 대하여 $\overline{\mathrm{PT}}=\overline{\mathrm{PA}}$를 만족하는 **반직선** OT 위의 점 P가 존재하고,

$b < \theta \leq \dfrac{\pi}{2}$인 모든 실수 θ에 대하여 $\overline{\mathrm{QT}}=\overline{\mathrm{QB}}$를 만족하는 **반직선** OT 위의 점 Q가 존재한다.

두 점 P와 Q가 나타내는 곡선을 각각 C_1, C_2라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

[2-1] a의 최댓값과 b의 최솟값을 구하시오. (15점)

[2-2] 두 곡선 C_1, C_2가 만나는 점을 R라 하자. 점 R에서 곡선 C_1의 접선과 곡선 C_2의 접선이 이루는 예각의 크기를 α라 할 때, $\tan\alpha$의 값을 구하시오. (20점)

(다음 장에 계속)

【문항 3】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$는 미분가능하고, 그 도함수는

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx} \text{ 또는 } \{f(g(x))\}'=f'(g(x))g'(x)$$

(나) 닫힌 구간 $[a, b]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 극값을 가질 때

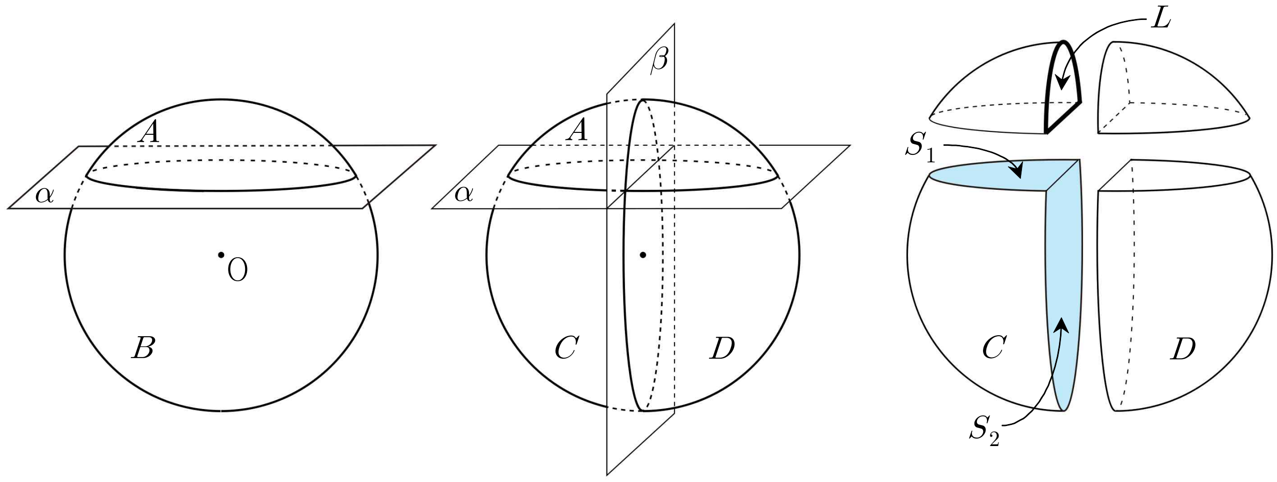
1) 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최댓값은 극댓값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값이다.

2) 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값은 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 작은 값이다.

중심이 O이고, 반지름의 길이가 1인 구에 대하여 다음 단계를 순서대로 시행한다.

[단계 1] 구를 평면 α로 자른다.
이때, 생기는 두 도형을 각각 A, B라 하자. (단, B의 부피는 A의 부피보다 크거나 같다.)

[단계 2] 도형 A와 B를 평면 α에 수직이고 구의 중심 O를 지나는 평면 β로 자른다.
이때, 도형 B에서 생기는 두 도형을 각각 C, D라 하자. 도형 C와 평면 α가 만나서 생기는 단면을 S_1, 도형 C와 평면 β가 만나서 생기는 단면을 S_2, 도형 A와 평면 β가 만나서 생기는 단면을 L이라 하자.



[3-1] [단계 1]에서 구와 평면 α가 만나서 생기는 단면을 밑면으로 하고 중심 O를 꼭짓점으로 하는 원뿔의 부피 중 최댓값을 구하시오. (10점)

[3-2] [단계 1]과 [단계 2]를 시행하여 생기는 두 단면 S_1, S_2의 넓이의 합의 최댓값을 S라 하고, 두 단면 S_1, S_2의 넓이의 합이 최대일 때 단면 L의 둘레의 길이를 M이라 하자.
$S+\frac{M}{2}$의 값을 구하시오. (25점)

* 주의사항: 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.