

2025학년도 경북대학교 논술(AAT) 모의고사
자연계열 I 문제지
 (의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

시 험 시 간	100 분		
지원학과(부)	학과(부, 전공)		감독위원 확인
수 험 번 호			Ⓜ
성 명			

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

- ※ 자연계열 I 문제지와 자연계열 I 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)
- 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
 - 문제지는 표지를 포함하여 5쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 3쪽으로 구성되어 있음
 - 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
 - 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
 - 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
 - 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
 - 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 계승 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$, $0! = 1$

(1) 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열의 수는

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

(2) 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는

$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

(나) $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$ (단, C 는 적분상수)

(다) 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 각각 수렴하고

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \beta$$

일 때, 수열 $\{c_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \leq c_n \leq b_n$ 이고 $\alpha = \beta$ 이면 수열 $\{c_n\}$ 은 수렴하고

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \alpha$$

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

자연수 n 에 대하여 집합 $X = \{x \mid 1 \leq x \leq 2n, x \text{는 자연수}\}$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 일대일 대응 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 a_n 이라 하자.

모든 $x \in X$ 에 대하여, $f(x) \neq x$ 이고 $f \circ f(x) = x$ 이다.

다음 물음에 답하시오.

【1-1】 a_2, a_3, a_4 의 값을 각각 구하시오. (30점)

【1-2】 모든 자연수 n 에 대하여, 다음의 부등식이 성립함을 보이시오. (30점)

$$\int_1^n \ln x dx \leq \ln(n!)$$

【1-3】 두 수열 $\{b_n\}$ 과 $\{c_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \frac{(2n)!}{2^n a_n} \text{ 이고 } \sqrt{\frac{n!}{3^n}} \leq c_n \leq \sqrt{n! 3^n}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln c_n}{\ln b_n}$ 의 값을 구하시오. (60점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 미분가능할 때,

$$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

(나) 두 함수 $f(x), g(x)$ ($g(x) \neq 0$)가 미분가능할 때,

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ 이면 } y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

(다) 함수 $f(x)$ 가 어떤 열린구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x 에 대하여

- (1) $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 증가한다.
- (2) $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다.

(라) 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a) = 0$ 이고 $x = a$ 의 좌우에서

- (1) $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극대이다.
- (2) $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소이다.

(마) 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$ 이면 $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k 에 대하여

$$f(c) = k$$

인 c 가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 와 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. (단, $e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 이고 근삿값은 2.71828... 이다.)

$$(I) \quad g(x) = f(x) - xf'(x)$$

$$(II) \quad h(x) = cf(x) - x \text{ 이고 } h'(0) = \frac{c-2}{2} \text{ 이다.}$$

(단, c 는 상수이고 $0 < c < 2$)

다음 물음에 답하시오.

【2-1】 함수 $f'(x)$ 는 열린구간 $(0, \infty)$ 에서 증가함을 보이시오. (30점)

【2-2】 함수 $h(x)$ 는 열린구간 $(-\infty, k)$ 에서 감소하고 열린구간 (k, ∞) 에서 증가하는 양의 실수 k 가 존재함을 보이시오. (30점)

【2-3】 $g(\alpha) = 0$ 인 실수 α 가 오직 한 개 존재하며 $1 < \alpha < 2$ 임을 보이시오. (30점)

【2-4】 $g(\alpha) = 0$ 인 실수 α 에 대하여 $\beta = \frac{1}{f'(\alpha)}$ 이라고 하자. $0 < b < \beta$ 인 실수 b 에 대하여 $bf(x) = x$ 는 서로 다른 두 개의 실근 x_1 과 x_2 ($x_1 < x_2$)를 가짐을 보이고 $f'(x_1) < \frac{1}{b}$ 이고 $f'(x_2) > \frac{1}{b}$ 임을 보이시오. (40점)

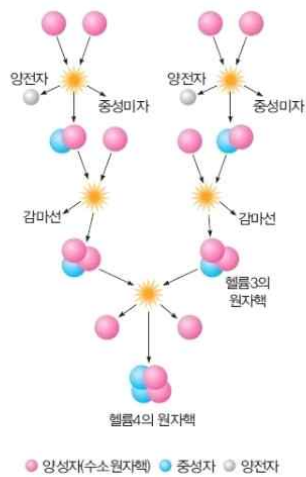
교과목 통합(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

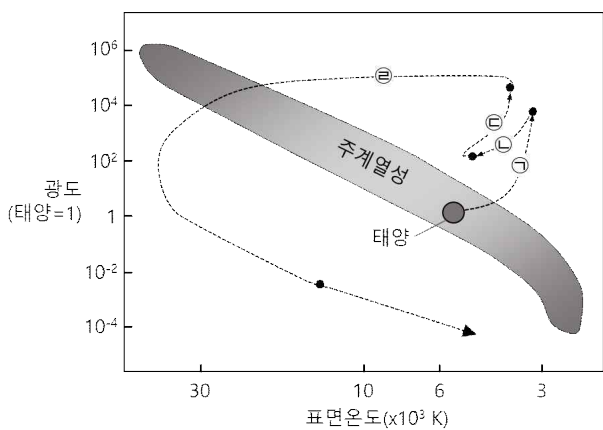
(가) 태양은 약 46억년 전 회전하는 성운에 의해 생성되었다고 추정된다. 성운을 이루는 수소는 온도가 매우 낮을 때 주로 분자 상태로 존재하는데, 이러한 성운에서는 기체 운동이 활발하지 않기 때문에 서로 잡아당기는 중력에 의해 수축할 수 있다. 수축이 진행되면 밀도가 커지면서 기체 구상체가 형성되고, 구상체에서 중력 수축이 진행되어 밀도와 온도가 점차 높아져 원시별이 생성된다. 태양의 내부 온도와 압력이 충분히 상승하면 수소 핵융합 반응이 시작되어 에너지를 안정적으로 발생시키며, 이 시기가 태양의 현재 단계인 주계열 단계이다. 주계열 단계에서 태양은 중심핵에서 수소핵융합 반응이 일어나 열이 공급되고 기체 압력 구배에 의해 팽창하려는 힘이 작용한다. 하지만 중심핵에서의 중력 수축이 동시에 진행되며 서로 힘의 평형을 이루게 되므로 주계열성은 일정한 크기를 유지할 수 있다.

주계열 단계에서의 핵융합은 가벼운 수소 원자핵이 융합하여 무거운 헬륨 원자핵이 만들어지는 과정을 일컫는다 [그림 1]. 수소 원자핵 4개가 융합하여 헬륨 원자핵 1개가 되고 이 과정에서 발생한 에너지는 빛 에너지 혹은 양성자, 중성자, 전자 등의 입자의 운동에너지의 형태로 방출된다.

(단, 양성자/중성자의 질량은 1.7×10^{-27} kg, 헬륨4의 원자핵의 질량은 6.749×10^{-27} kg, 광속 c 는 3.0×10^8 m/s로 가정함)



[그림1]



[그림2]

(나) 석회동굴은 석회암의 주성분인 탄산 칼슘(CaCO_3)이 지하수에 포함된 이산화 탄소, 즉 탄산 용액에 녹아 형성된다. 암석의 균열과 지층의 층리에 따라 다양한 형태로 생성된 석회동굴에서 탄산 칼슘의 역반응을 통해 동굴내부에 다양한 지형지물을 만들어 낸다. 반복적인 과정을 통해 석회암이 계속해서 탄산수소 칼슘으로 변하고 탄산수소 칼슘은 주변 물에 용해되므로 석회석이 제거되어 동굴이 생성되게 된다. 마지막으로 지표의 침식과 용해가 계속되면 동굴 천장이나 벽에 구멍이 생겨 동굴이 외부로 드러나게 되는 것이다.

(다) 해양의 산성도는 산업혁명 이후 약 30% 증가하였으며 지금과 같은 추세로 대기 이산화 탄소 농도가 지속해서 증가한다면 21세기 말에는 pH가 0.2-0.4 정도 낮아질 것으로 추정된다. 지질학적 기록에 따르면 해양 산성화는 이미 과거에 수 차례 발생하였으며, 약 5천5백만 년 전에 발생했던 산성화는 탄산 칼슘을 골격으로 하는 해양 생물종들의 대량 멸종과 연관되어 있다. 이 산성화는 수 백만 년에 걸쳐 서서히 진행되었음에도, 산호초가 이로부터 회복하는데에는 백만 년 이상이 걸렸다.

한편 산업혁명 이후 약 250년 동안 pH 8.2에서 8.1로 약 0.1 정도 낮아져 과거의 산성화보다 약 100배 이상 빠르게 진행되고 있다. 현재와 같은 속도로 산성화가 진행된다면 몇 세기 안에 열대 해역에서는 산호가 사라지고 대부분의 극지 해역에서도 탄산 칼슘 골격을 가진 해양생물의 골격이 녹기 시작할 것이다. 이러한 변화는 궁극적으로 먹이사슬과 생물다양성, 수산자원에도 심각한 영향을 미치게 될 것이다.

(라) 생물이 지닌 고유한 특징을 형질이라고 하며, 그중 부모에게서 자손으로 전달되는 것을 유전 형질이라고 한다. 특정 형질을 결정하는 대립유전자는 상동 염색체의 같은 위치에 있다. 상동 염색체에 있는 대립유전자 구성을 기호로 나타낸 것을 유전자형이라고 하고, 그에 따라 겉으로 나타난 형질을 표현형이라고 한다.

부모의 유전자는 생식세포를 통해 자손에게 전달된다. 생식세포 분열 과정에서 상동 염색체가 분리될 때, 상동 염색체에 있는 대립유전자 쌍도 서로 분리되어 다른 생식세포로 들어간다. 정자와 난자가 수정하면 대립유전자는 다시 쌍을 이루고, 그에 따라 자손의 표현형이 나타난다.

우열 관계가 뚜렷한 한 쌍의 대립유전자에 의해 유전 형질의 발현이 결정되는 유전을 단일 인자 유전이라 하며, 대립유전자가 잡종으로 존재할 때 형질이 드러나는 유전 형질을 우성이라 한다. 다인자 유전은 단일 인자 유전과 다르게 한 가지 형질에 대해 여러 쌍의 대립유전자가 영향을 미치는 유전이다. 이를 통해 사람의 피부색이나 몸무게, 키, 지능 등과 같은 형질은 집단 내에서 조금씩 차이를 보이며 다양하게 나타난다.

교과목 통합(문제 3)

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

【3-1】 제시문 (가)의 내용을 참고하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 위 [그림1]과 같이, 수소 원자핵 4개가 헬륨4 원자핵 1개로 만들어지는 융합과정에서 발생한 손실질량 전부가 멈춰있던 중성자 5.4×10^5 개를 같은 운동에너지를 지니도록 전환되었다면 이 때 중성자의 속도가 얼마인지 논하시오. (단, 중력은 무시한다.) (25점)

(2) 위 [그림 2]에서, 주계열 단계와 비교할 때 ①단계에서 중심핵의 부피, 태양 전체의 부피가 각각 어떻게 변할지 추정하고 그 이유를 설명하시오. (25점)

【3-2】 제시문(나), (다)는 자연계에서 관찰할 수 있는 이산화 탄소의 용해 및 탄산 용액과 탄산 칼슘의 상호작용을 설명하고 있다. 이를 바탕으로 다음 (1),(2)번 문제를 답하시오.

(1) 국지적으로는 산성화된 호수에 염기성인 수산화 칼슘($\text{Ca}(\text{OH})_2$)를 뿌려 중화시키는 방법이 이용되기도 한다. 질소 산화물과 황산화물이 물과 반응하여 생성된 질산(HNO_3)과 황산(H_2SO_4)으로 산성화된 호수에 수산화칼슘을 뿌렸을 때 일어나는 화학 반응식을 작성하시오. 수산화칼슘과 질산, 수산화칼슘과 황산을 반응에 대하여 각각 작성하시오. (10점)

(2) 수산화 칼슘 740 g을 이용하여 중화할 수 있는 질산(HNO_3)과 황산(H_2SO_4)의 양(g)을 각각 계산하시오. 그리고, 그 값으로 중화할 수 있는 이산화탄소의 양(g)을 계산하시오. 이때, 이산화탄소는 물에 전부 용해되어 탄산 이온이 생성된다. 반응식 혹은 반응 계수를 제시하여 답하시오. (단 원소들의 원자량은 표와 같다.)

원소	H	C	N	O	S	Ca
원자량	1	12	14	16	32	40

(20점)

(3) 제시문 (라)의 내용을 참고하여 다음 물음에 답하시오. 다음은 다인자 유전인 사람의 눈색 유전을 단순화한 자료이다.

눈색은 서로 다른 상염색체에 있는 두 쌍의 대립유전자 A와 a, B와 b에 의해 결정된다고 가정하자. 눈색의 표현형은 유전자형에서 대문자로 표시되는 대립유전자의 수에 의해서만 결정되며, 대문자로 표시되는 대립유전자가 많을수록 더 짙은 색을 나타낸다. 예를 들어, 유전자형이 AaBb인 사람과 AAbb인 사람의 눈색은 같고, AaBb인 사람보다 AABb인 사람의 눈색이 더 짙다.

유전자형이 AaBb인 아버지와 AaBB인 어머니 사이에서 아이가 태어날 때, 이 아이에게서 나타날 수 있는 눈색 표현형의 수와 그 확률을 모두 구하시오. (20점)