부록 4 문항카드(자연계열 - I)

[문항카드 자연계열Ⅰ / 1번]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술(AAT)전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열Ⅰ / 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅰ, 미적분
	핵심개념 및 용어	내분점, 수학적귀납법, 등비급수, 일반각
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 30분	

2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 선분 AB 위의 점 P에 대하여

$$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{PB}}=m:n\ (m>0,\ n>0)$$

일 때, 점 P는 선분 AB를 $m:n$으로 내분한다고 하고, 점 P를 선분 AB의 내분점이라고 한다.

(나) 세 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 세 중선은 한 점에서 만나고 이 점을 무게중심이라고 한다. 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

이다.

(다) 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(ⅰ) $n=1$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면
$n=k+1$일 때에도 명제 $p(n)$이 성립한다.

(라) 삼각형 ABC에서

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$
$$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

이다.

[문항]

좌표평면 위에 한 변의 길이가 1이고 무게중심이 원점인 정삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$이 있다. 꼭짓점 $\mathrm{A_1}$은 y축 위의 점이고 y좌표는 양수이다. 꼭짓점 $\mathrm{B_1}$은 제3사분면 위의 점이고, 꼭짓점 $\mathrm{C_1}$은 제4사분면 위의 점이다. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n, B_n, C_n이 아래의 조건을 만족시킨다. (단, m은 고정된 자연수이다.)

> 자연수 n에 대하여
> (ㄱ) 점 A_{n+1}은 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$을 $1:m$으로 내분하는 점이다.
> (ㄴ) 점 B_{n+1}은 선분 $\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$을 $1:m$으로 내분하는 점이다.
> (ㄷ) 점 C_{n+1}은 선분 $\mathrm{C}_n\mathrm{A}_n$을 $1:m$으로 내분하는 점이다.

【1-1】 삼각형 $\mathrm{A_{2024}B_{2024}C_{2024}}$의 무게중심의 좌표를 구하시오. (30점)

【1-2】 모든 자연수 n에 대하여 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$은 정삼각형임을 수학적 귀납법으로 증명하시오. (30점)

【1-3】 $m=2$일 때 아래 물음에 답하시오.

(1) 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 넓이를 s_n이라 하자. 급수 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} s_n$의 수렴과 발산을 조사하고, 수렴하면 그 합을 구하시오. (40점)

(2) 집합 $M=\{\mathrm{A}_n \mid 1 \le n \le 2024,\ n\text{은 자연수}\}$일 때, M의 원소 중 x축 위에 있는 점의 개수는 k이고, 점 A_{2024}는 제ℓ사분면 위에 있다. 두 자연수 k와 ℓ의 값을 각각 구하시오. (40점)

3. 출제 의도

1. 좌표평면 위의 선분의 내분점을 이해하고 삼각형의 무게중심을 구할 수 있는지 평가한다.
2. 수학적 귀납법을 올바르게 사용할 수 있는지 평가한다.
3. (1) 등비수열의 급수의 합을 올바르게 계산할 수 있는지 평가한다.
   (2) 죄표평면 위의 점의 위치를 올바르게 이해하고 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문(가)	교육과정	[수학] - (2) 기하 - (가) 평면좌표
	성취기준·성취수준	[10수학02-02] 선분의 내분과 외분을 이해하고, 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다.
제시문(나)	교육과정	[수학] - (2) 기하 - (가) 평면좌표
	성취기준·성취수준	[10수학02-02] 선분의 내분과 외분을 이해하고, 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다.
제시문(다)	교육과정	[수학 I] - (3) 수열 - (다) 수학적 귀납법

문항 및 제시문		관련 성취기준
	성취기준·성취수준	[12수학Ⅰ03-08] 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명할 수 있다.
제시문(라)	교육과정	[수학Ⅰ] - (2) 삼각함수 - (가) 삼각함수
	성취기준·성취수준	[12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문항1	교육과정	[수학] - (2) 기하 - (가) 평면좌표
	성취기준·성취수준	[10수학02-02] 선분의 내분과 외분을 이해하고, 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다.
문항2	교육과정	[수학Ⅰ] - (3) 수열 - (다) 수학적 귀납법
	성취기준·성취수준	[12수학Ⅰ03-08] 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명할 수 있다.
문항3 (1)	교육과정	[수학Ⅰ] - (2) 삼각함수 - (가) 삼각함수 [미적분] - (1) 수열의 극한 - (나) 급수
	성취기준·성취수준	[12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적분01-04] 급수의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다. [12미적분01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다.
문항3 (2)	교육과정	[수학Ⅰ] - (2) 삼각함수 - (가) 삼각함수
	성취기준·성취수준	[12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	홍석복 외 10인	㈜지학사	2020년	p119-120
	수학Ⅰ	홍석복 외 10인	㈜지학사	2020년	p69-71, p99, p154
	미적분	홍석복 외 10인	㈜지학사	2020년	p29-31, p35

5. 문항 해설

【1-1】 주어진 점과 내분점을 좌표로 표현하고 무게중심의 좌표를 구하도록 함.
【1-2】 코사인 법칙 혹은 도형의 합동과 닮음, 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명하도록 함.
【1-3】
(1) 코사인 법칙, 혹은 도형의 합동과 닮음을 이용하여 등비수열의 합을 구하도록 함.
(2) 일반각을 이해하고 주어진 조건에 맞는 점을 찾아내도록 함.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점

[1-1]	삼각형의 무게중심의 좌표를 올바르게 나타낸 경우	5
	$\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$과 $\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{C}_{n+1}$의 무게중심이 일치함을 보인 경우 (“각 변을 같은 비율로 내분하므로 무게중심이 같다”는 논리는 인정하지 않음)	20
	$\mathrm{A}_{2024}\mathrm{B}_{2024}\mathrm{C}_{2024}$의 무게중심이 원점 $(0,0)$임을 보인 경우	5
[1-2]	수학적귀납법을 올바르게 제시한 경우	10
	수학적귀납법의 초기 조건을 확인한 경우	5
	기하적 증명(SAS합동 등)이나 제2코사인 법칙을 이용하여 귀납법을 증명한 경우 (“각 변을 같은 비율로 내분하므로 정삼각형이다”는 논리는 인정하지 않음)	15
[1-3] (1)	초항 s_1을 올바르게 계산한 경우	5
	s_n이 등비수열임을 올바르게 보인 경우	20
	공비를 올바르게 계산하고 수렴성을 확인한 경우	10
	수의 합을 올바르게 계산한 경우	10
[1-3] (2)	각 $\mathrm{A}_n\mathrm{O}\mathrm{A}_{n+1}$이 $\dfrac{\pi}{6}$임을 보인경우	15
	A_n이 x축 위에 있을 조건을 올바르게 찾거나 $\mathrm{A}_4,\mathrm{A}_{10},\mathrm{A}_{16},\ldots$과 같이 나열한 경우	15
	답이 맞은 경우	10

7. 예시 답안

【1-1】

삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 꼭지점의 좌표를 $\mathrm{A}_n(p_n,u_n)$, $\mathrm{B}_n(q_n,v_n)$, $\mathrm{C}_n(r_n,w_n)$라 하면 조건에 의해

$$p_{n+1}=\frac{mp_n+q_n}{m+1},\ q_{n+1}=\frac{mq_n+r_n}{m+1},\ r_{n+1}=\frac{mr_n+p_n}{m+1},\ u_{n+1}=\frac{mu_n+v_n}{m+1},\ v_{n+1}=\frac{mv_n+w_n}{m+1},\ w_{n+1}=\frac{mw_n+u_n}{m+1}$$

이다. 각 자연수 n에 대해 $\dfrac{p_{n+1}+q_{n+1}+r_{n+1}}{3}=\dfrac{p_n+q_n+r_n}{3}$, $\dfrac{u_{n+1}+v_{n+1}+w_{n+1}}{3}=\dfrac{u_n+v_n+w_n}{3}$이므로 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$과 $\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{C}_{n+1}$의 무게중심이 일치한다. 삼각형 $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1$의 무게중심은 원점이므로 삼각형 $\mathrm{A}_{2024}\mathrm{B}_{2024}\mathrm{C}_{2024}$의 무게중심의 좌표도 $(0,0)$이다.

【1-2】

명제 “$p(n)$:삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$은 정삼각형이다.”을 증명하자.

$n=1$일 때, $p(1)$은 주어진 조건에 의해 자명하다.

$n=k$일 때, $p(n)$이 성립한다고 가정하자. 즉, 삼각형 $A_nB_nC_n$은 정삼각형이다. 정삼각형 $A_nB_nC_n$의 변의 길이를 L_n이라 하면, 조건에 의해

$$\overline{A_nA_{n+1}}=\overline{B_nB_{n+1}}=\overline{C_nC_{n+1}}=\frac{L_n}{m+1},\ \overline{A_nC_{n+1}}=\overline{B_nA_{n+1}}=\overline{C_nB_{n+1}}=\frac{mL_n}{m+1},$$

$$\angle C_{n+1}A_nA_{n+1}=\angle A_{n+1}B_nB_{n+1}=\angle B_{n+1}C_nC_{n+1}=\frac{\pi}{3}.$$

따라서 삼각형 $C_{n+1}A_nA_{n+1}$, $A_{n+1}B_nB_{n+1}$, $B_{n+1}C_nC_{n+1}$는 모두 SAS합동이다. 따라서

$$\overline{A_{n+1}B_{n+1}}=\overline{B_{n+1}C_{n+1}}=\overline{C_{n+1}A_{n+1}}$$

이고 삼각형 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$은 정삼각형이다. 따라서 $n=k+1$일 때, $p(n)$이 성립한다.

[별해]

명제 “$p(n)$:삼각형 $A_nB_nC_n$은 정삼각형이다.”을 증명하자.

$n=1$일 때, $p(1)$은 주어진 조건에 의해 자명하다.

$n=k$일 때, $p(n)$이 성립한다고 가정하자. 즉, 삼각형 $A_nB_nC_n$은 정삼각형이다. 정삼각형 $A_nB_nC_n$의 변의 길이를 L_n이라 하면, 조건에 의해

$$\overline{A_nA_{n+1}}=\overline{B_nB_{n+1}}=\overline{C_nC_{n+1}}=\frac{L_n}{m+1},\ \overline{A_nC_{n+1}}=\overline{B_nA_{n+1}}=\overline{C_nB_{n+1}}=\frac{mL_n}{m+1},$$

삼각형 $C_{n+1}A_nA_{n+1}$, $A_{n+1}B_nB_{n+1}$, $B_{n+1}C_nC_{n+1}$에 제2코사인법칙을 사용하면,

$$\overline{C_{n+1}A_{n+1}}^2=\overline{A_nA_{n+1}}^2+\overline{A_nC_{n+1}}^2-2\overline{A_nA_{n+1}}\,\overline{A_nC_{n+1}}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1-m+m^2}{(1+m)^2}L_n^2$$

$$\overline{A_{n+1}B_{n+1}}^2=\overline{B_nB_{n+1}}^2+\overline{B_nA_{n+1}}^2-2\overline{B_nB_{n+1}}\,\overline{B_nA_{n+1}}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1-m+m^2}{(1+m)^2}L_n^2$$

$$\overline{B_{n+1}C_{n+1}}^2=\overline{C_nC_{n+1}}^2+\overline{C_nB_{n+1}}^2-2\overline{C_nC_{n+1}}\,\overline{C_nB_{n+1}}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1-m+m^2}{(1+m)^2}L_n^2$$

따라서 $\overline{A_{n+1}B_{n+1}}=\overline{B_{n+1}C_{n+1}}=\overline{C_{n+1}A_{n+1}}=\dfrac{\sqrt{1-m+m^2}}{1+m}L_n$이고 삼각형 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$은 정삼각형이므로 $n=k+1$일 때, $p(n)$이 성립한다.

【1-3】

(1) 정삼각형 $A_nB_nC_n$의 변의 길이를 L_n이라 하면, 넓이 $s_n=\dfrac{\sqrt{3}L_n^2}{4}$이다. 정삼각형 $A_1B_1C_1$은 변의 길이가 1이므로, $s_1=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$이다. 한편 $m=2$이므로 $\overline{A_nA_{n+1}}=\dfrac{L_n}{3}$, $\overline{A_nC_{n+1}}=\dfrac{2L_n}{3}$이다. 삼각형 $C_{n+1}A_nA_{n+1}$에 코사인 제2법칙을 사용하면

$$L_{n+1}^2=\overline{A_{n+1}C_{n+1}}^2=\overline{A_nA_{n+1}}^2+\overline{A_nC_{n+1}}^2-2\overline{A_nA_{n+1}}\,\overline{A_nC_{n+1}}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{L_n^2}{9}+\frac{4L_n^2}{9}-\frac{2L_n^2}{9}=\frac{L_n^2}{3}$$

이다. 따라서 $s_{n+1}=\dfrac{\sqrt{3}L_{n+1}^2}{4}=\dfrac{\sqrt{3}L_n^2}{12}=\dfrac{s_n}{3}$이므로 수열 s_n은 초항이 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$이고 공비가 $\dfrac{1}{3}$인 등비수열이다. 공비가 1보다 작으므로 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}s_n$은 수렴하고 급수의 합은 $\sum_{n=1}^{\infty}s_n=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$이다.

[별해]

정삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 변의 길이를 $\mathrm{L_n}$이라 하면, 넓이 $s_n = \dfrac{\sqrt{3}\mathrm{L}_n^2}{4}$이다. 정삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$은 변의 길이가 1이므로, $s_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$이다. 한편 $m=2$이므로 $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}} = \dfrac{\mathrm{L}_n}{3}$, $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{C}_{n+1}} = \dfrac{2\mathrm{L}_n}{3}$이다. 각 $\mathrm{C}_{n+1}\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}$이 $\dfrac{\pi}{3}$이므로 삼각형 $\mathrm{C}_{n+1}\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}$는 직각삼각형이고 $\overline{\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{C}_{n+1}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{L}_n$이다. 따라서 $s_{n+1} = \dfrac{\sqrt{3}\mathrm{L}_{n+1}^2}{4} = \dfrac{\sqrt{3}\mathrm{L}_n^2}{12} = \dfrac{s_n}{3}$이므로 수열 s_n은 초항이 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$이고 공비가 $\dfrac{1}{3}$인 등비수열이다. 공비가 1보다 작으므로 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} s_n$은 수렴하고 급수의 합은 $\sum_{n=1}^{\infty} s_n = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}$이다.

(2) 삼각형 $\mathrm{OA}_n\mathrm{A}_{n+1}$은 한 밑각이 $\dfrac{\pi}{6}$인 이등변 삼각형이므로 시초선 $\mathrm{OA_1}$과 동경 OA_n가 나타내는 각은 n이 1씩 커질 때마다 $\dfrac{\pi}{6}$만큼 증가한다. 또한 $\mathrm{A_1}$이 y축 위의 점이므로, 각 자연수 d에 대하여 A_{6d-2}가 x축 위의 점이다. $1 \le 6d-2 \le 2024$일 때 A_{6d-2}가 M의 원소가 되므로 $1 \le d \le 337$. 따라서 $k=337$.

시초선 $\mathrm{OA_1}$과 동경 OA_{2024}가 나타내는 각은 $2023 \times \dfrac{\pi}{6} = 168 \times 2\pi + \dfrac{7\pi}{6}$이므로 A_{2024}는 제4사분면의 점이다.

따라서 $\ell = 4$.

[문항카드 자연계열Ⅰ / 2번]

1. 일반정보

유형		☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사
전형명		논술(AAT)전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호		자연계열Ⅰ / 2번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅱ, 미적분
	핵심개념 및 용어	다항식, 미분, 도형의 방정식
예상 소요 시간		전체 시험시간 100분 중 40분

2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서

(i) $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

(ii) $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

(나) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속력 $h(t)$는

$$h(t)=\sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}$$

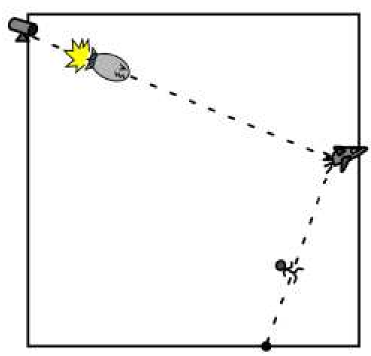
이고, 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는

$$s=\int_a^b h(t)\,dt$$

이다.

[문항]

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.



수학이가 좌표평면 위에서 진행되는 혹성탈출게임을 한다. 수학이는 점 $\mathrm{A}(18, 0)$에서 아래의 단서를 찾았다.

단서

(ㄱ) 폭탄의 위치는 점 $\mathrm{B}(0, 24)$이다.
(ㄴ) 탈출을 위한 우주선의 위치는 제1사분면 위의 점 C이다.
(ㄷ) 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발은 선분 AB를 $1:3$으로 내분한다.
(ㄹ) 네 점 O, A, B, C가 한 원 위에 있다. (단, O는 원점이다.)

【2-1】선분 AC와 선분 BC의 길이를 각각 구하시오. (30점)

아래 규칙에 따라 수학이가 우주선의 위치로 이동한다.

(ㄱ) 수학이는 10보다 작은 자연수 n을 선택한다.
(ㄴ) 선택이 끝난 후, 시각 $t=0$일 때 수학이와 폭탄이 각각
점 A와 점 B에서 출발하여 점 C를 향한 방향으로 선분 AC와 선분 BC를 따라 이동한다.
(단, 수학이와 폭탄의 운동 방향은 바뀌지 않는다.)
(ㄷ) 수학이가 선택한 n에 대하여, 시각 $t(t \geq 0)$에서의 폭탄의 속력은 n이고, 수학이의 속력은
$\dfrac{n^3 p(t)}{(t^2+n^2)^2}$이다.
(ㄹ) 함수 $p(x)$는 최고차항의 계수가 양수인 다항함수이고,
모든 실수 t에 대하여 $p(t^2 p(2t)) = p(t p(t^2)) + 121t^3$이다.

다음 물음에 답하시오.

【2-2】$p(x)$를 구하시오. (40점)

【2-3】실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \dfrac{p(x)}{(x^2+1)^2}$는
$x=c_1$에서 극소이고 $x=c_2$에서 극대이다. 두 실수 c_1과 c_2를 각각 구하시오. (20점)

【2-4】수학이가 폭탄보다 먼저 점 C에 도착하였다. 수학이가 선택한 n의 값을 구하시오. (50점)

3. 출제 의도

1. 도함수를 활용하여 극대와 극소를 판정할 수 있는지를 평가한다.

2. 치환적분법을 활용할 수 있는지를 평가한다.

3. 정적분을 활용하여 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문(가)	교육과정	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - (다) 도함수의 활용
	성취기준·성취수준	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
제시문(나)	교육과정	[미적분] - (3) 적분법 - (나) 정적분의 활용
	성취기준·성취수준	[12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.
문항1	교육과정	[수학] - (2) 기하 - (가) 평면좌표 [수학] - (2) 기하 - (나) 직선의 방정식
	성취기준·성취수준	[10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. [10수학02-02] 선분의 내분과 외분을 이해하고, 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다. [10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다.
문항2	교육과정	[수학] - (1) 문자와 식 - (나) 나머지정리 [수학] - (1) 문자와 식 - (가) 다항식의 연산
	성취기준·성취수준	[10수학01-02] 항등식의 성질을 이해한다. [10수학01-01] 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.
문항3	교육과정	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - (다) 도함수의 활용 [미적분] - (3) 적분법 - (가) 여러 가지 적분법
	성취기준·성취수준	[12미적02-06] 함수의 몫을 미분할 수 있다. [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
문항4	교육과정	[미적분] - (3) 적분법 - (나) 정적분의 활용 [미적분] - (3) 적분법 - (가) 여러 가지 적분법 [수학Ⅱ] - (2) 미분 - (다) 도함수의 활용
	성취기준·성취수준	[12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다. [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	고성은 외 5인	㈜좋은책신사고	2020년	p160-162
	수학 Ⅱ	홍성복 외 10인	㈜지학사	2020년	p29, p83-89

5. 문항 해설

【2-1】 선분의 내분점과 삼각형의 성질을 활용하여 좌표평면에서 주어진 선분의 길이를 구하도록 하는 문제이다.

【2-2】 항등식의 성질을 이용하여 조건에 부합하는 함수를 구하도록 하는 문제이다.

【2-3】 여러 가지 미분법을 활용하여 함수의 극대와 극소를 판정하도록 하는 문제이다.

【2-4】 치환적분법을 활용하여 속도와 거리에 대한 문제를 해결하도록 하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
[2-1]	답 $\overline{\mathrm{AC}}=15$가 맞으면	15
	답 $\overline{\mathrm{BC}}=15\sqrt{3}$가 맞으면	15
[2-2]	$p(x)=11x$를 맞게 구했으면	40
[2-3]	답 $c_1=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이 맞으면	10
	답 $c_2=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이 맞으면	10
	c_1과 c_2의 부호를 바꾸어 구했으면	5
[2-4]	치환적분법을 활용하기 위하여 $t^2+n^2=g(t)$꼴로 치환하였으면	5
	치환적분법을 활용하여 $\displaystyle\int_0^T \frac{11n^3t}{(t^2+n^2)^2}\,dt=\frac{11nT^2}{2(n^2+T^2)}=-\frac{11}{2}\frac{n^3}{n^2+T^2}+\frac{11n}{2}$ 임을 맞게 보였으면	10
	부등식 $2n^4-3^2\times5\times11\times n+2\times3^3\times5^2<0$ 또는 동등한 부등식을 유도하였으면	15
	답 $n=4$가 맞으면	15
	$n\geq5$에서 답이 없음을 확인하였으면	5

7. 예시 답안

【2-1】

점 $\mathrm{A}(18,0)$과 점 $\mathrm{B}(0,24)$의 좌표를 이용하면 $\overline{\mathrm{AB}}=30$이다. 점 C에서 선분 AB로 내린 수선의 발을 H라 하자. 조건에 따라 $\overline{\mathrm{AH}}:\overline{\mathrm{BH}}=1:3$이므로, $\overline{\mathrm{AH}}=\frac{15}{2}$, $\overline{\mathrm{BH}}=\frac{45}{2}$이다. 삼각형 OAB는 각 $\angle\mathrm{AOB}$가 직각인 직각삼각형이므로 선분 AB는 삼각형 OAB의 외접원의 지름이다. 한편 조건에 따라 점 C도 같은 원 위에 있으므로 $\angle\mathrm{ACB}$ 또한 직각이다. 따라서 삼각형 CAH, 삼각형 BCH, 삼각형 BAC가 닮음이다. 삼각형의 닮음, $\overline{\mathrm{AH}}=\frac{15}{2}$, $\overline{\mathrm{BH}}=\frac{45}{2}$, $\overline{\mathrm{AH}}:\overline{\mathrm{BH}}=1:3$을 이용하면 $\overline{\mathrm{AC}}=15$, $\overline{\mathrm{BC}}=15\sqrt{3}$이다.

답: $\overline{\mathrm{AC}}=15$, $\overline{\mathrm{BC}}=15\sqrt{3}$

【2-2】

$p(t)$의 차수를 m이라 하면 $p(t^2p(2t))$는 t에 대한 $m(m+2)$차식, $p(tp(t^2))$은 $m(2m+1)$차식, $121t^3$은 3차식이다. $m=0$이라면 모든 t에 대하여 $121t^3$이 상수여야 하므로 모순이다. 따라서 $m\ge 1$이고, 따라서 $m=1$이다. $p(t)=\beta t+C$라고 하자. 조건에 따라 $\beta>0$이다. 모든 t에 대하여
$p(t^2p(2t))-p(tp(t^2))-121t^3=(\beta^2-121)t^3+\beta Ct^2-\beta Ct=0$이고 $\beta>0$이므로 $C=0$이고
$\beta=11$이다. 따라서 $p(x)=11x$이다.

답: $p(x)=11x$

【2-3】

$f'(x)=\frac{11(-3x^2+1)}{(x^2+1)^3}$이므로 $f'(x)=0$인 x는 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$뿐이다. $f'(x)$의 부호가 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$좌우에서 음에서 양으로 바뀌므로 $f(x)$는 $x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$에서 극소이다. $f'(x)$의 부호가 $\frac{1}{\sqrt{3}}$좌우에서 양에서 음으로 바뀌므로 $f(x)$는 $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$에서 극대이다.

답: $c_1=-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$, $c_2=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

【2-4】 수학이가 선택한 n에 대하여 방해꾼이 점 C에 도착한 시각을 T_1, 수학이가 점 C에 도착한 시각을 T라고 하면 $T_1=\frac{15\sqrt{3}}{n}$이고 등식 $15=\int_0^T\frac{11n^3t}{(t^2+n^2)^2}\,dt$이 성립한다. 치환적분을 활용하면,
$15=\frac{11n^3}{2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n^2+T^2}\right)=\frac{11nT^2}{2(n^2+T^2)}$이다. 등식으로부터 $(11n-30)T^2=30n^2$이다.

$T^2\ge 0$이므로 수학이가 선택한 n은 3이상이다. 수학이가 점 C에 먼저 도착하였으므로 수학이가 선택한 n에 대하여 $\frac{30n^2}{11n-30}<\left(\frac{15\sqrt{3}}{n}\right)^2$이다. 즉, $2n^4-495n+1350<0$이다.

$h(x)=2x^4-495x+1350$이라고 하면 $h(3)\ge 0$, $h(4)<0$, $h(5)\ge 0$이다. 모든 $x\ge 5$에 대하여 $h'(x)=8x^3-495\ge 0$ 이므로, $h(n)<0$을 만족하는 자연수 n은 4뿐이다.

답: $n=4$

[문항카드 자연계열 Ⅰ / 3번]

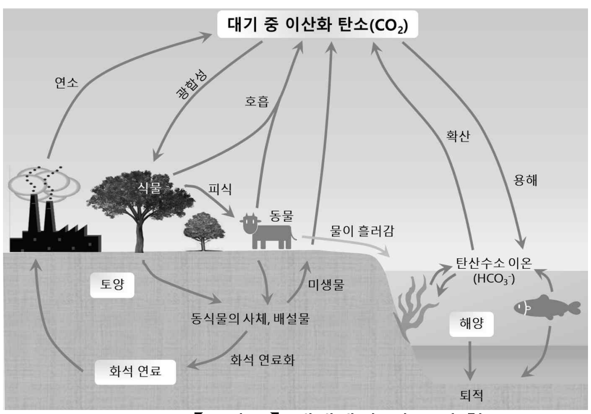
1. 일반 정보

유형		☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사
전형명		논술(AAT) 전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호		자연계열 Ⅰ / 3번
출제 범위	교육과정 과목명	통합과학, 물리Ⅰ, 화학Ⅰ, 생명과학Ⅰ, 지구과학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	생태계, 탄소 순환, 지구 온난화, 생물종 다양성
예상 소요 시간		전체 시험시간 100분 중 35분

2. 문항 및 제시문

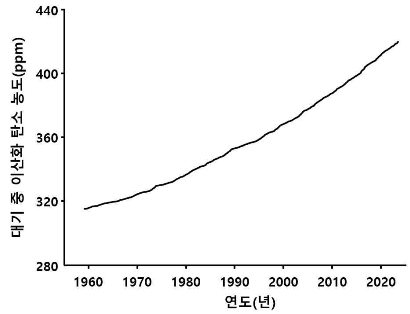
[제시문]

(가) 생태계에서 생물은 환경과 끊임없이 물질을 주고받고, 이 과정으로 물질이 순환하며 생태계가 유지된다. 생물의 종류와 개체 수, 에너지의 흐름 등이 급격하게 변하지 않아 생태계가 안정적으로 유지되는 상태를 생태계 평형이라 하며, 생태계 평형은 주로 먹이 관계에 의해 유지된다. 탄소는 모든 생물에 필수적인 탄소 화합물의 골격을 구성하는 원소이며, [그림 1]과 같이 생태계 내에서 순환한다. 식물 등의 생산자는 광합성으로 대기 중의 이산화 탄소(CO_2)를 포도당과 같은 탄소 화합물로 전환하고, 탄소 화합물의 탄소는 먹이 사슬을 따라 생산자에서 소비자로 이동한다. 탄소 화합물 중 일부는 생산자, 소비자, 분해자의 호흡을 통해 이산화 탄소로 대기 중으로 방출되고, 배설물이나 사체, 낙엽 등에 포함된 탄소 화합물은 분해자에 의해 분해되어 이산화 탄소로 대기 중으로 방출된다. 오랜 기간 매장된 생물 사체의 일부는 석탄과 같은 화석 연료가 되고(화석 연료화), 화석 연료의 연소 과정에 의해 이산화 탄소가 대기로 돌아간다.



【그림 1】 생태계의 탄소 순환

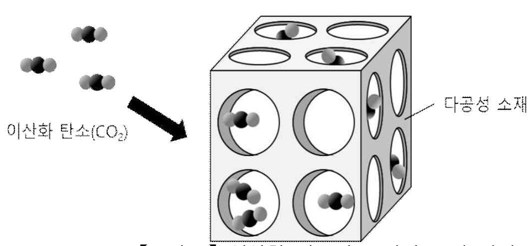
(나) 산업화 이후 인류는 과다한 화석 연료의 사용으로 인한 기후 변화 문제에 직면하였다. 온실가스에 의해 지구 표면 온도는 1850~1900년 대비 현재(2011~2020년) 약 1.1℃ 상승하였으며, 이러한 온도 상승에는 여러 온실가스 중 이산화 탄소 농도 증가의 기여도가 가장 높다고 알려져 있다. [그림 2]는 1960년대부터 현재까지의 대기 중 이산화 탄소 농도의 변화를 보여준다.



【그림 2】 대기 중 이산화 탄소의 농도 변화

기후 변화에 관한 정부 간 협의체(IPCC)는 기후 변화의 과학적 규명을 위해 공동으로 설립한 국제 협의체이며, IPCC에서 발행하는 평가 보고서는 유엔 기후 변화 협약(UNFCCC)의 주요한 과학적 근거로 활용된다. IPCC 6차 종합 보고서는 산업화 이전 수준과 대비하여 지구 표면 온도 상승에 따라 발생하는 전 지구적 문제점과 이를 유발하는 온실가스 배출 경로, 지속 가능한 발전을 위한 온실가스 배출 규제 방법 등에 관한 보고서이다. 이 보고서에서는 지구 온난화의 근본적인 원인을 인간 활동에 따른 생태계의 탄소 순환에서 이산화 탄소 배출과 저장의 불균형(탄소 순환 불균형)으로 인한 온실가스 농도의 증가로 추정한다. 또한 인류의 지속 가능한 발전을 위해서는 산업화 이후 지구 표면 온도 상승을 1.5℃ 이내로 제한해야 한다고 주장한다. 하지만 현재 전 지구적으로 방출될 것으로 추산되는 이산화 탄소만으로도 21세기 중에 지구 표면 온도가 1.5℃ 이상 상승할 것으로 예상된다. 지구 표면의 온도 상승과 같은 환경 변화는 생태계를 급격하게 변화시킬 수 있다. 지구 온난화에 대응하기 위해서는 이산화 탄소를 포함한 전체 온실가스 배출량을 넷 제로(net zero: 전체 온실 가스의 배출 및 제거량을 이산화 탄소 환산량으로 계산했을 때, 배출량과 제거량이 상쇄되어 순 배출량이 0이 되는 현상)로 하기위한 전 지구적 노력이 필요하다.

(다) 이산화 탄소의 지구 온난화에 대한 기여도는 온실가스 중에서 50% 이상이며, 온실가스 넷 제로를 달성하기 위해서 이산화 탄소 배출량을 감축해야 한다. 이를 위해서 이산화 탄소를 배출하는 산업 공정의 변화 및 신재생 에너지 사용 확대를 통한 화석 연료 의존도를 낮추려는 우리의 노력이 필요하다. 특히 산업 등에서 발생하는 이산화 탄소를 화학적·물리적인 방법으로 포집하여 제거하는 탄소 포집 및 저장(CCS) 기술 개발이 진행 중이다. 화학적 포집 방법은 산-염기 중화 반응을 이용하여 이산화 탄소를 제거하는 기술로서 더 효과적인 염기성 물질의 개발이 필요하다. [그림 3]과 같은 물리적 포집 방법은 미세 기공 표면에 이산화 탄소를 흡착시켜 제거하는 기술로서, 이산화 탄소를 더 강하게 흡착할 수 있는 다공성 신소재의 개발이 요구된다.



【그림 3】 이산화 탄소의 물리적 포집 방법

[문항]

【3-1】산업화 이전의 탄소 순환은 생태계의 완충작용으로 급격한 변화가 없었다. 하지만 산업화 이후에는 탄소 순환의 균형이 무너지면서 대기 중 이산화 탄소 농도가 빠르게 증가하며 지구 온난화로 인한 다양한 기후 변

화를 겪고 있다. 제시문 (가), (나)와 [그림 1]을 이용하여, 생태계 탄소 순환에서 대기 중으로 이산화 탄소를 방출하는 과정과 대기 중의 이산화 탄소를 저장하는 과정을 각각 2개씩 기술하고, 지구 온난화의 원인이 되는 탄소 순환 불균형이 발생한 이유를 설명하시오. (20점)

【3-2】[그림 1]은 대기 중 이산화 탄소와 해양의 관계를 보여준다. 이산화 탄소 농도 변화는 해양 생태계에도 영향을 미친다. 다음은 이산화 탄소가 해수에 용해되어 일어나는 화학 반응 중 일부를 제시한 것이다. 이 화학 반응식과 [그림 2]를 참고하여 이산화 탄소 농도 변화가 해수의 pH를 어떻게 변화 시키는지 해수의 수소 이온 (H^+) 농도 변화와 연관지어 기술하시오. (10점)

$$\text{반응식 1: } H_2O(l) + CO_2(g) \rightarrow H_2CO_3(aq)$$

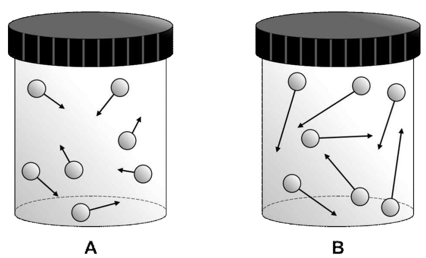
$$\text{반응식 2: } H_2CO_3(aq) \rightarrow H^+(aq) + HCO_3^-(aq)$$

【3-3】제시문 (가)의 생태계 평형은 제시문 (나)의 지구 온난화와 같은 환경 변화에 의해 무너질 수 있다. 그러나 생물종 다양성이 높으면 생태계의 평형은 쉽게 깨지지 않는다. 그 이유를 먹이 사슬과 연관지어 설명하시오. (15점)

【3-4】다음 물음에 답하시오.

(1) 대기 중 이산화 탄소 농도를 낮추기 위해서는 화석 연료 사용 공정에서 공기 중으로 배출되는 이산화 탄소의 제거가 필수적이다. 문항【3-2】의 화학 반응식 1, 2로 알 수 있는 이산화 탄소의 성질을 제시문 (다)의 CCS 기술에 적용하여, 이산화 탄소를 제거하는 원리를 과학적 방법에 기반하여 설명하시오. (10점)

(2) 제시문 (다)에서 설명한 CCS 기술의 물리적 흡착 제거는 흡착 온도가 낮을수록 효율이 높다. [그림 4]와 하단의 설명문을 토대로 용기의 온도와 기체의 운동 에너지의 관계를 유추하고, 흡착 온도가 낮을수록 이산화 탄소 흡착 제거 효율이 높은 이유를 설명하시오. (15점)



[그림 4] 온도가 다른 기체의 분자 운동: 용기의 내부 온도는 A가 B보다 낮으며, 기체 운동 에너지는 A에서가 B에서보다 작다. (화살표 길이는 기체의 운동 에너지 크기를 나타낸다.)

3. 출제 의도

【3-1】 탄소 순환 및 탄소 순환 불균형의 개념과 이해를 평가한다.

【3-2】 제시된 그래프를 해석하는 능력과 제시된 반응식을 사용하여 해수에서 수소 이온 (H^+) 농도 변화와 이에 따라 pH가 어떻게 변화하는지 이해하는지를 평가한다.

【3-3】 생태계 내의 생산자, 소비자, 분해자 간에 성립되는 먹이 사슬의 개념과 환경과의 상호 작용의 이해를 평가한다.

【3-4】 이산화 탄소 저감을 위한 탄소 포집 및 저장 (CCS) 기술의 과학적 원리에 대해 이해하고 적용할 수 있는지 평가한다.
(1) 탄소 포집 및 저장 (CCS) 기술 중 화학저장의 원리를 이해하고 이산화 탄소를 화학 저장 방법으로 포집하는 원리를 이해한다.
(2) 기체 분자 운동 에너지와 온도 관계에 대해 이해하고, CCS 기술의 물리적 흡착이 기체 분자 운동 에너지와 흡착 제거 효율과의 관계를 이해한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문(가)	교육과정	[통합과학 VII]-(8) 생태계와 환경 [생명과학I-V 01] 생태계의 구성과 기능
	성취기준	[10통과08-01] 인간을 포함한 생태계의 구성 요소와 더불어 생물과 환경의 상호 관계를 이해하고, 인류의 생존을 위해 생태계를 보전할 필요성이 있음을 추론할 수 있다. [12생과I05-05] 생태계의 에너지 흐름을 이해하고, 에너지 흐름을 물질 순환과 비교하여 차이를 설명할 수 있다.
제시문(나)	교육과정	[통합과학]-(8) 생태계와 환경 [지구과학I] - (4) 대기와 해양의 상호작용
	성취기준	[10통과08-03] 엘니뇨, 사막화 등과 같은 현상이 지구 환경과 인간 생활에 미치는 영향을 분석하고, 이와 관련된 문제를 해결하기 위한 다양한 노력을 찾아 토론할 수 있다. [12지과I04-04] 기후 변화의 원인을 자연적 요인과 인위적 요인으로 구분하여 설명하고, 인간 활동에 의한 기후 변화의 환경적, 사회적 및 경제적 영향과 기후 변화 문제를 과학적으로 해결하는 방법에 대해 토의할 수 있다.
제시문(다)	교육과정	[지구과학I] - (4) 대기와 해양의 상호작용 [통합과학]-(6) 화학변화 - 중화반응 [화학I] - (4) 역동적인 화학반응 [물리학I] - (1) 역학과 에너지
	성취기준	[12지과I04-04] 기후 변화의 원인을 자연적 요인과 인위적 요인으로 구분하여 설명하고, 인간 활동에 의한 기후 변화의 환경적, 사회적 및 경제적 영향과 기후 변화 문제를 과학적으로 해결하는 방법에 대해 토의할 수 있다. [10통과I-06-03] 생활 주변의 물질들을 산과 염기로 구분할 수 있다. [10통과I-06-04] 산과 염기를 섞었을 때 일어나는 변화를 해석하고, 일상생활에서 중화 반응을 이용하는 사례를 조사하여 토의할 수 있다. [12화학I 04-03] 산·염기 중화 반응을 이해하고, 산·염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12물리I-01-07] 열기관이 외부와 일을 주고받아 열기관의 내부 에너지가 변화됨을 사례를 들어 설명할 수 있다.
문항1	교육과정	[통합과학]-(8) 생태계와 환경 [지구과학I] - (4) 대기와 해양의 상호작용 [생명과학I-V 01] 생태계의 구성과 기능

	성취기준	[10통과08-03] 엘니뇨, 사막화 등과 같은 현상이 지구 환경과 인간 생활에 미치는 영향을 분석하고, 이와 관련된 문제를 해결하기 위한 다양한 노력을 찾아 토론할 수 있다. [12지과I04-04] 기후 변화의 원인을 자연적 요인과 인위적 요인으로 구분하여 설명하고, 인간 활동에 의한 기후 변화의 환경적, 사회적 및 경제적 영향과 기후 변화 문제를 과학적으로 해결하는 방법에 대해 토의할 수 있다. [12생과I05-05] 생태계의 에너지 흐름을 이해하고, 에너지 흐름을 물질 순환과 비교하여 차이를 설명할 수 있다.
문항2	교육과정	[통합과학]-(6) 화학변화 [화학I]-(4) 역동적인 화학반응
	성취기준	[10통과06-03] 생활 주변의 물질들을 산과 염기로 구분할 수 있다. [12화학I 04-02] 물의 자동 이온화와 물의 이온화 상수를 이해하고, 수소 이온 농도를 pH로 표현할 수 있다.
문항3	교육과정	[통합과학 VII]-(7) 생물다양성과 유지 [통합과학 VII]-(8) 생태계와 환경 [생명과학I]-(5) 생태계와 상호 작용
	성취기준	[10통과07-03] 생물다양성을 유전적 다양성, 종 다양성, 생태계 다양성으로 이해하고, 생물다양성 보전 방안을 토의할 수 있다. [10통과08-02] 먹이 관계와 생태 피라미드를 중심으로 생태계 평형이 유지되는 과정을 이해하고, 환경 변화가 생태계에 영향을 미치는 다양한 사례를 조사하고 토의할 수 있다. [12생과I05-06] 생물다양성의 의미와 주요성을 이해하고 생물다양성 보전 방안을 토의할 수 있다.
문항4 (1)	교육과정	[통합과학]-(6) 화학변화 [화학I]-(4) 역동적인 화학반응
	성취기준	[10통과06-03] 생활 주변의 물질들을 산과 염기로 구분할 수 있다. [10통과06-04] 산과 염기를 섞었을 때 일어나는 변화를 해석하고, 일상생활에서 중화 반응을 이용하는 사례를 조사하여 토의할 수 있다. [12화학I 04-03] 산·염기 중화 반응을 이해하고, 산·염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
문항4 (2)	교육과정	[중학 과학3] - (4) - 기체의 성질 [중학 과학3] - (15) - 열과 우리생활 [물리학I] - (1) 역학과 에너지
	성취기준	[09과04-01] 기체 확산과 증발 현상을 관찰하여 입자가 운동하고 있음을 알고, 이를 입자 모형으로 표현할 수 있다. [09과15-01] 물체의 온도 차이를 구성 입자의 운동 모형으로 이해하고, 열의 이동 방법과 냉난방 기구의 효율적 사용에 대하여 조사하고 토의할 수 있다. [12물리I-01-07] 열기관이 외부와 일을 주고받아 열기관의 내부 에너지가 변화됨을 사례를 들어 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	통합과학	김성진 외	미래엔	2018	186-199, 226-230, 258-267
	통합과학	정대홍 외	금성출판사	2018	192-215, 260-263, 268-279
	통합과학	손진웅 외	동아출판	2018	180-193, 251-261
	생명과학I 교사용 지도서	전상학 외	지학사	2018	206-207
	생명과학I	이준규 외	천재교육	2018	172, 181-184
	생명과학I_교사용 교과서	심규철 외	비상교육	2022	23, 115-129
	화학I	이상권 외	지학사	2018	164-174
	화학I	강대훈 외	와이비엠	2018	174-187
	물리학I	손정우 외	비상교육	2018	52-57
	지구과학I	이기영 외	비상교육	2018	124-134
중학교 교과서	과학1	임태훈 외	비상교육	2018	140-151
	과학2	임태훈 외	비상교육	2019	266-271

5. 문항 해설

【3-1】 생태계 탄소 순환의 과정과 다양한 인간 활동에 의해 발생되는 탄소 순환 불균형의 이해를 묻는 문항임.

【3-2】 제시된 자료에서 대기 중 이산화 탄소 농도의 변화를 확인하고, 해수에 용해되는 이산화 탄소의 양이 증가하여 반응식 1, 2를 통해 생성되는 수소 이온 (H^+)의 농도가 높아짐을 이해하는지 평가하는 문항임. 또한 수소 이온의 농도에 의해 pH가 어떻게 변화하는지 이해하는지 평가하는 문항임.

【3-3】 환경 변화가 생태계의 먹이 사슬에 미치는 영향, 생물종 다양성과 먹이 사슬의 관계, 생물종 다양성이 생태계 평형 유지에 미치는 영향의 이해를 묻는 문항임.

【3-4】
(1) 반응식 1, 2를 통해 이산화 탄소가 산성인 것을 확인하고, 산성 이산화 탄소를 CCS의 화학적 저장 방법을 사용하여 산-염기 중화의 원리로 제거 및 포집할 수 있는 사실을 이해하는지 평가하는 문항임

(2) 기체 분자 운동 에너지가 온도와 비례한다는 사실을 제시된 그림을 통해 파악하고, 기체 분자 운동 에너지가 높은 경우 흡착이 잘 일어나지 않아 이산화 탄소 저장 및 분리 효율이 낮아지는 사실을 이해하는지 평가 하는 문항임

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	대기 중으로 이산화 탄소를 방출하는 과정을 2개 이상 설명하면 6점 (1개는 3점)	20
	대기 중으로 이산화 탄소가 저장되는 과정을 2개 이상 설명하면 6점 (1개는 3점)	
	탄소 순환 불균형이 발생한 이유를 화석 연료의 사용으로 기술하면 4점	
	다양한 인간 활동에 의해 대기 중으로 배출되는 일산화 탄소의 양이 저장되는 양보다 많음이 탄소 순환 불균형에 미치는 영향을 설명하면 4점	
3-2	그래프 해석을 해서 이산화 탄소 농도 증가 사실 확인하면 2점	10
	반응식 1을 참고하여 이산화 탄소가 물에 녹는 과정을 설명하면 2점	
	반응물인 이산화 탄소 농도가 증가하면 반응식 1에서 생성되는 탄산의 양의 증가를 설명하면 2점	
	탄산의 양이 증가하면 반응식 2의 반응물의 양이 증가하므로 생성되는 수소 이온 농도 증가를 설명하면 2점	
	수소 이온 농도가 증가하여 pH는 감소한다를 설명하면 2점 (만약, pH가 감소한다 대신 산성화가 된다는 질문에 대한 정확한 답변이 아니므로 부분 점수 1점 부여)	
3-3	생물종 다양성이 먹이 그물(먹이 사슬)의 복잡성에 미치는 영향을 서술하면 8점	15
	환경 변화에 의해 특정 생물종이 사라져 먹이 사슬이 끊기는 상황이 발생하였을 때, 복잡한 먹이 그물(먹이 사슬)이 생태계에 미치는 영향을 서술하면 7점	
3-4 (1)	화학반응식 1, 2로 이산화 탄소가 산성 물질임을 확인 또는 설명한 경우 4점	10
	이산화 탄소가 산성이기 때문에 염기성 물질을 사용하여 산-염기 중화 반응으로 제거할 수 있음을 설명하면 6점	
3-4 (2)	그림의 내용을 해석하여 기체 분자 운동 에너지와 온도가 비례함을 설명하면 6점	15
	온도가 낮으면 기체 분자 운동 에너지가 낮음을 설명하면 3점	
	온도가 낮으면 기체 운동 에너지가 작아서 표면에서 흡착 상호작용 에너지가 기체 분자 운동 에너지보다 커서 흡착이 잘 일어날 수 있음을 설명하면 3점	
	온도가 낮아 기체 분자 운동 에너지가 작은 경우 탈착되지 않고 흡착된 이산화 탄소 기체가 흡착된 상태를 유지할 수 있다 (떨어지기 어렵다-탈착이 일어나기 어려움)를 설명하면 3점	

7. 예시 답안

【3-1】

생태계 탄소 순환에서 대기 중으로 이산화 탄소를 방출하는 과정은 소비자, 생산자, 분해자의 호흡, 화석 연료 등의 연소, 해수로부터의 확산, 분해자에 의한 배설물이나 동식물의 사체, 낙엽 등의 분해 등이 있다. 대기 중의 이산화 탄소를 저장하는 과정은 생산자의 광합성, 해수로의 용해, 용해된 이산화 탄소의 해양 퇴적, 화석 연료화(동물과 식물로 저장된 후) 등이 있다. 탄소 순환 불균형이 발생하는 이유는 탄소 배출 과정과 저장 과정의 불균형에 의해서이다. 특히 화석 연료 사용, 과도한 축산업 등과 같은 인간 활동에 의해 대기 중으로 배출되는 이산화 탄소의 양이 저장되는 양보다 월등히 많은 점이 탄소 순환 불균형의 주된 요인이다.

【3-2】

그림을 통해 이산화 탄소 농도가 증기하고 있다는 사실을 확인할 수 있다. 이산화 탄소의 농도가 증가하면

반응 1에서 반응물(CO_2)의 농도가 증가하기 때문에 생성물인 탄산(H_2CO_3)의 농도가 증가하게 된다. 탄산의 농도가 증가하면 반응 2의 반응물이 증가하여 해수 내의 수소 이온 (H^+)농도가 증가하게 되어 해수의 pH는 감소한다.

【3-3】
생태계의 생물종 다양성이 높으면 먹이 그물이 복잡하게 형성된다. 급격한 환경 변화에 의해 어떤 생물종이 사라져 먹이 사슬이 끊어지더라도 대체할 수 있는 다른 생물종이 있기 때문에, 생태계 전체는 큰 영향을 받지 않고 안정된 상태로 유지될 수 있다.

【3-4】
(1) 화학 반응식 【3-2】의 화학 반응식 1, 2는 이산화 탄소가 산성이라는 사실을 보여주며, 제시문 (다)에서 화학적 제거를 위해서는 산-염기 중화 반응을 사용할 수 있음을 설명하였다. 이를 통해 이산화 탄소를 산-염기 중화 반응을 이용하여 제거할 수 있음을 유추할 수 있다. 따라서 염기성 물질을 사용한 산-염기 중화 반응을 사용하여 이산화 탄소를 제거할 수 있다.

(2) 그림4를 사용하여 기체 분자의 운동 에너지는 온도에 비례함을 알 수 있다. 제시문 (다)에서 물리적 제거는 다공성 물질 표면에 이산화 탄소 기체가 흡착되는 원리를 사용한다. 흡착 제거에서는 크게 두 가지 과정이 일어난다. 이산화 탄소가 흡착제 표면에 잡히는 흡착과 흡착된 이산화탄소가 표면에서 떨어지는 탈착 과정이다. 온도가 낮은 경우 기체 운동 에너지가 작아서 표면에서 흡착이 더 잘 일어날 수 있으며, 온도가 높은 경우 기체 내부 에너지가 크기 때문에 흡착된 이산화 탄소의 탈착이 일어날 확률이 높다. 두 가지 가능성을 모두 고려하면 온도가 낮은 경우 이산화 탄소 흡착량이 많아서 이산화 탄소 제거 효율이 높다.