2023학년도 경북대학교 대학입학 수시모집

논술(AAT) 자연계열 Ⅱ 문제지

(의예과, 치의예과, 수의예과)

시 험 시 간	16:30 ~ 18:10 (100분)	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		㊞
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열 Ⅱ 문제지와 자연계열 Ⅱ 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과)

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 제외하고 3쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 수학 2매(3쪽)로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것 (테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 답안을 수정할 경우 지우개 혹은 수정테이프를 사용하거나, 두 줄을 긋고 재작성하여야 함
6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

(나) $x=a$에서 함수 $f(x)$의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고, 그 값이 모두 L이면

$$\lim_{x\to a}f(x)=L$$

(다) 함수 $f(x)$가 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)\,dx+\int_b^c f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx$$

(라) 첫째항이 a, 공비가 $r\,(r\neq 1)$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$$\frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

(마) 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$에 대하여 $f(x)\le h(x)\le g(x)$이고

$$\lim_{x\to 0+}f(x)=\lim_{x\to 0+}g(x)=\alpha \quad (\alpha\text{는 실수})$$

이면

$$\lim_{x\to 0+}h(x)=\alpha$$

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

세 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$과 구간 $(0,\infty)$에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

조건

(Ⅰ) $2n-1\le x\le 2n$인 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=a_n(x-2n+1)^4+b_n(x-2n+1)^2+c_n(x-2n+1)+\frac{1}{2^{n-1}}$$

이다.

(Ⅱ) $2n-2<x<2n-1$인 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=f(4n-2-x)$$

이다.

다음 물음에 답하시오.

【1-1】 c_{2023}의 값을 구하시오. (20점)

【1-2】 모든 자연수 n에 대하여,

$$(2a_n+b_n)(2a_{n+1}+b_{n+1})\le 0$$

임을 증명하시오. (30점)

【1-3】 $b_1=-4$, $\lim_{x\to 0+}f(x)=-1$이라고 하자.

(1) $\int_2^{10}|f'(x)|\,dx=\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수) (35점)

(2) 양수 t에 대하여, 함수 $g(x)=|f(x)-t|$가 구간 $(0,\infty)$에서 미분가능하지 않은 모든 점의 개수를 $m(t)$라 하자. $\lim_{t\to 0+}\frac{m(t)}{\log_2 t}$의 값을 구하시오. (35점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$는

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

(나) $y=a^x$ $(a>0, a\neq 1)$이면,

$$y'=a^x \ln a$$

이다. 또한,

$$\lim_{h\to 0}\frac{a^h-1}{h}=\ln a$$

(다) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때,

$$\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

(라) 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$가 미분가능할 때, 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는

$$y'=f'(g(x))g'(x)$$

(마) 함수 $f(x)$가 두 실수 a, b를 포함하는 구간에서 연속일 때, $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 하면 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분은

$$\int_a^b f(x)\,dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$$

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x, y에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

조건

(Ⅰ) $f(x+y)=2023^y f(x)+2023^x f(y)$

(Ⅱ) $g(x+y)=2023^{xy(2x^2+3xy+2y^2)}g(x)g(y)$

(Ⅲ) $g(x)>0$

다음 물음에 답하시오.

【2-1】 모든 실수 x에 대하여,

$$f'(x)-f(x)\ln 2023=f'(0)2023^x$$

임을 증명하시오. (25점)

【2-2】 $f(2023)=2023$일 때, 함수 $f(x)$를 구하시오. (40점)

【2-3】 $g(2023)=2023$일 때, 함수 $g(x)$를 구하시오. (45점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린구간 (a,b)에서 미분가능하면,

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

인 c가 열린구간 (a,b)에 적어도 하나 존재한다.

(나) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 미분가능한 함수 $x=g(t)$에 대하여 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$일 때 도함수 $g'(t)$가 α, β를 포함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt$$

(다) 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 각각 수렴하고

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\alpha, \quad \lim_{n\to\infty}b_n=\beta$$

일 때,

(1) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le b_n$이면 $\alpha \le \beta$이다.

(2) 수열 $\{c_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le c_n \le b_n$이고 $\alpha=\beta$이면 $\lim_{n\to\infty}c_n=\alpha$이다.

(라) 닫힌구간 $[a,b]$에서 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고, $f'(x)$, $g'(x)$가 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx=[f(x)g(x)]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

자연수 m에 대하여, 구간 $(0,\infty)$에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

조건

(Ⅰ) 구간 $(0,\infty)$에서 함수 $g(x)$는 미분가능하고 도함수 $g'(x)$는 연속이다.

(Ⅱ) 모든 양수 x에 대하여 $g(x)>0$이다.

(Ⅲ) 함수 $h(x)=f(g(x))g'(x)$는 구간 $[m,\infty)$에서 감소한다.

다음 물음에 답하시오.

【3-1】 $n \ge m$인 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\sum_{i=m+1}^{n+1}h(i) < \int_{g(m)}^{g(n+1)}f(x)\,dx < \sum_{i=m}^{n}h(i)$$

를 증명하시오. (30점)

【3-2】 정적분

$$\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{7}}^{\frac{1}{4}}2^{\frac{1}{x}}\,dx$$

의 값의 정수부분을 구하시오. (40점)

【3-3】 자연수 n에 대하여

$$a_n=\frac{4}{(n+1)\ln(n+1)}\sum_{k=1}^{n+1}\left\{\frac{k^2+2k-1}{(k+1)^2}\ln\frac{k+1}{k^2+1}\right\}$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값을 구하시오. (50점)