2022학년도 경북대학교 대학입학 수시모집

논술(AAT) 자연계열 I 문제지

시 험 시 간	15:30 ~ 17:10 (100분)	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		㊞
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열 I 문제지와 자연계열 I 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

1. 문제지 및 답안지에 **지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]**
2. **문제지는 표지를 제외하고 3쪽**으로 구성되어 있으며, **답안지는 수학 2매(3쪽)**로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, **반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것** (테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 **반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것**
5. 답안을 수정할 경우 **지우개 혹은 수정테이프를 사용하거나, 두 줄을 긋고 재작성**하여야 함
6. 답안지에 **자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 "0"점 처리함**
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 점 (x_1, y_1)과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리 d는

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(나) 곡선 $y=f(x)$와 직선 ℓ 사이의 거리는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점과 직선 ℓ 사이의 거리 중 최솟값이다.

(다) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

(라) 두 함수 $f(x), g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$와 두 직선 $x=a, x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

모든 실수 c에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 (c, c^2)에서의 접선을 ℓ_c라 하자. 직선 ℓ_c와 곡선 $y=-x^2+4x-3$이 만나지 않도록 하는 모든 실수 c의 값의 범위는 $\alpha<c<\beta$이다.

【1-1】 α와 β의 값을 각각 구하시오. (30점)

【1-2】 $\alpha<c<\beta$인 실수 c에 대하여 곡선 $y=-x^2+4x-3$과 직선 ℓ_c 사이의 거리를 $f(c)$라 할 때, $f(c)$를 구하시오. (30점)

【1-3】 두 곡선 $y=x^2$, $y=-x^2+4x-3$과 두 직선 $x=\alpha$, $x=\beta$로 둘러싸인 영역 중 곡선 $y=x^2$ 위를 움직이는 점 (c, c^2) $(\alpha \le c \le \beta)$에서의 접선 ℓ_c가 지나는 모든 점의 집합을 S라 하자. 집합 S가 나타내는 도형의 넓이를 구하시오. (50점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 서로 다른 n개에서 $r\,(0 \le r \le n)$개를 택하는 조합의 수는

$$ {}_{n}\mathrm{C}_{r} = \frac{{}_{n}\mathrm{P}_{r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

(나) 점 (x_1, y_1)을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은

$$ y - y_1 = m(x - x_1) $$

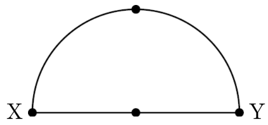
(다) $a > 0,\ a \ne 1,\ b > 0$일 때,

(a) $\log_a b^k = k \log_a b$ (단, k는 실수)

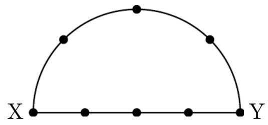
(b) $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ (단, $c > 0, c \ne 1$)

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

모든 자연수 n에 대하여 선분 XY를 지름으로 하는 반원에서 선분 XY를 2^n등분한 각 분점(X와 Y도 포함)과 호 XY를 2^n등분한 각 분점으로 이루어진 집합을 S_n이라 하자. 예를 들어, 두 집합 S_1과 S_2의 원소는 각각 아래 [그림1], [그림2]의 점과 같다.



[그림1]



[그림2]

집합 S_n의 원소인 점을 2개 이상 지나는 서로 다른 직선의 개수를 a_n, 집합 S_n의 원소인 점 3개를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수를 b_n이라 하자.

【2-1】 a_3과 b_3의 값을 각각 구하시오. (30점)

【2-2】 수열 $\{c_n\}$의 일반항을 $c_n = \dfrac{9b_n}{7(a_n - 1)} + \dfrac{5}{7}$라 하자. 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}_n(c_n, 0)$, $\mathrm{B}_n(c_{n+1}, 0)$, $\mathrm{C}_n(0, c_{n+2})$에 대하여 직선 $y = d_n x$가 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 넓이를 이등분한다. 직선 $y = d_n x$와 두 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n$과 $\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 교점의 x좌표를 각각 p_n과 q_n이라 하자.

(1) $\log_8(q_{100} - p_{100})$의 값을 구하시오. (40점)

(2) d_{100}의 값을 구하시오. (50점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 다항식 A를 다항식 $B\,(B \neq 0)$로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면

$$A = BQ + R$$

가 성립한다. 이때 R의 차수는 B의 차수보다 낮다.

(나) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 모두 만족시킬 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다.

(i) 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 정의되어 있다.

(ii) 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다.

(iii) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

(다) 두 함수 $f(x), g(x)$가 미분가능할 때,

$$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

최고차항의 계수가 $\frac{1}{4}$인 사차함수 $f(x)$와 도함수 $f'(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

> (1) 방정식 $f'(x)=0$은 세 실근 $\alpha, \beta, \gamma\ (\alpha \leq \beta \leq \gamma)$를 가진다.
> (2) 사차다항식 $f(x)$를 삼차다항식 $f'(x)$로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{4}\left(x - \frac{\alpha+\beta+\gamma}{3}\right)$, 나머지는 $-\frac{1}{3}(x-\alpha)^2 + 2$이다.

【3-1】 $\alpha = \beta$이고 $\beta \neq \gamma$가 성립함을 증명하시오. (40점)

【3-2】 $\gamma - \alpha$의 값을 구하시오. (40점)

【3-3】 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} \alpha & (x < k) \\ 2\alpha & (x \geq k) \end{cases}$$

라 할 때, $g(x)$는 $x=k$에서 불연속이다.

(1) 함수 $(f \circ g)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 α의 값을 구하시오. (20점)

(2) 함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 k의 최댓값을 구하시오. (20점)