한양대학교 2026학년도 논술전형

자 연 계 열 (오후 2)

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

유의 사항

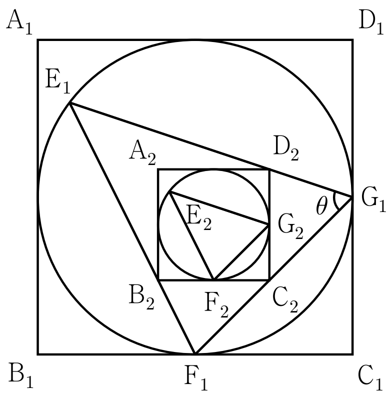
1. 90분 안에 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하시오.
3. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안지를 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

[문제 1] 다음 물음에 답하시오. (50점)

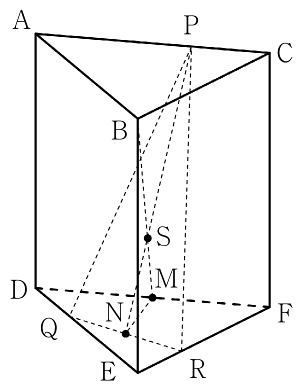
1. 좌표평면 위에 있는 5개의 점 $\mathrm{P}_1(-6,-3)$, $\mathrm{P}_2(-6,3)$, $\mathrm{P}_3(-3,6)$, $\mathrm{P}_4(6,3)$, $\mathrm{P}_5(6,-3)$ 중에서 서로 다른 3개를 선택하여 그 점들을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 그 삼각형의 무게중심과 직선 $y=-2x+30$ 사이의 거리가 $6\sqrt{5}$ 이하가 되는 경우의 수를 구하시오.

2. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1\mathrm{D}_1$에 대하여 선분 $\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1$의 중점을 F_1, 선분 $\mathrm{C}_1\mathrm{D}_1$의 중점을 G_1이라 하자. 정사각형 $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1\mathrm{D}_1$에 내접하는 원 위의 점 E_1에 대하여 $\theta=\angle \mathrm{E}_1\mathrm{G}_1\mathrm{F}_1$이라 할 때, $\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}$를 만족시킨다. 세 점 B_2, C_2, D_2는 각각 선분 $\mathrm{E}_1\mathrm{F}_1$, $\mathrm{F}_1\mathrm{G}_1$, $\mathrm{E}_1\mathrm{G}_1$ 위의 점이며, 두 직선 $\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1$과 $\mathrm{B}_2\mathrm{C}_2$가 서로 평행하고 두 직선 $\mathrm{C}_1\mathrm{D}_1$과 $\mathrm{C}_2\mathrm{D}_2$가 서로 평행하며, 사각형 $\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2\mathrm{C}_2\mathrm{D}_2$는 정사각형이다.



정사각형 $\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2\mathrm{C}_2\mathrm{D}_2$에도 같은 방법을 적용하여, 선분 $\mathrm{B}_2\mathrm{C}_2$의 중점을 F_2, 선분 $\mathrm{C}_2\mathrm{D}_2$의 중점을 G_2라 하자. 정사각형 $\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2\mathrm{C}_2\mathrm{D}_2$에 내접하는 원 위의 점 E_2는 $\angle \mathrm{E}_1\mathrm{G}_1\mathrm{F}_1=\angle \mathrm{E}_2\mathrm{G}_2\mathrm{F}_2$를 만족시킨다. 이와 같은 과정을 반복하여 정사각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$과 세 점 E_n, F_n, G_n $(n\geq 3)$을 얻을 수 있다. 모든 자연수 n에 대하여 정사각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$의 넓이를 S_n이라 하자. $\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$일 때 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}S_n$의 합을 구하시오.

3. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{EF}}=3$, $\angle \mathrm{ABC}=\angle \mathrm{DEF}=\frac{\pi}{2}$, $\overline{\mathrm{AD}}=6$인 삼각기둥 $\mathrm{ABC-DEF}$가 있다. 점 P는 선분 AC를 $2:1$로 내분하는 점이고, 점 M은 선분 DF의 중점이다. 선분 DE 위의 점 Q는 $\overline{\mathrm{EQ}}=t$ $(0<t<3)$, 선분 EF 위의 점 R은 $\overline{\mathrm{ER}}=3-t$를 만족시킨다. 직선 BM이 평면 PQR과 만나는 점을 S라 할 때, $\overline{\mathrm{BS}}:\overline{\mathrm{SM}}=2:1$이다. 점 N은 직선 PS와 직선 QR의 교점이다. 직선 MN과 직선 QR이 서로 수직일 때, 평면 PQR이 평면 DEF와 이루는 예각의 크기 θ에 대하여 $\cos\theta$의 값을 구하시오.



[문제 2] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 자연수 n $(n \geq 3)$에 대하여 닫힌구간 $[0, 1]$에서 정의된 함수

$$f(x) = \frac{(1+x)^n + (1-x)^n}{1+x^n}$$

의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

2. $k > 1$인 실수 k에 대하여 함수 $f(x) = -x^3 + \left(\frac{1}{k}+1\right)x^2 - \left(\frac{1}{k}+1\right)x$가 있고,

$0 \leq s \leq 1$인 실수 s에 대하여 두 점 $\mathrm{A}\left(\sqrt[8]{1-s^8}, s\right)$와 $\mathrm{B}\left(\sqrt[8]{1-(f(s))^8}, f(s)\right)$가 있다.

$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$인 점 $\mathrm{M}(g(s), h(s))$가 $(g(s))^8 + (h(s))^8 \geq 1 - \frac{1}{k^8}$을 만족시킬 때,

$\left\{\sqrt[8]{1-s^8} - \sqrt[8]{1-(f(s))^8}\right\}^8 + \{s - f(s)\}^8$의 최댓값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

3. 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$는 $g(x) = \begin{cases} x^2 + 2nx + n^2 + 2 & (x \leq 0) \\ x^2 - 6nx + n^2 + 2 & (x > 0) \end{cases}$이다.

다음 조건을 만족시키는 양수 k를 a_n이라 하자.

실수 s에 대하여 곡선 $y = \lvert g(x) + k \rvert$와 직선 $y = s$의 교점의 개수를 $h(s)$라 하자. 함수 $h(s)$가 $s = p$에서 불연속이 되도록 하는 실수 p의 개수는 2이다.

$\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오.