단국대학교 2022학년도 수시모집 논술고사

자연계열 문제
(오전)

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성 명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.
   (연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교
DANKOOK UNIVERSITY

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$와 $u=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는 $\{f(g(x))\}'=f'(g(x))g'(x)$
(나) 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서 (1) $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이고, 극댓값은 $f(a)$ (2) $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이고, 극솟값은 $f(a)$
(다) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 미분가능한 함수 $x=g(t)$에 대하여 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$일 때 도함수 $g'(t)$가 α, β를 포함하는 구간에서 연속이면 $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$

[논제 1] 자연수 n에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x)=nx^2e^{-x}, \quad g(x)=(f\circ f)(x)$$

x에 대한 방정식 $g'(x)=0$이 서로 다른 3개의 실근을 갖도록 하는 n을 모두 구하시오. (단, e는 2.7로 계산) (15점)

[논제 2] 실수 전체의 집합에서 연속인 도함수를 갖는 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(1) $\int_1^3 h(x)dx=9$

(2) 모든 자연수 n에 대하여 구간 $[3^n, 3^{n+1})$에서 $h(x)=h\left(\frac{x}{3}\right)+1$

$\int_1^{81}(h(x)+h'(x))dx$의 값을 구하시오. (20점)

[논제 3] 모든 실수 x에 대하여 $k(x)>0$인 연속함수 $k(x)$와 함수

$$S(x)=\int_0^x k(t)dt$$

가 두 양수 a, b에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(1) $\int_a^b k(x)dx=3S(a)+3$

(2) $\int_a^b \frac{S(x)e^{S(x)}}{(S(x)+1)^2}k(x)dx=\frac{e^{S(a)}}{S(b)+1}\left(e^{6(S(a)+1)}-67e^{3(S(a)+1)}+252\right)$

$S(b)$의 값을 구하시오. (20점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) 미분가능한 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하기 위하여 도함수 $f'(x)$를 활용할 수 있다.
(나) 극한값 $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$가 존재하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.
(다) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은 $$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

[논제 1] 방정식 $e^x-\lvert x^2-ex\rvert=0$의 실근의 개수를 구하시오. (20점)

[논제 2] 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (1) 점 $(t, 0)$을 지나는 직선 ℓ이 곡선 $y=e^x$에 접할 때 접점의 x좌표를 $u(t)$라 하자.
> $\int_t^{u(t)} e^x\,dx=1-\frac{1}{e}$일 때 직선 ℓ은 점 $(0, f(0))$에서 곡선 $y=f(x)$와 접한다.
>
> (2) $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{2}$
>
> (3) 곡선 $y=f(e^x)$는 곡선 $y=e^x$와 한 점에서만 만난다.

함수 $g(x)=\lvert f(x)-x\rvert$가 $x=p$에서 미분가능하지 않을 때, 실수 p의 값을 구하시오. (25점)