단국대학교 2020학년도 수시모집 논술고사

자연계열 문제
(오후)

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성 명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 고사 종료시까지 퇴실할 수 없습니다. (중도퇴실할 경우 결시처리)
2. 문제번호와 답안번호가 반드시 일치하여야 합니다. (일치하지 않을 경우 0점 처리됨)
3. 문제별 답안작성란을 벗어나지 않게 작성하여야 합니다.
4. 답안 작성 시 인적사항 등 답안과 관련 없는 내용을 작성한 경우 0점처리 됩니다.
5. 답안은 반드시 **검정색 필기구**로 작성하시기 바랍니다.
   (연필, 샤프, 빨간색이나 파란색 필기구 사용금지)
6. 답안지는 교체가 불가하오니 원고지 교정부호 또는 수정테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
7. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 비닐백에 넣어 좌석 아래에 보관하시기 바랍니다. 고사 중에 벨소리, 진동, 알람 등의 소리가 울릴 경우 부정행위자로 간주하여 처리합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교
DANKOOK UNIVERSITY

[문제1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

<제시문>

(가) 주사위나 동전을 던지는 것처럼 같은 조건에서 반복할 수 있고 그 결과가 우연에 의하여 결정되는 실험이나 관찰을 시행이라고 한다.
(나) 사건 A 가 일어났을 때 사건 B 의 조건부확률은 $$\mathrm{P}(B \mid A) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(A)} \quad (\text{단, } \mathrm{P}(A) > 0)$$
(다) 임의의 사건 A 의 여사건 A^c 에 대하여 $$\mathrm{P}(A^c) = 1 - \mathrm{P}(A)$$

주사위를 던져서 4 이하의 눈이 나오면 갑이 1점, 5 이상의 눈이 나오면 을이 1점을 얻는 시행을 하며, 둘 중 누구든지 먼저 연속으로 득점을 하는 사람이 나오면 시행이 끝난다고 한다.

[논제 1] 시행이 끝날 때까지의 갑이 얻은 점수가 5 점일 확률을 p 라 할 때 $3^{12} \times p$ 의 값을 구하시오. (15점)

[논제 2] 자연수 k 에 대하여 이 시행이 k 번째에서 끝날 확률을 $p(k)$라 할 때

$$\sum_{k=10}^{16} \frac{p(k+3)}{p(k)}$$

의 값을 구하시오. (20점)

[논제 3] 시행이 7 회 이하에서 끝났다면 갑이 얻은 점수가 3 점일 확률을 구하시오. (20점)

[문제2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

<제시문>

(가) (1) $x=a$를 포함하는 어떤 열린 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \le f(a)$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대가 된다고 하고, 그때의 함숫값 $f(a)$를 극댓값이라고 한다. (2) $x=b$를 포함하는 어떤 열린 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \ge f(b)$이면 함수 $f(x)$는 $x=b$에서 극소가 된다고 하고, 그때의 함숫값 $f(b)$를 극솟값이라고 한다. (3) 극댓값과 극솟값을 통틀어 극값이라고 한다.
(나) 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$도 미분가능하며, 그 도함수는 $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$ 또는 $y'=f'(g(x))g'(x)$
(다) 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 $f'(x)$와 $g'(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이면 $\int_a^b f(x)g'(x)dx=[f(x)g(x)]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)dx$

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(1) $f(0)=0$, $f(1)=2$이고 $f'(x)$는 연속함수이다. (2) 구간 $[0,1]$에서 $f(x)$는 $x=\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$에서만 극값을 갖고 $f\left(\frac{1}{3}\right)=2f\left(\frac{2}{3}\right)$ (3) 모든 자연수 n에 대하여 구간 $(n,n+1]$에서 $f(x)-\frac{1}{2}f(x-1)=f(n)-\frac{1}{2}f(n-1)$

[논제 1] 구간 $(0,6)$에서 정의된 함수

$$g(x)=e^{f\left(\frac{3}{4}x\right)}$$

의 모든 극값의 곱을 T라 하자. $\ln T=\frac{189}{8}$일 때, $f\left(\frac{16}{3}\right)-f\left(\frac{11}{3}\right)$의 값을 구하시오. (25점)

[논제 2] $\int_0^2 f(x)dx=3$일 때, $\int_0^3 xf'(x)dx$의 값을 구하시오. (20점)