# 3 의예과 / 약학과

## 의예 1/약학 1

### 1. 일반 정보

| | | |
|---|---|---|
| 유형 | ■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 논술전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 의예과 / 약학과<br>문항 1 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학, 확률과 통계 |
| | 핵심개념 및 용어 | 경우의 수, 조합, 조건부 확률, 확률변수 |
| 예상 소요 시간 | 의예과 25분 / 100분 ; 약학과 30분 / 90분 | |

### 2. 문항 및 제시문

**문항 1** 제시문 (ㄱ)~(ㄹ)을 읽고 논제에 답하시오. (200점)

(ㄱ) 하나의 상자에 다음 시행을 반복하여 공을 넣거나 꺼내려고 한다.

> 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 $1$이면 흰 공 $3$개를, $2$ 이상 $4$ 이하이면 검은 공 $2$개를 상자에 넣고, $5$ 이상이면 상자에서 임의로 공 $1$개를 꺼낸다.
> (단, 상자가 비어있을 때 나온 눈의 수가 $5$ 이상이면 공을 넣지도 않고 꺼내지 않는다.)

(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 상자가 비어있는 상태에서 시작하여 제시문 (ㄱ)의 시행을 $k$번 반복한 후 상자에 들어 있는 흰 공의 개수를 $a_k$, 검은 공의 개수를 $b_k$라고 하자. 이때 $a_k$와 $b_k$가 다음 조건을 모두 만족시키거나 $k=10$이면 더 이상 시행을 반복하지 않고 멈추기로 한다.

> (가) $a_k=3$
> (나) $b_k>0$
> (다) $b_k$는 $3$의 배수 또는 $3$의 약수이다.

(ㄷ) 제시문 (ㄴ)의 방법으로 시행을 반복할 때, 시작 후 멈출 때까지의 총 시행 횟수를 확률변수 $X$라고 하자.

(ㄹ) 제시문 (ㄷ)의 확률변수 $X$에 대하여 $X=4$일 확률을 $p$, $X \le 5$일 때 $X=3$일 확률을 $q$라고 하자.

논제 (200점) 제시문 (ㄹ)의 $p$와 $q$의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

## 3. 출제 의도

1) 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는지 확인한다.
2) 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있는지 확인한다.
3) 확률변수를 이해하고, 주어진 조건에서의 확률변수가 가지는 확률값을 계산할 수 있는지를 확인한다.
4) 조건부확률을 이해하고 구할 수 있는지를 확인한다.

## 4. 출제 근거

### 가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|---|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 제시문 (ㄱ) | [수학] - (5) 확률과 통계 - 1 경우의 수<br>[10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다. |
| 제시문 (ㄴ) | [수학] - (5) 확률과 통계 - 2 순열과 조합<br>[10수학05-03] 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다. |
| 제시문 (ㄷ) | [확률과 통계] - (2) 확률 - 1 확률의 뜻과 활용<br>[12확통02-03] 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.<br>[12확통12-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.<br>[확률과 통계] - (3) 통계 - 1 확률분포<br>[12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다. |
| 제시문 (ㄹ) | [확률과 통계] - (2) 확률 - 1 확률의 뜻과 활용<br>[12확통02-03] 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.<br>[12확통12-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.<br>[확률과 통계] - (2) 확률 - 2 조건부확률<br>[12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.<br>[확률과 통계] - (3) 통계 - 1 확률분포<br>[12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다. |
| 논제 | [확률과 통계] - (2) 확률 - 2 조건부확률<br>[12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.<br>[확률과 통계] - (3) 통계 - 1 확률분포<br>[12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|---|---|---|---|---|---|
| 고등학교 교과서 | 수학 | 권오남 외 | 교학사 | 2021 | 254-273 |
| | 수학 | 박교식 외 | 동아출판 | 2021 | 254-274 |
| | 수학 | 류희찬 외 | 천재교과서 | 2024 | 258-277 |
| | 확률과 통계 | 권오남 외 | 교학사 | 2020 | 53-85 |
| | 확률과 통계 | 박교식 외 | 동아출판 | 2020 | 50-83 |
| | 확률과 통계 | 김원경 외 | 비상교육 | 2021 | 44-76 |

## 5. 문항 해설

1) 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는지 평가한다.
2) 조합의 수를 구할 수 있는지 평가한다.
3) 주어진 조건에서 확률변수가 가지는 확률값을 계산할 수 있는지 평가한다.
4) 조건부확률을 구할 수 있는지 평가한다.

## 6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|---|---|---|
| 논제 | 매 시행에서 흰 공을 3개 넣는 사건을 $W$, 검은 공을 2개 넣는 사건을 $B$라고 하자. 공을 꺼내지 않는 사건을 $U$, 흰 공을 하나 꺼내는 사건을 $V$, 검은 공 하나를 꺼내는 사건을 $A$라고 하자.<br>제시문 (ㄴ)의 조건에서 $b_k$는 3의 배수 또는 약수이고, 최대 시행회수가 10번까지이나 제시문 (ㄹ)의 확률 $p$는 $X=4$인 경우를, $q$는 $X\leq 5$인 경우를 고려하므로, 고려해야 할 흰 공과 검은 공 개수의 순서쌍 조합은 $(3, 1), (3, 3), (3, 6)$이다. 사건 $U$를 제외하고 생각했을 때, 각 순서쌍이 나올 수 있는 사건의 조합은 다음과 같다.<br>(1) $WBA$<br>(2) $WBBA$<br>(3) $WBBB$ | 60 |
| | (1) 사건 $W, B, A$가 각각 한 번씩 일어나는 경우<br>사건의 순서가 $WBA$, $BWA$인 경우 $\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}$의 확률을 가지며,<br>$BAW$인 경우 확률이 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{1}{6}$이다.<br>따라서 (1)의 확률은 $\left[2\times\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{1}{6}\right)\right]=\frac{1}{20}$이다. | 60 |

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|---|---|---|
| 논제 | (2) 사건 $W$와 사건 $A$가 한 번씩, 사건 $B$가 두 번 일어나는 경우<br>5가지 경우의 조합$(BABW/BBAW/WBBA, BWBA, BBWA)$으로 생각할 수 있으며,<br>이에 대한 확률은 다음과 같다.<br>$\left[\left(\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\right)\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{4}{4}\right)\times\frac{1}{6}\right)+\left(3\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}\right)\right)\right]=\frac{13}{252}$<br><br>(3) 사건 $W$가 한 번, 사건 $B$가 세 번 일어나는 경우<br>한 번의 사건 $W$와 세 번의 사건 $B$로 고려할 수 있는 모든 조합을 고려한 확률의 총합은 다음과 같다.<br>$4\times\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{12}$ | |
| | 확률 $p$는 $X=4$일 확률이므로, 첫 사건으로 먼저 $U$가 일어난 후 (1)의 경우가 일어나거나 $(UWBA, UBWA, UBAW)$, (2), (3)이 일어나는 경우이다. 따라서, 제시문 (ㄹ)의 확률 $p$는 위에서 계산한 세 개의 확률의 합이다.<br>$\frac{1}{3}\times\frac{1}{20}+\frac{13}{252}+\frac{1}{12}=\frac{191}{1260}$ | 30 |
| | 제시문 (ㄹ)에 제시된 총 시행 횟수의 조건 $X\leq 5$을 고려할 때, $X=3$일 확률은 (1)에서 구한 $\frac{1}{20}$이다.<br>$X=5$일 확률은 크게 세 가지로 나누어서 생각할 수 있다.<br>① 첫 사건으로 먼저 $U$가 두 번 일어난 후 (1)의 사건 조합이 일어나는 경우<br>$(UUWBA, UUBWA, UUBAW)$<br>② 첫 사건으로 먼저 $U$가 한 번 일어난 후 (2)의 사건 조합이 일어나는 경우<br>$(UBABW, UBBAW, UWBBA, UBWBA, UBBWA)$<br>③ 첫 사건으로 먼저 $U$가 한 번 일어난 후 (3)의 사건 조합이 일어나는 경우<br>$(UWBBB, UBWBB, UBBWB, UBBBW)$<br>$X\leq 5$일 확률은 위의 세가지 경우를 통합하여 다음과 같이 계산한다.<br>$\frac{1}{20}\times\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\frac{13}{252}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{12}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{13}{180}+\frac{13}{189}+\frac{1}{9}$<br>따라서 조건부 확률 $q$는 다음과 같이 계산된다.<br>$\dfrac{\frac{1}{20}}{\frac{13}{180}+\frac{13}{189}+\frac{1}{9}}=\frac{189}{953}$ | 60 |

## 7. 예시 답안

매 시행에서 흰 공을 3개 넣는 사건을 $W$, 검은 공을 2개 넣는 사건을 $B$라고 하자. 공을 꺼내지 않는 사건을 $U$, 흰 공을 하나 꺼내는 사건을 $V$, 검은 공 하나를 꺼내는 사건을 $A$라고 하자.

제시문 (ㄴ)의 조건에서 $b_k$는 3의 배수 또는 약수이므로, 최대 시행회수가 10번까지임을 고려할 때, 검은 공의 개수 $b_k$로 가능한 값은 $1, 3, 6, 9, 12, 15, 18$이다. 이 중 제시문 (ㄹ)의 확률 $p$는 $X=4$인 경우를, $q$는 $X \leq 5$인 경우를 고려하므로, 고려해야 할 흰 공과 검은 공 개수의 순서쌍 조합은 $(3, 1), (3, 3), (3, 6)$이다. $X \leq 5$이고 사건 $U$는 공의 개수에 영향을 미치지 않으므로 사건 $U$를 제외하고 생각했을 때, 각 순서쌍이 나올 수 있는 사건의 조합은 다음과 같다. 이때, 사건 $A$는 이전 시행에서 사건 $B$가 일어난 후에만 가능하다.

| | |
|---|---|
| (1) | $WBA$ |
| (2) | $WBBA$ |
| (3) | $WBBB$ |

(1) 사건 $W, B, A$가 각각 한 번씩 일어나는 경우

사건의 순서가 $WBA$, $BWA$인 경우 $\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}$의 확률을 가지며, $BAW$인 경우 확률이 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{1}{6}$이다.

따라서 (1)의 확률은 $\left[2\times\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{1}{6}\right)\right]=\frac{1}{20}$이다.

(2) 사건 $W$와 사건 $A$가 한 번씩, 사건 $B$가 두 번 일어나는 경우

4가지의 경우($BAWB$, $BABW/BWAB$, $WBAB/BBAW/WBBA$, $BWBA$, $BBWA$)로 나누어 생각할 수 있으며, 이 중에서 세 가지 조합 $BAWB$, $BWAB$, $WBAB$ 경우는 제시문 (ㄴ)의 조건에 의해 세 번째 시행 후 중단되므로 제외한다. 나머지 경우로 생각할 수 있는 모든 조합에 대한 확률은 다음과 같다.

$$\left[\left(\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\right)\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{4}{4}\right)\times\frac{1}{6}\right)+\left(3\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}\right)\right)\right]=\frac{13}{252}$$

(3) 사건 $W$가 한 번, 사건 $B$가 세 번 일어나는 경우

한 번의 사건 $W$와 세 번의 사건 $B$로 고려할 수 있는 모든 조합을 고려한 확률의 총합은 다음과 같다.

$$4\times\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{12}$$

**확률 $p$의 계산**

확률 $p$는 $X=4$일 확률이므로, 첫 사건으로 먼저 $U$가 일어난 후 (1)의 경우가 일어나거나 $(UWBA, UBWA, UBAW)$, (2), (3)이 일어나는 경우이다. 따라서, 제시문 (ㄹ)의 확률 $p$는 위에서 계산한 세 개의 확률의 합이다.

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{20}+\frac{13}{252}+\frac{1}{12}=\frac{191}{1260}$$

**확률 $q$ 계산**

제시문 (ㄹ)에 제시된 총 시행 횟수의 조건 $X\leq 5$을 고려할 때, $X=3$일 확률은 (1)에서 구한 $\frac{1}{20}$이다.

$X=5$일 확률은 크게 세 가지로 나누어서 생각할 수 있다.

① 첫 사건으로 먼저 $U$가 두 번 일어난 후 (1)에서 고려한 사건의 조합이 일어나는 경우
$(UUWBA, UUBWA, UUBAW)$

② 첫 사건으로 먼저 $U$가 한 번 일어난 후 (2)에서 고려한 사건의 조합이 일어나는 경우
$(UBABW, UBBAW, UWBBA, UBWBA, UBBWA)$

③ 첫 사건으로 먼저 $U$가 한 번 일어난 후 (3)에서 고려한 사건의 조합이 일어나는 경우
$(UWBBB, UBWBB, UBBWB, UBBBW)$

따라서 $X\leq 5$일 확률은 다음과 같다.

$$\frac{1}{20}\times\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\frac{13}{252}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{12}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{13}{180}+\frac{13}{189}+\frac{1}{9}$$

따라서 조건부 확률 $q$는 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\frac{1}{20}}{\frac{13}{180}+\frac{13}{189}+\frac{1}{9}}=\frac{189}{953}$$