3 의예과/약학과

의예/약학 1

1. 일반 정보

유형		■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사
전형명		논술전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호		의예과 / 약학과 문항 1
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	평면좌표, 속도, 거리
예상 소요 시간		의예과 25분 / 100분, 약학과 30분 / 90분

2. 문항 및 자료

문항 1 제시문 (ㄱ)~(ㅁ)을 읽고 논제에 답하시오. (170점)

(ㄱ) 좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x,y)$의 시각 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 위치는 다음과 같다.

$$x=2\sin t-(2t-\pi)\cos t$$
$$y=2\cos t+(2t-\pi)\sin t$$

(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 점 P에서 x축과 y축에 내린 수선의 발을 각각 Q와 R이라고 하면,
점 P가 움직일 때 점 Q는 x축 위에서 직선 운동을 하고 점 R은 y축 위에서 직선 운동을 한다.

(ㄷ) 양수 a에 대하여 제시문 (ㄱ)의 점 P의 시각 $t=a$에서의 속력은 시각 $t=0$에서의 속력의 3배이다. 이때 실수 s는 다음과 같다.

> s는 $t=0$에서 $t=a$까지 점 P가 움직인 거리이다.

(ㄹ) 양수 b에 대하여 제시문 (ㄴ)의 점 Q는 시각 $t=0$일 때 출발하여 시각 $t=b$에서 Q의 운동 방향을 두 번째로 바꾼다.
이때 실수 d는 다음과 같다.

> d는 $t=0$에서 $t=b$까지 점 Q가 움직인 거리이다.

(ㅁ) 양수 c에 대하여 제시문 (ㄴ)의 점 R은 시각 $t=0$일 때 출발하여 시각 $t=c$에서 R의 운동 방향을 두 번째로 바꾼다.
이때 실수 l은 다음과 같다.

> l은 $t=0$에서 $t=c$까지 점 R이 움직인 거리이다.

논제 1 (170점) 제시문 (ㄷ)~(ㅁ)의 s, d, l의 값을 각각 구하고 그 근거를 논술하시오.

3. 출제 의도

1) 여러 가지 함수의 미분을 이해하고, 이를 활용할 수 있는지를 확인한다.
2) 속도와 이동 거리를 이해하고, 정적분을 활용하여 속도에서 거리를 구할 수 있는지를 확인한다.
3) 부분적분법을 이해하고, 이를 활용해 정적분을 구할 수 있는지를 확인한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (ㄱ)	**[수학 Ⅰ]** - (2) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수 [12수학Ⅰ01-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.
제시문 (ㄴ)	**[수학]** - (2) 기하 - $\boxed{1}$ 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
제시문 (ㄷ)	**[수학 Ⅱ]** - (2) 미분 - $\boxed{1}$ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-11] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. **[미적분]** - (2) 미분법 - $\boxed{1}$ 도함수의 활용 [12미적02-14] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. **[미적분]** - (3) 적분법 - $\boxed{1}$ 정적분의 활용 [12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.
제시문 (ㄹ)	**[수학 Ⅱ]** - (2) 미분 - $\boxed{1}$ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-11] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. **[수학 Ⅱ]** - (3) 적분 - $\boxed{1}$ 정적분의 활용 [12수학Ⅱ03-06] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.
제시문 (ㅁ)	**[수학 Ⅱ]** - (2) 미분 - $\boxed{1}$ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-11] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. **[수학 Ⅱ]** - (3) 적분 - $\boxed{1}$ 정적분의 활용 [12수학Ⅱ03-06] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다..
논제	**[미적분]** - (3) 적분법 - $\boxed{1}$ 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2021	104-117
	수학	권오남 외	교학사	2021	100-114
	수학 I	고성은 외	좋은책 신사고	2021	64-90
	수학 I	권오남 외	교학사	2021	72-96
	수학 II	권오남 외	교학사	2021	100-153
	수학 II	김원경 외	비상교육	2021	90-133
	미적분	고성은 외	좋은책 신사고	2021	112-164
	미적분	권오남 외	교학사	2021	124-182

5. 문항 해설

1) 여러 가지 함수의 미분을 이해하고, 이를 활용할 수 있는지를 평가한다.
2) 속도와 이동 거리를 이해하고, 정적분을 활용하여 속도에서 거리를 구할 수 있는지를 평가한다.
3) 부분적분법을 이해하고, 이를 활용해 정적분을 구할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
논제	점 P (x,y)에 대하여 $\frac{dx}{dt}=(2t-\pi)\sin t$, $\frac{dy}{dt}=(2t-\pi)\cos t$이므로, 시간 t에서 점 P의 속력은 다음과 같다. $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{\{(2t-\pi)\sin t\}^2+\{(2t-\pi)\cos t\}^2}=\sqrt{(2t-\pi)^2}=\lvert 2t-\pi\rvert$ 점 P의 $t=0$에서 속력은 $\lvert 2t-\pi\rvert=\pi$이고, $t=a$에서의 속력은 $\lvert 2a-\pi\rvert=3\pi$이므로 $a=2\pi$이다. 따라서 s는 다음과 같다. $s=\int_0^{2\pi}\lvert 2t-\pi\rvert dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\pi-2t)dt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi}(2t-\pi)dt$ $=\left[\pi t-t^2\right]_0^{\frac{\pi}{2}}+\left[t^2-\pi t\right]_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi}=\frac{5}{2}\pi^2$	40
	시간 t에서 점 Q의 속도는 $v(t)=(2t-\pi)\sin t$이고, 점 R의 속도는 $u(t)=(2t-\pi)\cos t$이다. 수직선을 따라 움직이는 점의 운동에서 속도의 부호는 점의 운동 방향을 나타내므로 두 점의 속도의 부호가 바뀌는 시각, 즉 운동 방향을 바꾸는 시각은 점 Q에 대하여 $\frac{\pi}{2},\pi,2\pi,\dots$이고, 점 R에 대하여 $\frac{3}{2}\pi,\frac{5}{2}\pi,\frac{7}{2}\pi\dots$이다. 따라서 $b=\pi$, $c=\frac{5}{2}\pi$이다.	50

<table>
<tr><th>하위문항</th><th>채점 기준</th><th>배점</th></tr>
<tr><td rowspan="2">논제</td><td>그러므로 d 는
$d=\int_0^{\pi}|(2t-\pi)\sin t|dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\pi-2t)\sin t\,dt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(2t-\pi)\sin t\,dt$
$=-2\left\{\int_0^{\frac{\pi}{2}}t\sin t\,dt-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}t\sin t\,dt\right\}$ 이고,
부분적분법을 이용하면,
$\int t\sin t\,dt=t(-\cos t)-\int(-\cos t)\,dt=-t\cos t+\sin t$ 이므로,
$d=-2\left\{[-t\cos t+\sin t]_0^{\frac{\pi}{2}}+[t\cos t-\sin t]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right\}=2\pi-4$ 이다.</td><td>40</td></tr>
<tr><td>또한 l 은
$l=\int_0^{\frac{5}{2}\pi}|(2t-\pi)\cos t|dt=\int_0^{\frac{3}{2}\pi}(\pi-2t)\cos t\,dt+\int_{\frac{3}{2}\pi}^{\frac{5}{2}\pi}(2t-\pi)\cos t\,dt$
$=-3\pi-2\left\{\int_0^{\frac{3}{2}\pi}t\cos t\,dt-\int_{\frac{3}{2}\pi}^{\frac{5}{2}\pi}t\cos t\,dt\right\}$ 이고,
부분적분법을 이용하면, $\int t\cos t\,dt=t\sin t-\int\sin t\,dt=t\sin t+\cos t$ 이므로,
$l=-3\pi-2\left\{[t\sin t+\cos t]_0^{\frac{3}{2}\pi}-[t\sin t+\cos t]_{\frac{3}{2}\pi}^{\frac{5}{2}\pi}\right\}=8\pi+2$ 이다.</td><td>40</td></tr>
</table>

7. 예시 답안

점 $\mathrm{P}(x, y)$에 대하여 $\dfrac{dx}{dt}=(2t-\pi)\sin t$, $\dfrac{dy}{dt}=(2t-\pi)\cos t$이므로, 시간 t에서 점 P의 속력은 다음과 같다.

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{\{(2t-\pi)\sin t\}^2+\{(2t-\pi)\cos t\}^2}=\sqrt{(2t-\pi)^2}=|2t-\pi|$$

점 P의 $t=0$에서 속력은 $|2t-\pi|=\pi$이고, $t=a$에서의 속력은 $|2a-\pi|=3\pi$이므로 $a=2\pi$이다.

따라서 s는 다음과 같다.

$$s=\int_0^{2\pi}|2t-\pi|\,dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\pi-2t)\,dt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi}(2t-\pi)\,dt$$
$$=\left[\pi t-t^2\right]_0^{\frac{\pi}{2}}+\left[t^2-\pi t\right]_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi}=\frac{5}{2}\pi^2$$

시간 t에서 점 Q의 속도는 $v(t)=(2t-\pi)\sin t$이고, 점 R의 속도는 $u(t)=(2t-\pi)\cos t$이다.

수직선을 따라 움직이는 점의 운동에서 속도의 부호는 점의 운동 방향을 나타내므로 두 점의 속도의 부호가 바뀌는 시각,

즉 운동 방향을 바꾸는 시각은 점 Q에 대하여 $\dfrac{\pi}{2}, \pi, 2\pi, \ldots$이고, 점 R에 대하여 $\dfrac{3}{2}\pi, \dfrac{5}{2}\pi, \dfrac{7}{2}\pi\ldots$이다.

따라서 $b=\pi$, $c=\dfrac{5}{2}\pi$이다.

그러므로 d는

$$d=\int_0^{\pi}|(2t-\pi)\sin t|\,dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\pi-2t)\sin t\,dt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(2t-\pi)\sin t\,dt$$
$$=-2\left\{\int_0^{\frac{\pi}{2}}t\sin t\,dt-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}t\sin t\,dt\right\}\ \text{이고,}$$

부분적분법을 이용하면,

$$\int t\sin t\,dt=t(-\cos t)-\int(-\cos t)\,dt=-t\cos t+\sin t\ \text{이므로,}$$
$$d=-2\left\{\left[-t\cos t+\sin t\right]_0^{\frac{\pi}{2}}+\left[t\cos t-\sin t\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right\}=2\pi-4\ \text{이다.}$$

또한 l은

$$l=\int_0^{\frac{5}{2}\pi}|(2t-\pi)\cos t|\,dt=\int_0^{\frac{3}{2}\pi}(\pi-2t)\cos t\,dt+\int_{\frac{3}{2}\pi}^{\frac{5}{2}\pi}(2t-\pi)\cos t\,dt$$
$$=-3\pi-2\left\{\int_0^{\frac{3}{2}\pi}t\cos t\,dt-\int_{\frac{3}{2}\pi}^{\frac{5}{2}\pi}t\cos t\,dt\right\}\ \text{이고,}$$

부분적분법을 이용하면, $\displaystyle\int t\cos t\,dt=t\sin t-\int\sin t\,dt=t\sin t+\cos t$이므로,

$$l=-3\pi-2\left\{\left[t\sin t+\cos t\right]_0^{\frac{3}{2}\pi}-\left[t\sin t+\cos t\right]_{\frac{3}{2}\pi}^{\frac{5}{2}\pi}\right\}=8\pi+2\ \text{이다.}$$

의예/약학 2

1. 일반 정보

유형		■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사
전형명		논술전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호		의예과 / 약학과 문항 2
출제 범위	교육과정 과목명	미적분
	핵심개념 및 용어	지수함수, 그래프의 개형, 정적분
예상 소요 시간		의예과 25분 / 100분, 약학과 30분 / 90분

2. 문항 및 자료

문항 2 제시문 (ㄱ)~(ㄹ)을 읽고 논제에 답하시오. (170점)

(ㄱ) 실수 t에 대하여 곡선 $y=e^{2x}$ 위의 점 (t, e^{2t})에서의 접선의 방정식을 $y=f(x)$라고 하자.

(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 실수 t와 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)+k-2\ln x|$가 구간 $(0, \infty)$에서 미분가능하도록 하는 실수 k의 최솟값을 $m(t)$라 하자. 이때 함수 $h(t)$는 다음과 같다.

$$h(t)=e^{-t}(m(t)+2t+1)$$

(ㄷ) 두 실수 $a, b(a<b)$와 제시문 (ㄴ)의 함수 $h(t)$에 대하여 실수 s는 다음과 같다.

$$s=\int_a^b (t-1)^2 h(t)dt$$

(ㄹ) 두 실수 $\alpha, \beta(\alpha<\beta)$와 제시문 (ㄷ)의 실수 a, b, s에 대하여 $a=\alpha$, $b=\beta$일 때, s의 값이 최소가 된다.

논제 1 (170점) 제시문 (ㄹ)의 두 실수 α, β에 대하여 $\alpha+\beta$의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

3. 출제 의도

1) 접선의 방정식을 구할 수 있고, 이를 활용할 수 있는지를 확인한다.
2) 함수의 그래프의 개형을 이해하고, 이를 활용할 수 있는지를 확인한다.
3) 함수의 적분을 이해하고, 이를 활용할 수 있는지를 확인한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (ㄱ)	**[미적분]** - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. **[미적분]** - (2) 미분법 - 3 도함수의 활용 [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 (ㄴ)	**[미적분]** - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. **[미적분]** - (2) 미분법 - 13 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
제시문 (ㄷ)	**[미적분]** - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
제시문 (ㄹ)	**[미적분]** - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
논제	**[미적분]** - (2) 미분법 - 3 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. **[미적분]** - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	황선욱 외	미래엔	2021	53-59, 106-118, 137-142
	미적분	김원경 외	비상교육	2021	55-57, 96-103, 134-142
	미적분	박교식 외	동아출판	2021	57-60, 101-108, 127-133
	미적분	이준열 외	천재교육	2021	61-64, 108-117, 139-146
	미적분	권오남 외	교학사	2021	60-63, 108-119, 140-148

5. 문항 해설

1) 접선의 방정식을 구할 수 있고, 이를 활용할 수 있는지를 평가한다.

2) 함수의 그래프의 개형을 이해하고, 이를 활용할 수 있는지를 평가한다.

3) 함수의 적분을 이해하고, 이를 활용할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
논제	곡선 $y=e^{2x}$ 위의 점 (t,e^{2t})에서의 접선의 방정식은 $y=2e^{2t}(x-t)+e^{2t}$ 이므로 $f(x)=2e^{2t}(x-t)+e^{2t}$ 이다.	40
	제시문 (ㄴ)의 함수 $g(x)=\lvert f(x)+k-2\ln x\rvert$에 대하여, $g_1(x)=f(x)+k-2\ln x$라고 하면 $g_1'(x)=f'(x)-\frac{2}{x}=2e^{2t}-\frac{2}{x}$ 이므로 함수 $g_1(x)$는 $g_1'(x)=0$을 만족하는 $x=e^{-2t}$에서 극솟값 $g_1(e^{-2t})=(1-2t)e^{2t}+k+4t+2$을 갖는다. 따라서, $x>0$인 모든 실수에 대해 함수 $g(x)=\lvert f(x)+k-2\ln x\rvert$가 미분가능하기 위해서는 $g_1(e^{-2t})=(1-2t)e^{2t}+k+4t+2\ge 0$. 즉 $k\ge(2t-1)e^{2t}-4t-2$을 만족해야 하므로, $m(t)=(2t-1)e^{2t}-4t-2$이고, $h(t)=e^{-t}(m(t)+2t+1)=e^{t}(2t-1)-e^{-t}(2t+1)$이다.	40
	한편, $h'(t)=e^{t}(2t-1)+2e^{t}+e^{-t}(2t+1)-2e^{-t}=(1+2t)e^{t}-(1-2t)e^{-t}$이다. $h'(0)=0$이고, 임의의 양수 t에 대해 $1+2t>1-2t$, $e^{t}>e^{-t}$에 의해 $h'(t)>0$이므로 $t\ge 0$에서 함수 $h(t)$는 증가함수이다. $h(0)=-2$, $h(1)=e-3e^{-1}>0$이므로 0과 1사이의 어떤 실수 q에서 $h(q)=0$을 만족하고 $h(-t)=h(t)$이므로 $h(-q)=0$이다.	50
	모든 실수 t에 대하여 $(t-1)^2\ge 0$이므로 $(t-1)^2h(t)$는 $-q<t<q$일 때만 음의 값을 가진다. 따라서, $\alpha=-q$, $\beta=q$일 때 s가 최소가 된다. 따라서, $\alpha+\beta=0$이다.	40

7. 예시 답안

곡선 $y=e^{2x}$ 위의 점 (t, e^{2t}) 에서의 접선의 방정식은

$y=2e^{2t}(x-t)+e^{2t}$ 이므로

$f(x)=2e^{2t}(x-t)+e^{2t}$ 이다.

제시문 (ㄴ)의 함수 $g(x)=|f(x)+k-2\ln x|$에 대하여, $g_1(x)=f(x)+k-2\ln x$라고 하면

$g_1{}'(x)=f'(x)-\dfrac{2}{x}=2e^{2t}-\dfrac{2}{x}$ 이므로 함수 $g_1(x)$는 $g_1{}'(x)=0$을 만족하는 $x=e^{-2t}$에서

극솟값 $g_1(e^{-2t})=(1-2t)e^{2t}+k+4t+2$을 갖는다.

따라서, $x>0$인 모든 실수에 대해 함수 $g(x)=|f(x)+k-2\ln x|$가 미분가능하기 위해서는

$g_1(e^{-2t})=(1-2t)e^{2t}+k+4t+2 \geq 0$. 즉 $k \geq (2t-1)e^{2t}-4t-2$을 만족해야 하므로,

$m(t)=(2t-1)e^{2t}-4t-2$ 이고, $h(t)=e^{-t}(m(t)+2t+1)=e^{t}(2t-1)-e^{-t}(2t+1)$이다.

한편, $h'(t)=e^{t}(2t-1)+2e^{t}+e^{-t}(2t+1)-2e^{-t}=(1+2t)e^{t}-(1-2t)e^{-t}$ 이다.

$h'(0)=0$이고, 임의의 양수 t에 대해 $1+2t>1-2t$, $e^{t}>e^{-t}$에 의해 $h'(t)>0$이므로 $t \geq 0$에서

함수 $h(t)$는 증가함수이다. $h(0)=-2$, $h(1)=e-3e^{-1}>0$이므로 0과 1사이의 어떤 실수 q에서 $h(q)=0$을 만족하고

$h(-t)=h(t)$이므로 $h(-q)=0$이다.

모든 실수 t에 대하여 $(t-1)^2 \geq 0$이므로 $(t-1)^2h(t)$는 $-q<t<q$일 때만 음의 값을 가진다.

따라서, $\alpha=-q$, $\beta=q$일 때 s가 최소가 된다. 따라서, $\alpha+\beta=0$이다.