02 자연·공학 계열 / 간호학과

자연·공학/간호학과 1

① 일반 정보

유형		■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사
전형명		논술전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호		자연과학·공학계열 및 간호학과 / 문항 1
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	복소수와 이차 방정식, 삼차방정식, 이차부등식과 이차함수의 관계
예상 소요 시간		30분 / 전체 90분

② 문항 및 자료

[문항 1] 제시문 (ㄱ)~(ㄴ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (30점)

(ㄱ) 함수 $f(x)$와 실수 k, 복소수 z는 다음 조건을 만족시킨다. (단, $i=\sqrt{-1}$)

> (가) $f(x)=2x^3-2(k+2)x^2+(k^2+4k-6)x-2k^2+12$
>
> (나) $3z-1$은 방정식 $f(x)=0$의 한 허근이다.
>
> (다) $3z-1$은 $2z-\dfrac{5}{3}i$의 켤레복소수이다.

(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 집합을 S라 하자.

> 모든 실수 x에 대하여 $\left|ax^2-2(a+3)x+11\right| \le \dfrac{|f'(x)|}{2}$이다.

논제 1 (15점) 제시문 (ㄱ)의 k의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

논제 2 (15점) 제시문 (ㄴ)의 집합 S를 구하고 그 근거를 논술하시오.

③ 출제 의도

가) 다항식의 인수분해를 하고 이를 활용할 수 있는지 확인한다.

나) 복소수의 성질을 이해하고 활용할 수 있는지 확인한다.

다) 다항함수의 도함수를 구할 수 있는지 확인한다.

라) 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고 이차부등식을 풀 수 있는지 확인한다.

④ 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (ㄱ)	[수학] - (1) 문자와 식 - 1 다항식의 연산 [10수학01-01] 다항식의 사칙연산을 할 수 있다. [수학] - (1) 문자와 식 - 4 복소수와 이차방정식 [10수학01-05] 복소수의 뜻과 성질을 이해하고 사칙연산을 할 수 있다. [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다.
제시문 (ㄴ)	[수학] - (1) 문자와 식 - 6 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. [수학] - (3) 수와 연산 - 2 명제 [10수학03-08] 절대부등식의 의미를 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다. [수학 Ⅱ] - (2) 미분 - 2 도함수 [12수학 Ⅱ 02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
논제 1	[수학] - (1) 문자와 식 - 1 다항식의 연산 [10수학01-01] 다항식의 사칙연산을 할 수 있다. [수학] - (1) 문자와 식 - 4 복소수와 이차방정식 [10수학01-05] 복소수의 뜻과 성질을 이해하고 사칙연산을 할 수 있다. [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다.
논제 2	[수학] - (1) 문자와 식 - 6 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. [수학] - (3) 수와 연산 - 2 명제 [10수학03-08] 절대부등식의 의미를 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다. [수학 Ⅱ] - (2) 미분 - 2 도함수 [12수학 Ⅱ 02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	김원경 외	비상	2020	43-88, 159-192
	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	46-98, 166-206
	수학	박교식 외	동아출판	2021	41-89, 163-200
	수학 Ⅱ	김원경 외	비상	2020	51-95
	수학 Ⅱ	이준열 외	천재교육	2021	52-102
	수학 Ⅱ	고성은 외	좋은책 신사고	2021	53-99

5 문항 해설

① 복소수의 성질을 이해하고 활용할 수 있는지 확인한다.

② 다항함수의 도함수를 구할 수 있는지 확인한다.

③ 다항식의 인수분해를 하고 이를 활용할 수 있는지 확인한다.

④ 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고 이차부등식을 풀 수 있는지 확인한다.

6 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 1	제시문 (ㄱ)의 (가)에 의해서 $f(x)=(x-2)(2x^2-2kx+k^2-6)$ 실수 α, β에 대하여 $z=\alpha+\beta i$라 하자. 제시문 (ㄱ)의 (다)에 의해서 $3\alpha-1-3\beta i=\overline{3z-1}=2z-\frac{5}{3}i=2\alpha+\left(2\beta-\frac{5}{3}\right)i$이 되고 $\alpha=1, \beta=\frac{1}{3}$이다. 따라서 방정식 $f(x)=0$의 한 허근은 $3z-1=2+i$이다.	10
	$f(2+i)=i\left(2(3+4i)-2k(2+i)+k^2-6\right)=(k-4)(2+ki)=0$이므로 $k=4$이다.	5

<table>
<tr><td rowspan="4">논제 2</td><td>

$f(x)=2x^3-12x^2+26x-20$이므로

$f'(x)=6x^2-24x+26=6(x-2)^2+2>0$이다. 따라서 모든 실수 x에 대하여

$$-3x^2+12x-13\le ax^2-2(a+3)x+11\le 3x^2-12x+13$$

즉, $\begin{cases}(3-a)x^2-2(3-a)x+2\ge 0\\ (a+3)x^2-2(a+9)x+24\ge 0\end{cases}$

을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 집합이 S이다.

</td><td>3</td></tr>
<tr><td>

1) $a=3$인 경우

모든 실수 x에 대하여

$(3-a)x^2-2(3-a)x+2=2\ge 0$이고

$(a+3)x^2-2(a+9)x+24=6(x-2)^2\ge 0$이다.

따라서 $a=3$은 집합 S의 원소이다.

2) $a=-3$인 경우

$x=3$일 때, $(a+3)x^2-2(a+9)x+24=-12(x-2)=-12<0$이다.

따라서 $a=-3$은 집합 S의 원소가 아니다.

</td><td>4</td></tr>
<tr><td>

3) $a\ne 3, a\ne -3$인 경우

모든 실수 x에 대하여 위의 두 이차부등식이 성립하기 위한 조건은

$3-a>0,\ (3-a)^2-2(3-a)=(a-1)(a-3)\le 0$이고

$a+3>0,\ (a+9)^2-24(a+3)=(a-3)^2\le 0$이다.

따라서 $a\ne 3, a\ne -3$인 실수 a는 집합 S의 원소가 아니다.

</td><td>6</td></tr>
<tr><td>1), 2), 3)에 의해서 $S=\{3\}$.</td><td>2</td></tr>
</table>

7 예시 답안

논제 1

제시문 (ㄱ)의 (가)에 의해서

$$f(x)=(x-2)\left(2x^2-2kx+k^2-6\right)$$

실수 α, β에 대하여 $z=\alpha+\beta i$라 하자. 제시문 (ㄱ)의 (다)에 의해서

$$3\alpha-1-3\beta i=\overline{3z-1}=2z-\frac{5}{3}i=2\alpha+\left(2\beta-\frac{5}{3}\right)i\text{이 되고}$$

$\alpha=1, \beta=\dfrac{1}{3}$이다. 따라서 방정식 $f(x)=0$의 한 허근은 $3z-1=2+i$이다.

$$f(2+i)=i\left(2(3+4i)-2k(2+i)+k^2-6\right)=(k-4)(2+ki)=0\text{이므로 } k=4\text{이다.}$$

논제 2

$f(x)=2x^3-12x^2+26x-20$이므로 $f'(x)=6x^2-24x+26=6(x-2)^2+2>0$이다.

따라서 모든 실수 x에 대하여

$$-3x^2+12x-13\le ax^2-2(a+3)x+11\le 3x^2-12x+13$$

$$\text{즉, }\begin{cases}(3-a)x^2-2(3-a)x+2\ge 0\\ (a+3)x^2-2(a+9)x+24\ge 0\end{cases}$$

을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 집합이 S이다.

1) $a=3$인 경우

모든 실수 x에 대하여

$(3-a)x^2-2(3-a)x+2=2\ge 0$이고 $(a+3)x^2-2(a+9)x+24=6(x-2)^2\ge 0$이다.

따라서 $a=3$은 집합 S의 원소이다.

2) $a=-3$인 경우

$x=3$일 때, $(a+3)x^2-2(a+9)x+24=-12(x-2)=-12<0$이다.

따라서 $a=-3$은 집합 S의 원소가 아니다.

3) $a\ne 3,\ a\ne -3$인 경우

모든 실수 x에 대하여 위의 두 이차부등식이 성립하기 위한 조건은

$$3-a>0,\quad (3-a)^2-2(3-a)=(a-1)(a-3)\le 0\text{이고}$$

$$a+3>0,\quad (a+9)^2-24(a+3)=(a-3)^2\le 0\text{이다.}$$

따라서 $a\ne 3,\ a\ne -3$인 실수 a는 집합 S의 원소가 아니다.

1), 2), 3)에 의해서 $S=\{3\}$.

자연·공학/간호학과 2

① 일반 정보

유형	■ 논술고사　　□ 면접 및 구술고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연과학·공학계열 및 간호학과 / 문항 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 II
	핵심개념 및 용어	극대와 극소, 함수의 그래프, 도함수의 활용, 정적분, 미분과 적분의 관계
예상 소요 시간	30분 / 전체 90분	

② 문항 및 자료

[문항 2] 제시문 (ㄱ)~(ㄷ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (30점)

(ㄱ) 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0)=0$
> (나) 임의의 실수 t에 대하여 $\int_0^t f(5+x)\,dx=\int_0^t f(5-x)\,dx$이다.
> (다) $f(x)$는 $x=10$에서 극값을 가진다.

(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$에 대하여 실수 M은 다음 조건을 만족시킨다.

> 실수 k에 대하여 방정식 $f(x)=k$의 서로 다른 양의 실근의 개수를 n이라 할 때,
> (가) $0<k<M$이면 $n=3$
> (나) $k>M$이면 $n=1$

(ㄷ) 제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$에 대하여 실수 $a,\ b,\ c$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0<a<b<c$
> (나) $f(a)=f(b)=f(c)$
> (다) $c-a=\sqrt{70}$

논제 1 (15점) 제시문 (ㄴ)의 M의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

논제 2 (15점) 제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$와 제시문 (ㄷ)의 a에 대하여 $f(a)$의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

③ 출제 의도

가) 정적분의 뜻을 알고 미분과 적분의 관계를 활용할 수 있는지 확인한다.

나) 함수의 극대, 극소의 의미를 활용할 수 있는지 확인한다.

다) 도함수를 활용하여 함수의 그래프를 파악할 수 있는지 확인한다.

라) 방정식과 부등식에 대한 문제에 도함수를 활용하여 해결할 수 있는지 확인한다.

④ 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (ㄱ)	[수학 Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [수학 Ⅱ] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다.
제시문 (ㄴ)	[수학 Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
제시문 (ㄷ)	[수학 Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
논제 1	[수학 Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [수학 Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다. [수학 Ⅱ] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다.
논제 2	[수학 Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [수학 Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	류희찬 외	천재교과서	2021	50-149
	수학 II	류희찬 외	비상교육	2021	50-142
	수학 II	고성은 외	좋은책 신사고	2021	53-151

5 문항 해설

① 함수의 극대, 극소의 의미, 미분과 적분의 관계를 알고 이를 활용하여 사차함수를 구할 수 있는지 확인한다.

② 도함수를 활용하여 함수의 그래프를 파악하고 이를 통해 방정식의 근의 개수를 파악할 수 있는지 확인한다.

③ 도함수를 활용하여 함수의 그래프를 파악하고 이를 통해 방정식에 대한 문제를 해결할 수 있는지 확인한다.

6 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 1	$\int_0^t f(5+x)\,dx = \int_0^t f(5-x)\,dx$ 의 양변을 t에 대하여 미분하면 $f(5+t)=f(5-t)$이다. $g(x)=f(x+5)$라 하면 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 사차함수이므로 $g(x)=x^4+c_3x^3+c_2x^2+c_1x+c_0$이다. 그런데, 임의의 실수 t에 대하여 $g(t)=f(t+5)=f(5-t)=g(-t)$, 즉 $t(c_3t^2+c_1)=0$이다. $t=1$일 때 $c_3+c_1=0$이고, $t=2$일 때 $4c_3+c_1=0$이므로 $c_3=c_1=0$이다. 따라서 $g(x)=x^4+c_2x^2+c_0$이다. $y=g(x)$의 그래프는 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프이므로 제시문 (ㄱ)의 (가)와 (다)에 의해 $g(-5)=0$이고 $g(x)$는 $x=5$에서 극값을 가진다. 그러므로 $g(-5)=625+25c_2+c_0=0$, $g'(5)=500+10c_2=0$, 즉 $c_2=-50$, $c_0=625$이다. 따라서 $g(x)=x^4-50x^2+625=(x^2-25)^2=(x-5)^2(x+5)^2$, $f(x)=g(x-5)=x^2(x-10)^2$이다.	10
	함수 $f(x)$는 $x=0,\ 10$에서 극솟값 $f(0)=f(10)=0$을 가지고, $x=5$에서 극댓값 $f(5)=625$을 갖는다. 따라서 방정식 $x^2(x-10)^2=k$의 서로 다른 양의 실근의 개수는 $0<k<625$일 때 3이고, $k>625$일 때 1이다. 그러므로 $M=625$이다.	5

논제 2	$f(a)=f(b)=f(c)=k$라 하자. $a,\ b,\ c$가 방정식 $f(x)=k$, 즉 $x^2(x-10)^2=k$의 서로 다른 세 양의 실근이므로 $0<k<625$이다. $g(x)=f(x+5)=(x^2-25)^2=x^4-50x^2+625$라 하면, 함수 $y=g(x)$는 $x=-5$, $x=5$에서 극솟값 $g(-5)=g(5)=0$을 가지고 $x=0$에서 극댓값 $g(0)=625$를 가진다. 그러므로 방정식 $g(x)=k$는 서로 다른 네 실근 $-\beta,\ -\alpha,\ \alpha,\ \beta$(단, $0<\alpha<5<\beta$)를 갖는다. 따라서 $g(x)-k=(x-\alpha)(x+\alpha)(x-\beta)(x+\beta)=x^4-(\alpha^2+\beta^2)x^2+\alpha^2\beta^2$이다. 또한 $g(x)-k=x^4-50x^2+625-k$이므로 $\alpha^2+\beta^2=50,\ \alpha^2\beta^2=625-k$이다. $f(5-\beta)=g(-\beta)=k$, $f(5-\alpha)=g(-\alpha)=k$, $f(5+\alpha)=g(\alpha)=k$, $f(5+\beta)=g(\beta)=k$이므로 방정식 $f(x)=k$의 서로 다른 네 실근은 $5-\beta, 5-\alpha, 5+\alpha, 5+\beta$이다. $0<\alpha<5<\beta$이므로 $5-\beta<0<5-\alpha<5+\alpha<5+\beta$가 되어 $a=5-\alpha,\ b=5+\alpha,\ c=5+\beta$이다.	10
	제시문 (ㄷ)의 (다)에 의해 $c-a=\sqrt{70}$ 이므로 $2\alpha\beta=(\alpha+\beta)^2-(\alpha^2+\beta^2)=(c-a)^2-50=20$, 즉 $\alpha\beta=10$이다. 따라서 $100=\alpha^2\beta^2=625-k$이고, $f(a)=k=525$이다.	5

예시 답안

논제 1

$\int_0^t f(5+x)\,dx=\int_0^t f(5-x)\,dx$의 양변을 t에 대하여 미분하면 $f(5+t)=f(5-t)$이다.

$g(x)=f(x+5)$라 하면 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 사차함수이므로

$g(x)=x^4+c_3x^3+c_2x^2+c_1x+c_0$이다.

그런데, 임의의 실수 t에 대하여 $g(t)=f(t+5)=f(5-t)=g(-t)$, 즉 $t(c_3t^2+c_1)=0$이다.

$t=1$일 때 $c_3+c_1=0$이고, $t=2$일 때 $4c_3+c_1=0$이므로 $c_3=c_1=0$이다.

따라서 $g(x)=x^4+c_2x^2+c_0$이다.

$y=g(x)$의 그래프는 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프이므로 제시문 (ㄱ)의 (가)와 (다)에 의해 $g(-5)=0$이고 $g(x)$는 $x=5$에서 극값을 가진다.

그러므로 $g(-5)=625+25c_2+c_0=0$, $g'(5)=500+10c_2=0$, 즉 $c_2=-50$, $c_0=625$이다.

따라서 $g(x)=x^4-50x^2+625=(x^2-25)^2=(x-5)^2(x+5)^2$,

$f(x)=g(x-5)=x^2(x-10)^2$이다.

함수 $f(x)$는 $x=0,\ 10$에서 극솟값 $f(0)=f(10)=0$을 가지고, $x=5$에서 극댓값 $f(5)=625$을 갖는다. 따라서 방정식 $x^2(x-10)^2=k$의 서로 다른 양의 실근의 개수는 $0<k<625$일 때 3이고, $k>625$일 때 1이다. 그러므로 $M=625$이다.

논제 2

$f(a)=f(b)=f(c)=k$라 하자. $a,\ b,\ c$가 방정식 $f(x)=k$, 즉 $x^2(x-10)^2=k$의 서로 다른 세 양의 실근이므로 $0<k<625$이다.

$g(x)=f(x+5)=(x^2-25)^2=x^4-50x^2+625$라 하면, 함수 $y=g(x)$는 $x=-5,\ x=5$에서 극솟값 $g(-5)=g(5)=0$을 가지고 $x=0$에서 극댓값 $g(0)=625$를 가진다. 그러므로 방정식 $g(x)=k$는 서로 다른 네 실근 $-\beta,\ -\alpha,\ \alpha,\ \beta$

(단, $0<\alpha<5<\beta$)를 갖는다. 따라서

$$g(x)-k=(x-\alpha)(x+\alpha)(x-\beta)(x+\beta)=x^4-(\alpha^2+\beta^2)x^2+\alpha^2\beta^2\text{이다.}$$

또한 $g(x)-k=x^4-50x^2+625-k$이므로 $\alpha^2+\beta^2=50,\ \alpha^2\beta^2=625-k$이다.

$f(5-\beta)=g(-\beta)=k,\ f(5-\alpha)=g(-\alpha)=k,\ f(5+\alpha)=g(\alpha)=k,\ f(5+\beta)=g(\beta)=k$이므로

방정식 $f(x)=k$의 서로 다른

네 실근은 $5-\beta,\ 5-\alpha,\ 5+\alpha,\ 5+\beta$이다. $0<\alpha<5<\beta$이므로

$5-\beta<0<5-\alpha<5+\alpha<5+\beta$가 되어

$a=5-\alpha,\ b=5+\alpha,\ c=5+\beta$이다.

제시문 (ㄷ)의 (다)에 의해 $c-a=\sqrt{70}$ 이므로

$2\alpha\beta=(\alpha+\beta)^2-(\alpha^2+\beta^2)=(c-a)^2-50=20$, 즉 $\alpha\beta=10$이다.

따라서 $100=\alpha^2\beta^2=625-k$이고, $f(a)=k=525$이다.

자연·공학/간호학과 3

① 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연과학·공학계열 및 간호학과 / 문항 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	평면좌표, 직선의 방정식, 점과 직선 사이의 거리, 원의 방정식, 원과 직선의 위치 관계
예상 소요 시간	30분 / 90분	

② 문항 및 자료

[문항 3] 제시문 (ㄱ)~(ㄷ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (40점)

(ㄱ) 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-5,\ 0)$, $\mathrm{B}(-4,\ 3)$에 대하여 두 점 C, D는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 원 $x^2+y^2=9$ 위의 두 점 C, D에서의 접선은 모두 점 A를 지난다.
>
> (나) $\overline{\mathrm{BC}} < \overline{\mathrm{BD}}$

(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 네 점 A, B, C, D에 대하여 삼각형 ABC와 삼각형 ABD의 넓이 중 더 큰 값을 S라 하자.

(ㄷ) 제시문 (ㄱ)의 점 A와 다음 조건을 만족시키는 모든 점 P, Q에 대하여 삼각형 APQ의 넓이의 최댓값을 M이라 하자.

> (가) 두 점 P, Q는 원 $x^2+y^2=18$ 위에 있다.
>
> (나) $\overline{\mathrm{PQ}}=6$
>
> (다) 세 점 A, P, Q는 한 직선 위에 있지 않다.

논제 1 (20점) 제시문 (ㄴ)의 S의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

논제 2 (20점) 제시문 (ㄷ)의 M의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

③ 출제 의도

가) 원과 직선의 위치 관계를 활용할 수 있는지 확인한다.

나) 원의 방정식을 구하고 점과 직선 사이의 거리를 활용할 수 있는지 확인한다.

다) 원의 방정식과 직선의 방정식을 활용하여 문제를 해결할 수 있는지 확인한다.

④ 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (ㄱ)	[수학] - (2)기하 - 1 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. [수학] - (2)기하 - 3 원의 방정식 [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
제시문 (ㄴ)	[수학] - (2)기하 - 2 직선의 방정식 [10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.
제시문 (ㄷ)	[수학] - (2)기하 - 3 원의 방정식 [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다.
논제 1	[수학] - (2)기하 - 1 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. [수학] - (2)기하 - 2 직선의 방정식 [10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다. [수학] - (2)기하 - 3 원의 방정식 [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
논제 2	[수학] - (2)기하- 2 직선의 방정식 [10수학02-05]점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다. [수학] - (2)기하 - 3 원의 방정식 [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	홍성복 외	지학사	2021	80-151
	수학	박교식 외	동아출판	2021	73-142
	수학	김원경 외	비상교육	2021	71-140

5 문항 해설

① 원과 직선의 관계를 알고 이를 활용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는지 확인한다.

② 점과 직선의 거리를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있는지 확인한다.

③ 원과 직선의 관계를 파악하고 이를 통해 문제를 해결할 수 있는지 확인한다.

6 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 1	원 $x^2+y^2=9$ 위의 한 점 (a,b)에서의 접선이 점 A를 지난다고 하자. 접선의 방정식은 $ax+by=9$이고, 이 접선이 점 $\mathrm{A}(-5,0)$를 지나므로 $-5a=9$이다. 즉, $a=-\frac{9}{5}$이다. 점 (a,b)는 원 위에 있으므로 $a^2+b^2=9$이고, $b=\pm\frac{12}{5}$이다. 제시문 (ㄱ)에 의하여 $\mathrm{C}\left(-\frac{9}{5},\frac{12}{5}\right)$이고 $\mathrm{D}\left(-\frac{9}{5},-\frac{12}{5}\right)$이다.	10
	$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{10}$이고 직선 AB의 방정식은 $3x-y+15=0$이므로 점 C, D에서 직선 AB까지의 거리는 각각 $\frac{\lvert -27-12+75\rvert}{5\sqrt{10}}=\frac{36}{5\sqrt{10}}$, $\frac{\lvert -27+12+75\rvert}{5\sqrt{10}}=\frac{12}{\sqrt{10}}$이다. 따라서 $S=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\frac{12}{\sqrt{10}}=6$	10
논제 2	두 점 P, Q의 중점을 $\mathrm{R}(c,d)$라 하자. 원점 O에 대해 삼각형 OPQ는 $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OQ}}=3\sqrt{2}$인 이등변삼각형이므로 선분 PQ와 선분 OR은 수직이고 $\overline{\mathrm{OR}}^2+\overline{\mathrm{RP}}^2=18$, 즉 $\overline{\mathrm{OR}}=3$이다. 따라서 직선 PQ는 원 $x^2+y^2=9$위의 점 $\mathrm{R}(c,d)$에서의 접선, $cx+dy=9$와 같다. 논제 1에서 $c=-\frac{9}{5}$이면 점 A, P, Q가 한 직선 위에 있으므로 $-3\le c\le 3$, $c\ne-\frac{9}{5}$이다.	8

	역으로 원 $x^2+y^2=9$ 위의 한 점 $\mathrm{R}(c,d)$ (단, $-3\le c\le 3$, $c\neq-\dfrac{9}{5}$)에서의 접선이 원 $x^2+y^2=18$과 만나는 두 점을 각각 P,Q라 하면 점 P,Q는 제시문 (ㄷ)의 조건을 모두 만족시킨다.	6
	삼각형 APQ의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{PQ}}\times\dfrac{\lvert 5c+9\rvert}{\sqrt{c^2+d^2}}=\lvert 5c+9\rvert$이므로 $-3\le c\le 3, c\neq-\dfrac{9}{5}$일 때 $\lvert 5c+9\rvert$의 최댓값이 M이다. 따라서 $M=\lvert 5\times3+9\rvert=24$이다.	6

예시 답안

논제 1

원 $x^2+y^2=9$ 위의 한 점 (a,b)에서의 접선이 점 A를 지난다고 하자. 접선의 방정식은 $ax+by=9$이고,

이 접선이 점 $\mathrm{A}(-5,0)$를 지나므로 $-5a=9$이다. 즉, $a=-\dfrac{9}{5}$이다.

점 (a,b)는 원 위에 있으므로 $a^2+b^2=9$이고, $b=\pm\dfrac{12}{5}$이다.

제시문 (ㄱ)에 의하여 $\mathrm{C}\left(-\dfrac{9}{5},\dfrac{12}{5}\right)$이고 $\mathrm{D}\left(-\dfrac{9}{5},-\dfrac{12}{5}\right)$이다.

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{10}$이고 직선 AB의 방정식은 $3x-y+15=0$이므로 점 C, D에서 직선 AB까지의 거리는 각각

$\dfrac{\lvert -27-12+75\rvert}{5\sqrt{10}}=\dfrac{36}{5\sqrt{10}}$, $\dfrac{\lvert -27+12+75\rvert}{5\sqrt{10}}=\dfrac{12}{\sqrt{10}}$이다.

따라서 $S=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\dfrac{12}{\sqrt{10}}=6$

논제 2

두 점 P, Q의 중점을 $\mathrm{R}(c,d)$라 하자. 원점 O에 대해 삼각형 OPQ는 $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OQ}}=3\sqrt{2}$인 이등변삼각형이므로

선분 PQ와 선분 OR은 수직이고 $\overline{\mathrm{OR}}^2+\overline{\mathrm{RP}}^2=18$, 즉 $\overline{\mathrm{OR}}=3$이다.

따라서 직선 PQ는 원 $x^2+y^2=9$위의 점 $\mathrm{R}(c,d)$에서의 접선, $cx+dy=9$와 같다.

논제 1에서 $c=-\dfrac{9}{5}$이면 점 A, P, Q가 한 직선 위에 있으므로 $-3\le c\le 3$, $c\neq-\dfrac{9}{5}$이다.

역으로 원 $x^2+y^2=9$위의 한 점 $\mathrm{R}(c,d)$ (단, $-3\le c\le 3$, $c\neq-\dfrac{9}{5}$)에서의 접선이 원 $x^2+y^2=18$과

만나는 두 점을 각각 P, Q라 하면 점 P, Q는 제시문 (ㄷ)의 조건을 모두 만족시킨다.

삼각형 APQ의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{PQ}}\times\dfrac{\lvert 5c+9\rvert}{\sqrt{c^2+d^2}}=\lvert 5c+9\rvert$이므로 $-3\le c\le 3$, $c\neq-\dfrac{9}{5}$일 때

$\lvert 5c+9\rvert$의 최댓값이 M이다.

따라서 $M=\lvert 5\times3+9\rvert=24$이다.