자연·공학/간호학과 1

일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	함수의 극한, 도함수, 인수분해
예상 소요 시간	30분 / 100분	

문항 및 제시문

[문항 1] 제시문 (ㄱ)~(ㄴ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (30점)

(ㄱ) 자연수 $m,\ n,\ l$와 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 두 함수 $f(x)=ax^{m+1}+bx^{m}$, $g(x)=x^{n}+cx^{l}$은 다음 조건을 만족시킨다. (단, $a\neq 0,\ b\neq 0,\ n>l$)

(가) $f(1)=8,\qquad g(1)=2$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{g'(x)}{f(x)}=1,\quad \lim_{x\to 0}\frac{xg(x)}{f(x)}=\frac{1}{4}$

(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 극한값 L는 다음과 같다.

$$L=\lim_{x\to -1}\frac{g(x)}{f(x)}$$

논제 1. (20점) 제시문 (ㄱ)의 $a,\ b,\ c$의 값을 각각 구하고 그 근거를 논술하시오.

논제 2. (10점) 제시문 (ㄴ)의 L의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

출제 의도

가) 다양한 형태의 함수의 극한을 계산할 수 있는지 확인한다.
나) 다항함수의 도함수를 구할 수 있는지 확인한다.
다) 다항식의 인수분해를 하고 이를 활용할 수 있는지 확인한다.

출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	이준열 외	천재교육	2021	31–43
	수학	황선욱 외	미래엔	2021	34–41
	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2021	28–37
	수학 Ⅱ	배종숙 외	금성출판사	2021	12–31
	수학 Ⅱ	박교식	동아출판	2021	10–29
	수학 Ⅱ	고성은 외	좋은책 신사고	2021	11–41
	수학 Ⅱ	배종숙 외	금성출판사	2021	54–70
	수학 Ⅱ	박교식	동아출판	2021	53–71
	수학 Ⅱ	고성은 외	좋은책 신사고	2021	53–68

문항 해설

1) 다양한 형태의 함수의 극한을 계산할 수 있는지 확인한다.
2) 다항함수의 도함수를 구할 수 있는지 확인한다.
3) 다항식의 인수분해를 하고 이를 활용할 수 있는지 확인한다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 1	$g(1)=2$에서 $c=1$ $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{g'(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{nx^{n-1}+lx^{l-1}}{ax^{m+1}+bx^{m}}=1$에서 $n=m+2,\ a=m+2$	10
	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{xg(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^{n+1}+x^{l+1}}{ax^{m+1}+bx^{m}}=\dfrac{1}{4}$에서 $l=m-1,\ b=4$ $f(1)=8$에서 $m=2$이고 $a=4,\ b=4.$ 따라서, $a=4,\ b=4,\ c=1.$	10
논제 2	$f(x)=4x^3+4x^2$이고 $g(x)=x^4+x$이므로 $L=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^4+x}{4(x^3+x^2)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+1}{4x(x+1)}$ $=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-x+1}{4x}=-\dfrac{3}{4}$	10

예시 답안

논제 1.

$g(1)=2$에서 $c=1$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{g'(x)}{f(x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{nx^{n-1}+lx^{l-1}}{ax^{m+1}+bx^{m}}=1$$에서 $n=m+2$, $a=m+2$

$$\lim_{x\to 0}\frac{xg(x)}{f(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{x^{n+1}+x^{l+1}}{ax^{m+1}+bx^{m}}=\frac{1}{4}$$에서 $l=m-1$, $b=4$

$f(1)=8$에서 $m=2$이고 $a=4$, $b=4$.

따라서, $a=4$, $b=4$, $c=1$.

논제 2.

$f(x)=4x^3+4x^2$이고 $g(x)=x^4+x$이므로

$$L=\lim_{x\to -1}\frac{g(x)}{f(x)}=\lim_{x\to -1}\frac{x^4+x}{4(x^3+x^2)}=\lim_{x\to -1}\frac{x^3+1}{4x(x+1)}$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x+1}{4x}=-\frac{3}{4}$$

자연·공학/간호학과 2

일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	경우의 수, 조합
예상 소요 시간	30분 / 100분	

문항 및 제시문

[문항 2] 제시문 (ㄱ)~(ㄴ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (30점)

(ㄱ) 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 점 A에 바둑돌이 놓여있다. 동전을 던져 앞면이 나오면 3, 뒷면이 나오면 2만큼씩 정사각형의 둘레를 따라 시계방향으로 바둑돌을 옮기는 시행을 한다. 8회 시행 후 바둑돌이 점 A로 돌아오게 되는 경우의 수를 a라고 하자.

(ㄴ) 한 변의 길이가 1인 정팔각형 ABCDEFGH의 점 A에 바둑돌이 놓여있다. 빨간 구슬, 노란 구슬, 파란 구슬이 한 개씩 들어있는 주머니에서 구슬을 한 개 꺼내 빨간 구슬이면 3, 노란 구슬이면 2, 파란 구슬이면 1 만큼씩 정팔각형의 둘레를 따라 시계방향으로 바둑돌을 옮기는 시행을 한다. 8회 시행 후 바둑돌이 점 A로 돌아오게 되는 경우의 수를 라고 b하자. (단, 꺼낸 구슬은 다시 주머니에 넣는다.)

논제 1. (10점) 제시문 (ㄱ)의 a의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

논제 2. (20점) 제시문 (ㄴ)의 b의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

출제 의도

가) 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고 이를 활용할 수 있는지 확인한다.
나) 조합의 의미를 이해하고 이를 활용할 수 있는지 확인한다.

출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	이준열 외	천재교육	2021	262–277
	수학	황선욱 외	미래엔	2021	261–275
	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2021	249–261

문항 해설

가) 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가한다.
나) 조합의 수를 구할 수 있는지를 평가한다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 1	8회 동전을 던져 앞면이 나온 횟수를 m, 뒷면이 나온 횟수를 n이라 하면 $m+n=8$이다. 이동거리는 $16 \leq 3m+2n \leq 24$이므로 다시 꼭짓점 A로 오기 위하여 $3m+2n$는 4의 배수 16, 20, 24이다.	3
	따라서 (m, n)은 (0, 8), (4, 4), (8, 0)이고 구하는 경우의 수 a는 $$a = {}_8C_0 + {}_8C_4 + {}_8C_8 = 72$$ 이다.	7

하위 문항	채점 기준	배점
논제 2	8회 주머니에서 구슬을 뽑아 빨간, 노란, 파란 구슬이 나오는 횟수를 각각 l, m, n이라 하면 $l+m+n=8$이다. 이동거리는 $8 \le 3l+2m+n \le 24$이므로 다시 꼭짓점 A로 오기 위하여 $3l+2m+n$는 8의 배수 8, 16, 24이다.	5
	8과 24이려면 (l, m, n)는 (0, 0, 8), (8, 0, 0)이고 경우의 수는 2이다.	5
	한편 $l+m+n=8$이고 $3l+2m+n=16$인 경우는 (l, m, n)이 (4, 0, 4), (3, 2, 3), (2, 4, 2), (1, 6, 1), (0, 8, 0)이고 경우의 수는 $_8C_4 \times {}_4C_0 + {}_8C_3 \times {}_5C_2 + {}_8C_2 \times {}_6C_4 + {}_8C_1 \times {}_7C_6 + {}_8C_0 \times {}_8C_8 = 1107$ 이다. 따라서 구하는 경우의 수 $b=2+1107=1109$이다.	10

예시 답안

논제 1.

8회 동전을 던져 앞면이 나온 횟수를 m, 뒷면이 나온 횟수를 n이라 하면 $m+n=8$이다. 이동거리는 $16 \le 3m+2n \le 24$이므로 다시 꼭짓점 A로 오기 위하여 $3m+2n$는 4의 배수 16, 20, 24이다. 따라서 (m, n)은 (0, 8), (4, 4), (8, 0)이고 구하는 경우의 수 a는

$$a = {}_8C_0 + {}_8C_4 + {}_8C_8 = 72$$

이다.

논제 2.

8회 주머니에서 구슬을 뽑아 빨간, 노란, 파란 구슬이 나오는 횟수를 각각 l, m, n이라 하면 $l+m+n=8$이다. 이동거리는 $8 \le 3l+2m+n \le 24$이므로 다시 꼭짓점 A로 오기 위하여 $3l+2m+n$는 8의 배수 8, 16, 24이다. 따라서 8과 24이려면 (l, m, n)는 (0, 0, 8), (8, 0, 0)이고 경우의 수는 2이다. 한편 $l+m+n=8$이고 $3l+2m+n=16$인 경우는 (l, m, n)이 (4, 0, 4), (3, 2, 3), (2, 4, 2), (1, 6, 1), (0, 8, 0)이고 경우의 수는

$${}_8C_4 \times {}_4C_0 + {}_8C_3 \times {}_5C_2 + {}_8C_2 \times {}_6C_4 + {}_8C_1 \times {}_7C_6 + {}_8C_0 \times {}_8C_8 = 1107$$

이다. 따라서 구하는 경우의 수 $b=2+1107=1109$이다.

자연·공학/간호학과 3

일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	이차방정식의 근과 계수의 관계, 극대와 극소, 함수의 그래프, 도함수의 활용
예상 소요 시간	30분 / 100분	

문항 및 제시문

[문항 3] 제시문 (ㄱ)~(ㄷ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (40점)

(ㄱ) 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0)=1$
>
> (나) 함수 $f(x)$의 극값 중 하나는 3이다.
>
> (다) 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 극값을 가진다.

(ㄴ) 실수 a, b에 대하여 제시문 (ㄱ)의 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> 실수 k에 대하여 방정식 $f(x)=k$의 실근의 개수를 n이라 할 때,
>
> (가) $a \le k \le b$ 이면 $n \ge 2$
>
> (나) $k < a$ 또는 $k > b$ 이면 $n=1$

(ㄷ) 제시문 (ㄱ)의 삼차함수 $f(x)$와 제시문 (ㄴ)의 실수 a, b에 대하여 실수 k가 $a \le k \le b$일 때 방정식 $f(x)=k$의 실근 중에서 가장 작은 근을 α, 가장 큰 근을 β라고 하자. 또한, 닫힌구간 $[a,\ b]$에 속하는 모든 k에 대한 $\beta-\alpha$의 최솟값을 m, 최댓값을 M라고 하자.

논제 1. (20점) 제시문 (ㄴ)의 a, b의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

논제 2. (20점) 제시문 (ㄷ)의 m, M에 대하여 $\dfrac{M}{m}$의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

출제 의도

가) 함수의 극대, 극소의 의미를 활용할 수 있는지 확인한다.
나) 도함수를 활용하여 함수의 그래프를 파악할 수 있는지 확인한다.
다) 이차방정식의 근과 계수의 관계를 활용할 수 있는지 확인한다.

출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	이준열 외	천재교육	2021	8–105
	수학	황선욱 외	미래엔	2021	10–107
	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2021	8–101
	수학 Ⅱ	배종숙 외	금성출판사	2021	54–113
	수학 Ⅱ	박교식	동아출판	2021	53–104
	수학 Ⅱ	고성은 외	좋은책 신사고	2021	53–109

문항 해설

1) 함수의 극대, 극소의 의미를 알고 이를 활용하여 삼차함수를 구할 수 있는지 확인한다.
2) 도함수를 활용하여 함수의 그래프를 파악하고 이를 통해 방정식의 근의 개수를 파악할 수 있는지 확인한다.
3) 이차방정식의 근과 계수의 관계를 활용하여 두 근의 차이를 계산할 수 있는지 확인한다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 1	$f(x)$가 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고 $f(0)=1$이므로 $f(x)=x^3+px^2+qx+1$이다. $f(x)$의 도함수를 $g(x)$라고 하면 $g(x)=f'(x)=3x^2+2px+q$이고, 도함수 $g(x)$가 $x=0$에서 극값을 가지므로 $g'(0)=2p=0$이다. 따라서 $f(x)=x^3+qx+1$이고 $f'(x)=3x^2+q$이다. $f(x)$가 극값을 가지므로 $q<0$이고, $c=\sqrt{-q}/\sqrt{3}$라고 하면 $q=-3c^2$이므로 $f(x)=x^3-3c^2x+1$이다. $f'(\pm c)=0$이고 $c>0$이므로 $x=-c$에서 극댓값 $f(-c)=2c^3+1>1$을 가지고, $x=c$에서 극솟값 $f(c)=-2c^3+1<1$을 가진다. 그러므로 $2c^3+1=3$ 이고 $c=1$이다. 따라서 $f(x)=x^3-3x+1$이다.	10
	$f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값 3, $x=1$에서 극솟값 −1을 가진다. 제시문 (ㄴ)의 a는 $f(x)$의 극솟값이고 b는 $f(x)$의 극댓값이므로 $a=-1$, $b=3$이다.	10

하위 문항	채점 기준	배점
논제 2	$-1 \le k \le 3$에 대하여 $f(t)=k$이고 $-1 \le t \le 1$인 t는 유일하게 존재하고 $\alpha \le t \le \beta$, $f(\alpha)=f(t)=f(\beta)=k$, $f(x)-k=(x-\alpha)(x-t)(x-\beta)$이다. $f(x)-k=f(x)-f(t)=x^3-3x-(t^3-3t)=(x-t)(x^2+tx+t^2-3)$ 이므로 α, β는 방정식 $x^2+tx+t^2-3=0$의 두 근이다. 따라서 $(\beta-\alpha)^2=(\beta+\alpha)^2-4\alpha\beta=t^2-4(t^2-3)=-3t^2+12$이다.	10
	$-1 \le t \le 1$이므로 $M=2\sqrt{3}$이고 $m=3$이다. 따라서 $\dfrac{M}{m}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$이다.	10

예시 답안

논제 1.

$f(x)$가 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고 $f(0)=1$이므로

$f(x)=x^3+px^2+qx+1$이다.

$f(x)$의 도함수를 $g(x)$라고 하면 $g(x)=f'(x)=3x^2+2px+q$이고, 도함수 $g(x)$가 $x=0$에서 극값을 가지므로 $g'(0)=2p=0$이다.

따라서 $f(x)=x^3+qx+1$이고 $f'(x)=3x^2+q$이다.

$f(x)$가 극값을 가지므로 $q<0$이고, $c=\sqrt{-q}/\sqrt{3}$라고 하면 $q=-3c^2$이므로

$f(x)=x^3-3c^2x+1$이다.

$f'(\pm c)=0$이고 $c>0$이므로

$x=-c$에서 극댓값 $f(-c)=2c^3+1>1$을 가지고,

$x=c$에서 극솟값 $f(c)=-2c^3+1<1$을 가진다. 그러므로 $2c^3+1=3$이고 $c=1$이다.

따라서 $f(x)=x^3-3x+1$이다.

$f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값 3, $x=1$에서 극솟값 -1을 가진다. 제시문 (ㄴ)의 a는 $f(x)$의 극솟값이고 b는 $f(x)$의 극댓값이므로 $a=-1$, $b=3$이다.

논제 2.

$-1 \le k \le 3$에 대하여 $f(t)=k$이고 $-1 \le t \le 1$인 t는 유일하게 존재하고

$\alpha \le t \le \beta$, $f(\alpha)=f(t)=f(\beta)=k$, $f(x)-k=(x-\alpha)(x-t)(x-\beta)$이다.

$f(x)-k=f(x)-f(t)=x^3-3x-(t^3-3t)=(x-t)(x^2+tx+t^2-3)$이므로

α, β는 방정식 $x^2+tx+t^2-3=0$의 두 근이다.

따라서 $(\beta-\alpha)^2=(\beta+\alpha)^2-4\alpha\beta=t^2-4(t^2-3)=-3t^2+12$이다.

$-1 \le t \le 1$이므로 $M=2\sqrt{3}$이고 $m=3$이다.

따라서 $\frac{M}{m}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$이다.