2. 생활과학계열, 미디어기술콘텐츠학과 논술전형 문제

※ 문항 1, 문항 2는 생략함(인문사회계열 논술고사 문제와 동일)

[문항 3] 제시문 (ㄱ)~(ㅁ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (40점)

(ㄱ) $a>0, b>0$에 대하여 다음이 성립한다.

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

단, 등호는 $a=b$일 때 성립한다.

(ㄴ) 이차방정식 $2x^2+2x-c=0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 상수 c에 대하여 $2c+\dfrac{1}{1+2c}$이 최소가 되도록 하는 c의 값을 m이라 하자.

(ㄷ) 집합 A는 삼차방정식 $x^3-3x-2k=2$가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 상수 k의 집합이다.

(ㄹ) 집합 B는 모든 실수 x에 대하여 $x^4+22x^2+10 \geq 8x^3+24x+d$가 성립하도록 하는 상수 d의 집합이다.

(ㅁ) 조건 p, q는 다음과 같다.

$p : x$는 집합 A에 속한다.

$q : x$는 집합 B에 속한다.

[논제 1] 제시문 (ㄴ)의 m의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오. (10점)

[논제 2] 제시문 (ㅁ)의 조건 p, q에 대하여 명제 '조건 p가 조건 q의 필요조건이다.'의 참, 거짓을 판별하고 그 근거를 논술하시오. (30점)

[문항 3] 출제의도, 문항해설 및 평가기준

1) 출제의도

논제 1. 이차방정식의 근의 판별과 절대부등식을 활용하여 주어진 값의 최솟값을 구할 수 있는지를 평가한다.

논제 2. 방정식과 부등식에 대한 도함수를 활용을 이해하고 이를 활용해 두 명제가 필요조건임을 판단할 수 있는지를 평가한다.

2) 문항해설

논제 1. 이차방정식의 근의 판별과 절대부등식을 활용하여 주어진 부등식의 최솟값을 구할 수 있는지를 평가한다.

논제 2. 도함수를 활용해 방정식, 부등식을 이해하고 이를 통해 주어진 두 명제가 필요조건인지 판별할 수 있는지를 평가한다.

3) 평가기준

논제 1 [10점]

이차방정식 $2x^2+2x-c=0$이 서로 다른 두 실근을 가지려면 $D/4=1+2c>0$이어야 한다.	5점
따라서, 제시문 (ㄱ)에 의해 $$2c+\frac{1}{1+2c}=1+2c+\frac{1}{1+2c}-1\geq 2\sqrt{(1+2c)\left(\frac{1}{1+2c}\right)}-1=1$$ 이 성립한다. 이 때, 등호가 성립할 조건은 $1+2c=\frac{1}{1+2c}$이고 $1+2c>0$인 c의 값은 $c=0$이다. 따라서, $m=0$이다.	5점

논제 2 [30점]

① 제시문 (ㄷ)의 삼차방정식 $x^3-3x-2k=2$가 서로 다른 세 실근을 가지기 위해서는 함수 $f(x)=x^3-3x-2k-2$의 (극댓값)>0, (극솟값)<0이면 된다. $f'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$은 $x=-1,\ 1$에서 $f'(x)=0$이다. 함수의 증감을 조사하면 다음과 같다. x: $\cdots$ / -1 / $\cdots$ / 1 / $\cdots$ $f'(x)$: $+$ / 0 / $-$ / 0 / $+$ $f(x)$: $\nearrow$ / $-2k$ / $\searrow$ / $-2k-4$ / $\nearrow$ 따라서, $x^3-3x-2k=2$가 서로 다른 세 실근을 가지기 위한 k의 범위는 $f(-1)=-2k>0$, $f(1)=-2k-4<0$, 즉 $-2<k<0$이고, 집합 A는 $A=\{k\mid -2<k<0\}$이다.	10점

② 모든 실수 x에 대하여 $x^4+22x^2+10 \geq 8x^3+24x+d$ 가 성립하기 위해서는 4차 함수 $f(x)=x^4-8x^3+22x^2-24x+10$의 최솟값이 d보다 크거나 같아야 한다. $y=f(x)$는 4차 함수이고 최고차항의 계수가 양수이므로 두 개의 극솟값 중 작은 값이 함수의 최솟값이 된다. $f'(x)=4x^3-24x^2+44x-24=4(x-1)(x-2)(x-3)$은 $x=1,2,3$에서 $f'(x)=0$이다. 함수의 증감을 조사하면 다음과 같다. (표) $y=f(x)$의 두 극솟값이 1로 같으므로 이 함수 $x=1,3$일 때 최솟값 1을 가진다. 따라서, 집합 B는 $B=\{d\|d \leq 1\}$이다.	10점
③ 조건 p가 조건 q의 필요조건이기 위해서는 조건 q의 진리집합 $B=\{x\|x \leq 1\}$이 조건 p의 진리집합 $A=\{x\|-2<x<0\}$의 부분집합이어야 한다. 따라서 주어진 명제는 거짓이다.	10점

(표)

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	1	↗	2	↘	1	↗