수리 (오후1)

2023학년도 신입학 수시모집
논술 전형

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

· 답안지, 문제지 및 연습지에 성명, 지원학부·학과, 수험번호를 정확히 기입하시오.

· 답안지에 답안과 관련 없는 어떠한 표현이나 표기도 하지 마시오.

· 90분 안에 답안을 작성하시오.

· 고사 종료 후 답안지, 문제지 및 연습지를 모두 제출하시오.

· 진행을 위한 감독자의 지시에 응하지 않을 시 퇴실 요구를 받을 수 있습니다.

유의 사항

1. 답안지는 검정색 필기구(볼펜, 샤프, 연필)로만 작성하시오.
   (빨간색이나 파란색 등 사용 금지)
2. 답안지 수정 시 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나,
   가로로 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재작성 하시오.
   (수정액, 수정테이프 사용 불가)
3. 본 고사의 답안은 1매 이내에 작성해야 하며, 답안지 교체는 가능합니다.
   단, 답안지 교체 시 기존 답안지는 인정되지 않습니다.
4. 답안지 교체로 인한 책임(시간 부족 등)은 요청한 수험생 본인에게 있습니다.
5. 다음의 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정색 필기구로 작성하지 않은 경우
   2) 답안 작성 시 자신의 신원을 드러내는 경우
   3) 답안과 관련 없는 어떠한 표현이나 표기를 한 경우
   4) 답안 작성 시 해당 문제의 답안을 다른 문제의 답란에 작성한 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

이 면은 여백입니다.

[문제 1] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 속도를 $v(t)$라 하자.

<가> 시각 $t=a$에서 $t=b\ (a \leq b)$까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\int_a^b v(t)\,dt$$

<나> 시각 $t=a$에서 $t=b\ (a \leq b)$까지 점 P의 움직인 거리 s는

$$s=\int_a^b |v(t)|\,dt$$

<다> 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$는

$$v(t)=3t^4-12t^2+9$$

1-1. 제시문 <다>의 점 P의 가속도가 0인 시각 $t_0\ (t_0>0)$에서의 점 P의 위치를 구하시오. [10점]

1-2. 제시문 <다>에서 점 P가 원점을 출발한 후 처음으로 운동 방향이 바뀌는 시각을 t_1, 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀌는 시각을 t_2라 하자. 시각 $t=t_1$에서 $t=t_2$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. (단, $0<t_1<t_2$) [15점]

1-3. 제시문 <다>의 점 P의 속도 $v(t)$와 함수 $f(t)=\sqrt{t}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x v(f(t))\,dt$$

라 하자. 곡선 $y=g(x)$와 직선 $y=k\ (0<k<4)$로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 같을 때, 상수 k의 값을 구하시오. [15점]

[뒷면에 계속]

[문제 2] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고, $x=a$의 좌우에서

1) $f'(x)$의 부호가 양(+)에서 음(−)으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극댓값을 갖는다.

2) $f'(x)$의 부호가 음(−)에서 양(+)으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극솟값을 갖는다.

<나> 극한값 $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$은 일정한 수에 수렴함이 알려져 있는데, 그 수를 기호로 e와 같이 나타낸다.

이때 e는 무리수이고, 그 값은 $e=2.7182818284\cdots$ 임이 알려져 있다.

<다> 좌표평면에서 점(x_1, y_1)과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리는 $\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$이다.

2-1. 두 곡선 $y=\ln x$와 $y=e^x$이 직선 $x+y+k=0$과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이가 최소일 때, 상수 k의 값을 구하시오. [15점]

2-2. 모든 양의 실수 x에 대하여 $x \geq k\ln x$가 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하고, 이 결과를 이용하여 두 실수 e^3과 3^e의 크기를 비교하시오. [15점]

[뒷면에 계속]

[문제 3] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 처음 몇 개의 항과 이웃하는 여러 항 사이의 관계식으로 수열을 정의하는 것을 수열의 귀납적 정의라 한다.

<나> 두 수 a_1, a_2가 모두 자연수이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

이 성립하는 수열 $\{a_n\}$은 3의 배수인 항이 존재한다.

<다> 자연수 a가 3의 배수이면 $a = 3k$ (k는 자연수)로 나타낼 수 있다.
자연수 a를 3으로 나누었을 때 나머지가 1인 경우, $a = 3k+1$ (k는 음이 아닌 정수)로 나타낼 수 있다.
자연수 a를 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 경우, $a = 3k+2$ (k는 음이 아닌 정수)로 나타낼 수 있다.

3-1. 제시문 <나>의 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 = 3$, $a_2 = 1$일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제2023항까지의 자연수 중에서 3의 배수인 항의 개수를 구하시오. [10점]

3-2. 모든 항이 자연수이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1}\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ \dfrac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

인 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_{20} = 50$일 때, a_{23}의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오. [20점]

[끝]

이 면은 여백입니다.