수리 (오후2)

2021학년도 신입학 수시모집

논술 전형

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

· 답안지, 문제지 및 연습지에 성명, 지원학부·학과, 수험번호를 정확히 기입하시오.

· 답안지에 답안과 관련 없는 어떠한 표현이나 표기도 하지 마시오.

· 90분 안에 답안을 작성하시오.

· 고사 종료 후 답안지, 문제지 및 연습지를 모두 함께 제출하시오.

· 진행을 위한 감독자의 지시에 응하지 않을 시 퇴실 요구를 받을 수 있습니다.

유의 사항

1. 답안지는 검정색 필기구(볼펜, 샤프, 연필 등)로만 작성하시오.
   (빨간색이나 파란색 등 사용 금지)
2. 답안지 수정 시 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나,
   가로로 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재작성 하시오.
   (수정액, 수정테이프 사용 불가)
3. 본 고사의 답안은 1매 이내에 작성해야 하며, 답안지 교체는 가능합니다.
   단, 답안지 교체 시 기존 답안지는 인정되지 않습니다.
4. 답안지 교체로 인한 책임(시간 부족 등)은 요청한 수험생 본인에게 있습니다.
5. 다음의 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정색 필기구로 작성하지 않은 경우
   2) 답안 작성 시 자신의 신원을 드러내는 경우
   3) 답안과 관련 없는 어떠한 표현이나 표기를 한 경우
   4) 답안 작성 시 해당 문제의 답안을 다른 문제의 답란에 작성한 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

이 면은 여백입니다.

논술 전형

[문제 1] 다음 제시문 <가> ~ <라>를 읽고 물음에 답하시오.

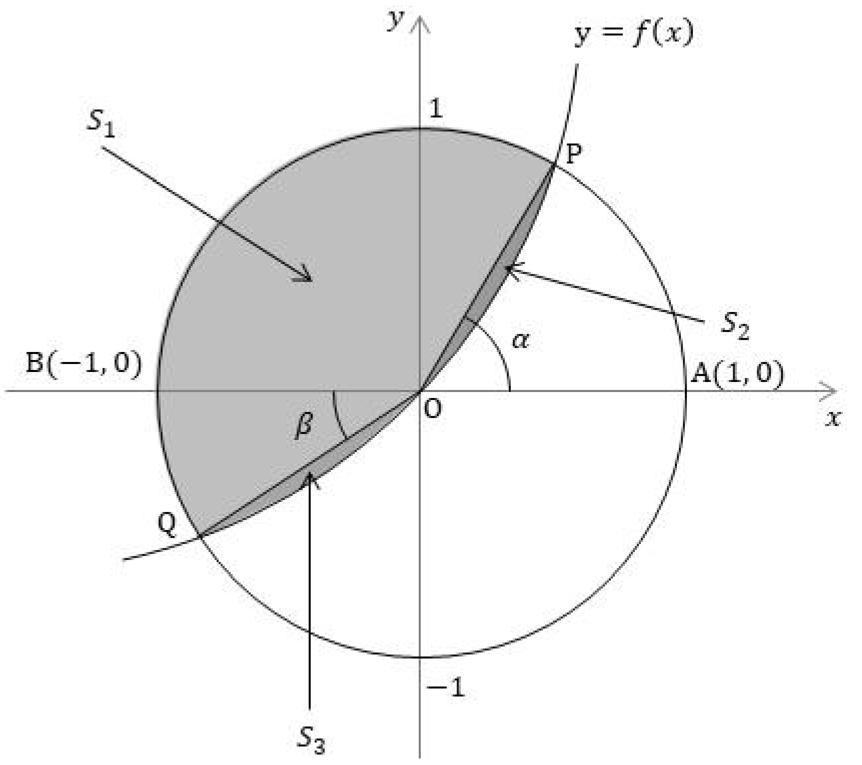
<가> 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$을 지나는 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$x_1x+y_1y=r^2$$

<나> $a>0,\ b>0$이면 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$이다. (단, 등호는 $a=b$일 때만 성립)

<다> 좌표평면의 원점 O에서 x축의 양의 방향을 시초선으로 하고, 일반각의 크기 θ가 나타내는 동경을 OP라 하자. 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 원과 OP가 만나는 점을 $\mathrm{P}(x, y)$라 할 때, $x=r\cos\theta$이고 $y=r\sin\theta$이다.

<라>



1-1. 직선 $y=ax+1$과 원 $\mathrm{C}: x^2+y^2=1$의 제3사분면에서의 교점을 R이라 하자. 점 R에서의 원의 접선이 직선 $y=-2$와 만나는 점과, 두 직선 $y=ax+1$과 $y=-2$가 만나는 점 사이의 거리의 최솟값과 그 때의 a의 값을 구하여라. (단, $a>1$) [15점]

1-2. 제시문 <라>에 있는 그림과 같이 곡선 $f(x)=x^2+2mx$와 원 $\mathrm{C}: x^2+y^2=1$의 두 교점 중 제1사분면에 위치한 점을 P라 하자. 원점 O와 점 $\mathrm{A}(1,0)$에 대하여 $\angle\mathrm{AOP}=\alpha$라 할 때, m을 α로 나타내어라. (단, $m>1$) [10점]

1-3. 1-2에서 정의된 곡선 $f(x)$와 원 C의 두 교점 중 제3사분면에 위치한 점을 Q라 하고, 점 $\mathrm{B}(-1,0)$에 대하여 $\angle\mathrm{BOQ}=\beta$라 하자. 제시문 <라>의 그림과 같이 부채꼴 POQ를 S_1, 선분 OP와 함수 $f(x)$로 둘러싸인 영역을 S_2, 선분 OQ와 함수 $f(x)$로 둘러싸인 영역을 S_3이라 하자. 이 때, 세 영역 S_1, S_2, S_3의 넓이를 각각 α, β로 나타내어라. [20점]

[뒷면에 계속]

[문제 2] 다음 제시문 <가> ~ <나>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, $[a, b]$를 n등분하여 양 끝점과 각 분점의 x좌표를 차례로 $a = x_0, x_1, \cdots, x_n = b$라고 하면 소구간의 길이 Δx는 $\Delta x = \dfrac{b-a}{n}$이고 $k = 0, 1, \cdots, n$에 대해 $x_k = a + k\Delta x$이다.
이 때, $S_n = \sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x$라고 하면 극한값 $\lim_{n\to\infty} S_n$이 항상 존재하는데, 이 극한값을 $\int_a^b f(x)dx$로 나타낸다. 즉,

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right)\frac{b-a}{n}$$

이다.

<나> 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고, $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 하면 다음이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

2-1. 함수 $f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$에 대하여, $a_n = \int_0^n f(x)dx$의 값을 구하여라. (단, n은 자연수) [10점]

2-2. 제시문 <가>와 2-1의 결과를 이용하여, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{n}\ln(1-a_k)$의 값을 구하여라. [15점]

[뒷면에 계속]

[문제 3] 다음 제시문 <가> ~ <나>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 실수계수를 갖는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하고 $D=b^2-4ac$라 하자. (단, $a \neq 0$)
1) $D>0$이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.
2) $D=0$이면 중근을 갖는다.

<나> 미분 가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는 다음과 같다.

$$\{f(g(x))\}'=f'(g(x))\cdot g'(x)$$

3-1. 함수 $f(x)=(x-4)e^x$에 대하여 점$(b,0)$에서 서로 다른 2개의 접선을 그을 수 있다. 이 때, b의 값이 될 수 <u>없는</u> 정수를 모두 구하여라. [15점]

3-2. 함수 $f(x)=(x-4)e^x$과 실수 t에 대하여 기울기가 t인 직선이 $y=f(x)$에 접할 때, 접점의 x좌표를 $g(t)$라 하자. 점$(4,0)$에서 함수 $f(x)$에 대한 접선의 기울기가 a일 때, 미분 가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $g'(a)$를 구하여라. (단, $x>2$) [15점]

[끝]

이 면은 여백입니다.