수리
(오후1)

2021학년도 신입학 수시모집
논술 전형

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

- 답안지, 문제지 및 연습지에 성명, 지원학부·학과, 수험번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 답안과 관련 없는 어떠한 표현이나 표기도 하지 마시오.
- 90분 안에 답안을 작성하시오.
- 고사 종료 후 답안지, 문제지 및 연습지를 모두 함께 제출하시오.
- 진행을 위한 감독자의 지시에 응하지 않을 시 퇴실 요구를 받을 수 있습니다.

유의 사항

1. 답안지는 검정색 필기구(볼펜, 샤프, 연필 등)로만 작성하시오.
   (빨간색이나 파란색 등 사용 금지)
2. 답안지 수정 시 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나,
   가로로 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재작성 하시오.
   (수정액, 수정테이프 사용 불가)
3. 본 고사의 답안은 1매 이내에 작성해야 하며, 답안지 교체는 가능합니다.
   단, 답안지 교체 시 기존 답안지는 인정되지 않습니다.
4. 답안지 교체로 인한 책임(시간 부족 등)은 요청한 수험생 본인에게 있습니다.
5. 다음의 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정색 필기구로 작성하지 않은 경우
   2) 답안 작성 시 자신의 신원을 드러내는 경우
   3) 답안과 관련 없는 어떠한 표현이나 표기를 한 경우
   4) 답안 작성 시 해당 문제의 답안을 다른 문제의 답란에 작성한 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

이 면은 여백입니다.

[문제 1] 다음 제시문 <가> ~ <라>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값 M과 최솟값 m을 가지므로 다음 부등식이 성립한다.

$$m \cdot (b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M \cdot (b-a)$$

<나> 실수 a가 아니면서 a에 충분히 가까운 모든 실수 x에 대하여 세 함수 f, g, h가 $f(x) \le g(x) \le h(x)$ 를 만족하며, $\lim_{x \to a} f(x) = L = \lim_{x \to a} h(x)$ 이면 $\lim_{x \to a} g(x) = L$ 이다.

<다> 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 연속일 때, 그 구간에 속하는 임의의 실수 a, b, c에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

<라> 함수 $F(x)$에 대한 도함수의 정의는 다음과 같다.

$$F'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h}$$

1-1. 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $I_n = \int_0^{a^n} f(x)dx$ 일 때, 제시문 <가>와 <나>를 이용하여 $\lim_{n\to\infty} I_n = 0$ 임을 보이시오. (단, $0 < a < 1$이고 n은 자연수) [10점]

1-2. 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $J_n = \int_{a^n}^1 f(x)dx$일 때, 제시문 <가> ~ <다>를 이용하여 $\lim_{n\to\infty} J_n = \int_0^1 f(x)dx$ 임을 보이시오. (단, $0 < a < 1$이고 n은 자연수) [10점]

1-3. 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $F(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

제시문 <가> ~ <라>를 이용하여 $F'(x) = f(x)$ 임을 보이시오. [15점]

[뒷면에 계속]

[문제 2] 다음 제시문 <가> ~ <다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 어떤 시행에서 표본공간 S가 유한집합이고 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같을 때, 사건 A가 일어날 수학적 확률은 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(A)=\frac{(\text{사건 } A\text{의 원소의 개수})}{(\text{표본공간 } S\text{의 원소의 개수})}$$

<나> 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때, $[a,b]$를 n등분하여 양 끝점과 각 분점의 x좌표를 차례로 $a=x_0,\ x_1,\ \cdots,\ x_n=b$라고 하면 소구간의 길이 Δx는 $\Delta x=\dfrac{b-a}{n}$이고, $k=0,\ 1,\ \cdots,\ n$에 대해 $x_k=a+k\Delta x$이다. 이 때, $S_n=\sum_{k=1}^{n}f(x_k)\Delta x$라고 하면, 극한값 $\lim_{n\to\infty}S_n$이 항상 존재하는데, 이 극한값을 $\int_a^b f(x)dx$로 나타낸다. 즉,

$$\int_a^b f(x)dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(a+\frac{b-a}{n}k\right)\frac{b-a}{n}$$

이다.

<다> 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분 가능하고, 두 도함수 $f'(x)$, $g'(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 다음 등식이 성립한다.

$$\int_a^b f'(x)g(x)dx=\left[f(x)g(x)\right]_a^b-\int_a^b f(x)g'(x)dx$$

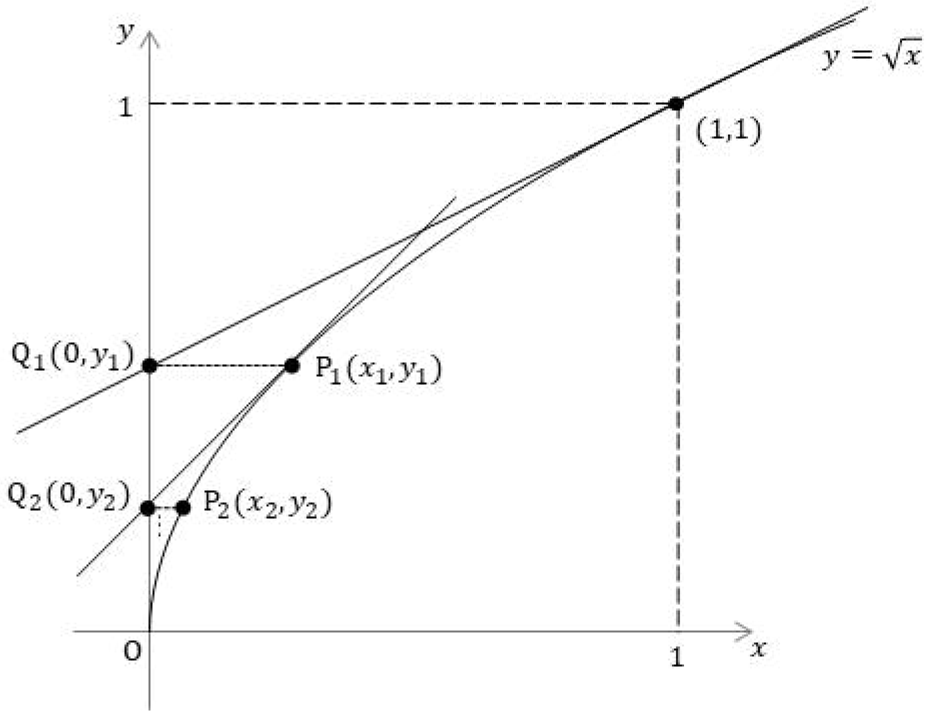
2-1. 10개의 상자가 일렬로 배열되어 있고 맨 앞의 상자와 맨 뒤의 상자에는 공이 한 개씩 들어있으며, 나머지 상자에는 공이 한 개 들어있거나 비어있다고 하자. 이 때, 비어있는 상자가 연속하여 나타나지 <u>않을</u> 확률을 구하여라. (단, 상자마다 공이 한 개 들어있거나 비어있을 확률은 각각 $\frac{1}{2}$로 같다.) [15점]

2-2. n개의 서로 다른 공을 $2n$개의 서로 다른 상자에 모두 나누어 넣는다. 각 상자에는 공이 하나도 들어있지 않을 수 있으며 여러 개의 공이 들어있을 수도 있다. 각 상자에 한 개 이하의 공만 들어있을 확률을 p_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\ln p_n}{n}$을 구하여라. [20점]

[뒷면에 계속]

[문제 3] 다음 제시문 <가> ~ <나>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $(1,1)$에서의 접선과 y축과의 교점을 $\mathrm{Q}_1(0,\ y_1)$이라 하고 점 Q_1을 지나고 x축에 평행한 직선과 곡선 $y=\sqrt{x}$의 교점을 $\mathrm{P}_1(x_1,\ y_1)$라 하자. 점 P_1에서의 접선과 y축과의 교점을 $\mathrm{Q}_2(0,\ y_2)$라 하고 점 Q_2를 지나고 x축에 평행한 직선과 곡선 $y=\sqrt{x}$의 교점을 $\mathrm{P}_2(x_2,\ y_2)$라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 점을 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$이라 하자.



<나> 첫째항이 a, 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항은 $a_n=ar^{n-1}$이고, $r\neq 1$일 때 첫째항부터 제 n항까지의 합은 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$이다. 또한 $|r|<1$일 때, $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\dfrac{a}{1-r}$이다.

3-1. 제시문 <가>에서 점 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$의 좌표를 구하여라. [10점]

3-2. 점 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$에서 곡선 $y=\sqrt{x}$에 접하는 직선과 y축 및 곡선 $y=\sqrt{x}$로 둘러싸인 영역의 넓이를 A_n이라 할 때, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}A_n$을 구하여라. [20점]

[끝]

이 면은 여백입니다.