

2025학년도  
중앙대학교 모의 논술  
채점자 매뉴얼

자연계열



**2025학년도 모의 논술 자연계열  
제시문 출전 및 출제 의도**

### [문제 1 제시문 출전]

- 고등학교 수학, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.76  
고등학교 수학, 박교식 외, 동아출판, 2022, p.73  
고등학교 수학, 김원경 외, 비상교육, 2023, p.71  
고등학교 수학, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2020, p.73  
확률과 통계, 이준열 외, 천재교육, 2022, p.53, 62, 91  
확률과 통계, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2023, p.50, 58, 84  
확률과 통계, 황선욱 외, 미래엔, 2020, p.50, 58, 86  
확률과 통계, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.53, 65, 85

### [문제 1 출제 의도]

다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률 및 기댓값의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 이산확률변수의 기댓값을 구하는 문제로, 전체 사건을 두 개의 배반사건으로 나누고, 각 사건에 대해 확률변수의 조건부확률을 구한 후 확률의 곱셈정리와 덧셈정리를 이용하여 확률변수의 확률분포를 구한다. 특히 각 사건에 대해 삼차방정식의 해를 이용하여 체계적으로 경우의 수를 파악할 수 있는지를 평가한다.

**[문제 2 제시문 출전]**

첫 번째 제시문: - 수학 I, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2022, p.144  
- 수학 I, 배중숙 외, 금성출판사, 2020, p.153  
- 수학 I, 권오남 외, 교학사, 2023, p.152  
- 수학 I, 박교식 외, 동아출판, 2023, p.140

두 번째 제시문: - 수학 II, 이준열 외, 천재교육, 2023, p.74  
- 수학 II, 권오남 외, 교학사, 2024, p.80  
- 수학 II, 김원경 외, 비상교육, 2022, p.71  
- 수학 II, 배중숙 외, 금성출판사, 2023, p.73

세 번째 제시문: - 미적분, 박교식 외, 동아출판, 2023, p.65  
- 미적분, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.71  
- 미적분, 김원경 외, 비상교육, 2020, p.59  
- 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.68

**[문제 2-1 출제 의도]**

귀납적으로 정의된 상황을 이용하여 경우의 수를 파악하고 각 경우를 고려하여 문제를 해결하는 것은 논리적 사고에서 중요한 부분이다. 본 문제는 귀납적으로 정의된 수열에 관하여 주어진 조건을 만족하는 자연수를 찾아내는 문제이다. 수열의 귀납적 정의를 고려하여 논리적이고 체계적으로 경우의 수를 파악할 수 있는지를 평가한다.

**[문제 2-2 출제 의도]**

미분의 기하학적인 의미는 곡선의 접선으로 접선의 방정식을 구하는 것은 미분의 중요한 응용 중 하나이다. 본 문제는 평면 위의 점에서 곡선에 그은 접선을 구하고 직선의 교점과  $x$  절편을 구하여 삼각형의 넓이를 구한다. 또한 직선의 기울기가 탄젠트라는 것을 이해하고 탄젠트함수의 덧셈정리로 주어진 식을 표현한 후 극한을 계산하는 과정을 할 수 있는지 평가하고자 하였다.

**[문제 3 제시문 출전]**

첫 번째 제시문: - 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.149  
- 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.147  
- 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.126

두 번째 제시문: - 수학, 박교식 외, 동아출판, 2020, p.101  
- 수학, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.109  
- 수학, 배종숙 외, 금성출판사, 2022, p.111

세 번째 제시문: - 수학 II, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.78  
- 수학 II, 김원경 외, 비상, 2022, p.78  
- 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.113

**[문제 3-1 출제 의도]**

정적분을 구할 때 적분을 하는 함수를 적절한 형태로 치환하여 적분을 계산할 수 있는지를 평가한다. 그리고 이렇게 얻은 정적분 값에 대한 수열의 합을 구할 수 있는지도 평가한다.

**[문제 3-2 출제 의도]**

식의 인수분해를 잘 수행할 수 있는지 평가한다. 그리고 인수분해로 얻은 식을 가지고 문제에서 요구하는 값의 최솟값을 미분을 활용하여 구할 수 있는지를 평가한다.

**[문제 4 제시문 출전]**

- 첫 번째 제시문: - 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.137  
- 기하, 선우하식 외, 천재교과서, 2023, p.154  
- 기하, 홍성복 외, 지학사, 2019, p.152  
- 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.153

- 두 번째 제시문: - 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.17  
- 기하, 선우하식 외, 천재교과서, 2023, p.22  
- 기하, 홍성복 외, 지학사, 2019, p.17  
- 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.21

- 세 번째 제시문: - 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.38  
- 기하, 선우하식 외, 천재교과서, 2023, p.41  
- 기하, 홍성복 외, 지학사, 2019, p.41  
- 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.42

**[문제 4-1 출제 의도]** 공간좌표는 기하와 대수의 관계를 경험할 수 있도록 해준다. 대표적인 공간도형인 구와 평면과의 위치 관계를 이용하여 최대최소 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

**[문제 4-2 출제 의도]**

이차곡선은 실생활의 여러 분야에 활용되고 있다. 이차곡선 중의 하나인 타원의 정의를 장축, 단축, 초점의 관계를 이용하여 잘 이해하고 있는지 평가한다. 타원의 접선의 방정식을 활용하는 능력을 파악하고자 한다.

**2025학년도 중앙대학교**

**모의논술 예시 답안**

[문제 1 예시 답안]

▶ 주머니 A를 선택하는 사건을  $A$ , 주머니 B를 선택하는 사건을  $B$ 라 하면  $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ,

$$P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

▶ 조건식  $b^3 - 6ab^2 + 11a^2b - 6a^3 = 0$ 의 좌변을 인수분해 하면  $(b-a)(b-2a)(b-3a) = 0$ 이다. 따라서 문제의 조건을 ‘ $b=a$  또는  $b=2a$  또는  $b=3a$ 이면  $\frac{b}{a}$ , 그렇지 않으면  $b-a$ 를 반환한다’로 바꿀 수 있다. 단, 두 장의 카드에 적힌 수가 같을 수 없으므로  $b=a$ 인 경우는 고려할 필요가 없다.

▶ 문제의 시행으로부터 반환되는 값을  $X$ 라 하자. 주머니 A를 선택한 경우,  $a$ 와  $b$  쌍이 가질 수 있는 값의 경우의 수는  ${}_3C_2 = 3$ 이다.  $a$ 와  $b$ 의 값에 따른  $X$ 의 값은 다음과 같다.

$a$	$b$	$X$
1	2	$\frac{b}{a} = 2$
1	3	$\frac{b}{a} = 3$
2	3	$b-a = 1$

▶ 따라서 주머니 A를 선택한 경우  $X$ 의 확률분포표는 다음과 같다.  $P(X=x)$ 는  $X=x$ 인 경우의 수를 전체 경우의 수인 3으로 나누어 구한다.

$X$	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

▶ 주머니 B를 선택한 경우,  $a$ 와  $b$  쌍이 가질 수 있는 값의 경우의 수는  ${}_7C_2 = 21$ 이다.  $a$ 와  $b$ 의 값에 따른  $X$ 의 값은 다음과 같다. ( $a=2, b=8$ 일 때  $b=4a$ 이므로 몫이 아닌 차를 구해야 함을 유의)

$a$	$b$	$X$	$a$	$b$	$X$
2	3	$b-a=1$	4	5	$b-a=1$
2	4	$\frac{b}{a}=2$	4	6	$b-a=2$
2	5	$b-a=3$	4	7	$b-a=3$
2	6	$\frac{b}{a}=3$	4	8	$\frac{b}{a}=2$
2	7	$b-a=5$	5	6	$b-a=1$
2	8	$b-a=6$	5	7	$b-a=2$
3	4	$b-a=1$	5	8	$b-a=3$
3	5	$b-a=2$	6	7	$b-a=1$
3	6	$\frac{b}{a}=2$	6	8	$b-a=2$
3	7	$b-a=4$	7	8	$b-a=1$
3	8	$b-a=5$			

▶ 따라서 주머니 B를 선택한 경우  $X$ 의 확률분포표는 다음과 같다.  $P(X=x)$ 는  $X=x$ 인 경우의 수를 전체 경우의 수인 21으로 나누어 구한다.

$X$	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{6}{21}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{21}$	1

▶  $A$ 와  $B$ 는 배반사건이므로, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리를 이용하여  $X$ 의 확률분포표를 다음과 같이 구할 수 있다.

$X$	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $+ \frac{2}{3} \times \frac{6}{21}$ $= \frac{19}{63}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $+ \frac{2}{3} \times \frac{7}{21}$ $= \frac{21}{63}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $+ \frac{2}{3} \times \frac{4}{21}$ $= \frac{15}{63}$	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{21}$ $= \frac{2}{63}$	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{21}$ $= \frac{4}{63}$	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{21}$ $= \frac{2}{63}$	1

▶ 따라서,  $X$ 의 기댓값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E(X) &= 1 \times \frac{19}{63} + 2 \times \frac{21}{63} + 3 \times \frac{15}{63} + 4 \times \frac{2}{63} + 5 \times \frac{4}{63} + 6 \times \frac{2}{63} \\
 &= \frac{146}{63}
 \end{aligned}$$

[문제 1 채점 기준]

- 삼차방정식의 해를 올바르게 구한 경우: +4점
- 주머니 A를 선택한 경우의  $X$ 의 경우의 수 또는 확률분포표를 정확히 구한 경우: +3점
- 주머니 B를 선택한 경우의  $X$ 의 경우의 수 또는 확률분포표를 정확히 구한 경우: +8점
- $X$ 의 기댓값을 정확히 구한 경우: +5점

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.  
※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서  $\pm 1$  점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 2-1 예시 답안]

수열  $\{a_n\}$ 의 정의로부터  $a_7=0$ ,  $a_6 \neq 0$ 인  $d$ 를 찾으면 된다는 것을 알 수 있다. 또한,  $a_1=2$ ,  $a_2=-2$ ,  $a_3=-2+d$ 가 성립하고,  $a_6=4$  혹은  $-d$ 이다.

-  $d=1, 2$  이면  $a_4=0$  ( $d=1$ ),  $a_3=0$  ( $d=2$ )이 되어 성립하지 않는다.

-  $d=3$  이면  $a_5=-6+2d$ 가 되어 성립하지 않는다.

$d > 3$  이므로,  $a_4=-6+d$  이고  $d \neq 6$  이다.

-  $d=4, 5$  이면  $a_6=2$  ( $d=4$ ),  $a_6=0$  ( $d=5$ )가 되어 성립하지 않는다.

-  $d=7, 8, 9$  이면  $a_6=-10+2d$ 가 되어  $d=7$  일 때 성립한다.

-  $d=10$  이면,  $a_5=0$ 이 되어 성립하지 않는다.

-  $d \geq 11$  이면,  $a_6=-14+d$ 가 되어  $d=18$  일 때 성립한다.

그러므로, 주어진 조건을 만족하는 자연수  $d$ 는 7 또는 18이다.

[문제 2-1 채점 기준]

- 경우를 나누어 구하는 시도를 하면 +2점
- 7 혹은 18중 하나만 구했을 때 +4점
- 둘 다 구하면 +4점

[문제 2-1 별해]

수열  $\{a_n\}$ 의 정의로부터  $a_7=0$ ,  $a_6 \neq 0$ 인  $d$ 를 찾으면 된다는 것을 알 수 있다. 또한,  $a_1=2$ ,  $a_2=-2$ ,  $a_3=-2+d$  이므로  $d \neq 1, 2$  이다.

$a_4=-6+d$  이므로  $d \neq 3, 6$  이고

$a_5 = \begin{cases} -6+2d & (d=4, 5) \\ -10+d & (d > 6) \end{cases}$ ,  $a_6 = \begin{cases} -10+2d & (d=4, 5, 7, 8, 9) \\ -14+d & (d > 10) \end{cases}$  이고,  $d \neq 5, 10, 14$  이다.

$a_6=4$  혹은  $-d$ 이므로 경우의 수를 고려하면  $d$ 는 7 또는 18이다.

[문제 2-1 별해 채점 기준]

- 경우를 나누어 구하는 시도를 하면 +2점
- $a_6$  혹은  $a_7$ 을 경우를 나누어 맞게 구했을 때 +4점
- 모든 경우를 구하여  $d$ 는 7 또는 18을 모두 얻으면 +4점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2 예시 답안]

점  $(0, n)$  에서  $y = \ln x$  에 그은 접선의 접점을  $(a, \ln a)$  라 하면, 접선의 방정식은

$y = \frac{1}{a}(x-a) + \ln a$  이다. 이 접선이  $(0, n)$ 을 지나므로,  $n = -1 + \ln a$ , 즉,  $a = e^{n+1}$  이다.

접선  $l_n$  과  $l_{n+1}$  의 방정식은 각각

$l_n : y = e^{-n-1}x + n$ ,  $l_{n+1} : y = e^{-(n+2)}x + (n+1)$  이다.

$\tan \theta_n = e^{-(n+1)}$ ,  $\tan \theta_{n+1} = e^{-(n+2)}$  이므로, 탄젠트 덧셈정리에 의하여

$\tan(\theta_n - \theta_{n+1}) = \frac{e^{n+2} - e^{n+1}}{e^{2n+3} + 1}$  이다.

한편,  $l_n$  과  $l_{n+1}$  의 교점은  $x = \frac{1}{e^{-n-1} - e^{-n-2}}$ ,  $y = \frac{e}{e-1} + n$  이다. 또한,  $l_n$  과  $l_{n+1}$  의

$x$ 절편은 각각  $-ne^{n+1}$ ,  $-(n+1)e^{n+2}$ 이다. 따라서, 삼각형의 넓이

$S_n = \frac{1}{2}((n+1)e^{n+2} - ne^{n+1})\left(\frac{e}{e-1} + n\right)$  이고 주어진 극한

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n \tan(\theta_n - \theta_{n+1})}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n^2}((n+1)e^{n+2} - ne^{n+1})\left(\frac{e}{e-1} + n\right) \frac{e^{n+2} - e^{n+1}}{e^{2n+3} + 1}$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n^2} \frac{e^3 - e^2}{e^3 + e^{-2n}} ((e-1)n + e)\left(n + \frac{e}{e-1}\right) = \frac{(e-1)^2}{2e}$

[문제 2-2 채점 기준]

- $l_n : y = e^{-n-1}x + n$ ,  $l_{n+1} : y = e^{-(n+2)}x + (n+1)$ 를 얻으면 +5점
- $\tan(\theta_n - \theta_{n+1}) = \frac{e^{n+2} - e^{n+1}}{e^{2n+3} + 1}$ 을 얻으면 +3점
- $l_n$  과  $l_{n+1}$  의 교점을 구하면 +3점
- 극한값  $\frac{(e-1)^2}{2e}$ 을 구하면 +4점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

**[문제 3-1 예시 답안]**

$y = x \ln x - x$  로 치환하고  $(x \ln x - x)' = \ln x$  를 고려하여 치환적분하면 아래와 같다.

$$\int_1^e (x \ln x - x)^n \ln x dx = \int_{-1}^0 y^n dy = \frac{(-1)^n}{n+1}$$

따라서  $a_k a_{k+1} = \frac{-1}{(k+1)(k+2)}$  이고, 구하는 값은 아래와 같다.

$$\sum_{k=1}^{2024} a_k a_{k+1} = - \sum_{k=1}^{2024} \left( \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right) = - \frac{506}{1013}$$

**[문제 3-1 채점 기준]**

- 치환하여 계산을 시도하면 **+2점**
- 치환적분을 계산하여  $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$  를 얻으면 **+4점**
- $a_k a_{k+1} = - \left( \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right)$  을 구하고 합  $- \frac{506}{1013}$  을 구하면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

**[문제 3-2 예시 답안]**

$y$  에 대하여 인수분해하면  $(y-x^2)(y-x-1)=0$  이다.  $y=x^2$  이거나  $y=x+1$  이다.

(1)  $y=x^2$  인 경우  $P(t, t^2)$  이고  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$  을

$$f(t) = (t-1)^2 + t^4 + (t-5)^2 + t^4 = 2t^4 + 2t^2 - 12t + 26$$

라 하자.  $f'(t) = 8t^3 + 4t - 12 = 4(t-1)(2t^2 + 2t + 3)$  이므로  $t=1$  에서 최솟값  $f(1) = 18$  을 갖는다.

(2)  $y=x+1$  인 경우  $P(t, t+1)$  이고  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$  을

$$g(t) = 4t^2 - 8t + 28$$

라 하자.  $t=1$  에서 최솟값  $g(1) = 24$  을 갖는다. 최솟값은 18이다.

**[문제 3-2 채점 기준]**

- 인수분해하여  $y=x^2$  이거나  $y=x+1$  을 얻으면 **+5점**
- $y=x^2$  인 경우 최솟값 18 구하면 **+5점**
- $y=x+1$  인 경우 최솟값 24 구하면 **+5점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서  $\pm 1$  점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 4-1 예시 답안]

구  $S$  위의 점  $(a, b, c)$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 7인

구  $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=7^2$ 가  $xy$ 평면과 만나는 원  $C_1$ 의 방정식은  $z=0$ 을 대입하여 얻은  $(x-a)^2+(y-b)^2=7^2-c^2$ 이다. 따라서 그 넓이는  $(7^2-c^2)\pi$ 이다. 마찬가지로  $C_2, C_3$ 의

넓이는 각각  $(7^2-a^2)\pi, (7^2-b^2)\pi$ 이므로  $\frac{A}{\pi}=147-(a^2+b^2+c^2)$

원점  $O$ 와 구  $S$ 의 중심  $C(3,4,5)$ 를 통과하는 직선은 구  $S$ 와 두 점에서 만나는데, 이 중 한 점은 구  $S$  위의 점 중에서 원점과 가장 가까운 점이고 다른 한 점은 가장 먼 점이다. 이 두

점을  $P, Q$ 라 하고  $\overline{OP} < \overline{OQ}$ 라 가정할 수 있다. 그러면  $\overline{OC} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{50}$ 이므로  $\overline{OP} = \sqrt{50}-1, \overline{OQ} = \sqrt{50}+1$ 이다.  $\sqrt{50}-1 \leq \sqrt{a^2+b^2+c^2} \leq \sqrt{50}+1$ 이므로

$$51-2\sqrt{50} \leq a^2+b^2+c^2 \leq 51+2\sqrt{50}$$

$$96-2\sqrt{50} \leq 147-(a^2+b^2+c^2) \leq 96+2\sqrt{50}$$

에서  $\frac{A}{\pi}$ 의 최솟값과 최댓값은 각각  $96-2\sqrt{50}, 96+2\sqrt{50}$ 이고 그 합은 192이다.

[문제 4-1 채점기준]

- $C_1, C_2, C_3$ 의 넓이  $(7^2-c^2)\pi, (7^2-a^2)\pi, (7^2-b^2)\pi$ 을 얻으면 +5점
- $\overline{OP} = \sqrt{50}-1, \overline{OQ} = \sqrt{50}+1$ 을 얻으면 +5점
- $\frac{A}{\pi}$ 의 최댓값과 최솟값의 합 192를 얻으면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2 예시 답안]

타원  $E$ 를  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이라 하고 그 위의 두 점  $A, B$ 를 잡자. 삼각형  $ABF$ 의 둘레가  $4a$ 이 하임을 다음의 두 가지 경우로 나누어 관찰한다.

(a) 점  $A, B$  중에서 한 점, 가령 점  $B$ 가  $x$ 축에 있거나 점  $A, B$ 가  $x$ 축 반대편에 있는 경우 (그림 I, II 참고):

$$\overline{AB} + \overline{BF} + \overline{FA} \leq \overline{AF'} + \overline{F'B} + \overline{BF} + \overline{FA} = (\overline{FA} + \overline{AF'}) + (\overline{F'B} + \overline{BF}) = 2a + 2a = 4a$$

(b) 점  $A, B$ 가  $x$ 축 한편에 있는 경우 (그림 III 참고): 점  $A, B$  중에서  $x$ 축에 더 가깝지 않은 점, 가령 점  $A$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭 이동한 점을  $A'$ 이라 하고, 점  $B$ 에서 직선  $AA'$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하면  $\overline{AH} < \overline{A'H}$ 이고  $\overline{FA} = \overline{FA'}$ 이므로

$$\overline{AB} + \overline{BF} + \overline{FA} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HB}^2} + \overline{BF} + \overline{FA} < \sqrt{\overline{A'H}^2 + \overline{HB}^2} + \overline{BF} + \overline{FA} = \overline{A'B} + \overline{BF} + \overline{FA}$$

여기서,  $\overline{A'B} + \overline{BF} + \overline{FA}$  는 (a)의 관찰에 의해  $4a$  이하다.

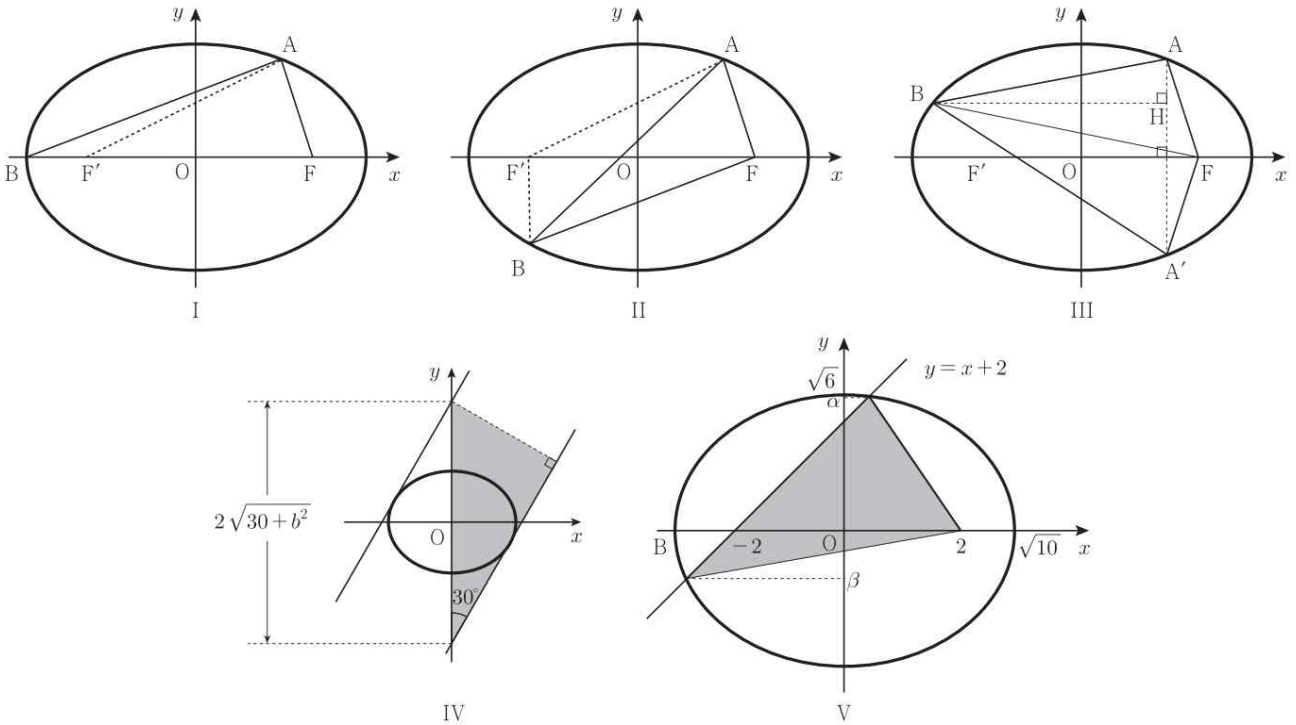
초점  $F'$  을 지나고  $y$  축과 평행한 직선과 타원의 두 교점을 점  $A, B$  로 잡으면 삼각형  $ABF$  의 둘레가  $4a$  가 되므로 위 관찰 (a), (b)에 의해 삼각형  $ABF$  의 둘레의 최댓값은  $4a = 4\sqrt{10}$  이어서  $a = \sqrt{10}$

기울기가  $\sqrt{3}$  인 두 접선  $y = \sqrt{3}x \pm \sqrt{30+b^2}$  사이의 거리는 그림 IV에서

$$2\sqrt{30+b^2} \sin 30^\circ = 6 \text{ 이므로 } b^2 = 6, c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$$

직선  $y = x + 2$  와 타원  $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$  을 연립하여 얻은 이차방정식  $4y^2 - 6y - 9 = 0$  의 두 근은

$$\alpha = \frac{3+3\sqrt{5}}{4}, \beta = \frac{3-3\sqrt{5}}{4} \text{ 이므로 } \triangle PQF = \frac{1}{2} \cdot |\alpha - \beta| \cdot \overline{FF'} = 3\sqrt{5} \text{ (그림 V 참고)}$$



#### [문제 4-2 채점기준]

- $a = \sqrt{10}$  을 구하면 +5점
- $c = 2$  를 구하면 +5점
- $\triangle PQF = 3\sqrt{5}$  를 구하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.