문제1 [10점]

$\angle \mathrm{A} > \dfrac{\pi}{2}$인 이등변삼각형 ABC에 대하여

$$\sin A = \cos B, \quad \overline{\mathrm{AC}} = 2\sqrt{3}$$

이다. 다음은 삼각형 ABC의 외접원의 넓이를 구하는 과정이다. (1) ~ (4)에 알맞은 수를 구하시오.

삼각형 ABC는 $\angle \mathrm{A} > \dfrac{\pi}{2}$인 이등변삼각형이므로 $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$ ······ ㉠ $\angle \mathrm{A} > \dfrac{\pi}{2}$이고 $\sin A = \cos B$이므로 $\angle \mathrm{A} = \dfrac{\pi}{2} + \angle \mathrm{B}$ ······ ㉡ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 π이므로 $\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{B} + \angle \mathrm{C} = \pi$ ······ ㉢ ㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\angle \mathrm{A} = \boxed{(1)}$, $\angle \mathrm{B} = \boxed{(2)}$ 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 하면 $R = \boxed{(3)}$이므로 외접원의 넓이는 $\boxed{(4)}$이다.

문제2 [10점]

좌표평면 위의 두 점 $(0, 0)$, $(\sqrt[3]{4}, \sqrt[6]{2})$를 지나는 직선이 직선 $ax+2y=1$과 서로 수직일 때, a^2의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, a는 상수이다.)

문제3 [10점]

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+2}-S_n=10n+9$$

가 성립할 때, a_3의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

문제4 [10점]

두 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)+3$, $y=\log_2(x+k)$의 그래프가 제1사분면에서 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\log_4(\alpha+\beta)$의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

문제5 [10점]

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to 2} \frac{g(x)-4}{x-2} = 2f(2)$

(나) $f(x)g(x) = x^4 - x^2$

$f'(2)$의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

문제6 [10점]

두 자연수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{b^2}{x^2 + bx + 1} & (x \neq 0) \\ \\ \dfrac{a^2}{4} & (x = 0) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에서 연속일 때, a와 b의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

문제7 [10점]

실수 $k\,(k>1)$에 대하여 곡선 $y=x^2-x$와 직선 $y=kx$가 만나는 두 점 중 원점이 아닌 점을 P라 하고, 직선 $y=kx$가 직선 $x=2k$와 만나는 점을 Q라 하자. 곡선 $y=x^2-x$와 선분 OP로 둘러싸인 부분의 넓이를 A라 하고, 곡선 $y=x^2-x$와 직선 $x=2k$ 및 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. $A-B=\dfrac{8}{3}$일 때, k의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.
(단, O는 원점이다.)

문제8 [15점]

시각 $t=0$일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치 $x(t)$가 두 상수 a, b에 대하여

$$x(t)=\frac{1}{3}t^3+at^2+bt$$

일 때, 시각 t에서의 점 P의 속도 $v(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $v(1)=0$

(나) $\displaystyle\int_0^3 |v(t)|\,dt=\frac{23}{3}$

시각 $t=6$에서의 점 P의 속도를 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, $a \leq -2$)

문제9 [15점]

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x f(t)\,dt = \frac{1}{6}x^4 + ax^3 + bx^2$이다.
(나) $\lvert f'(-1) \rvert + \lvert f'(2) \rvert = 0$

함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \frac{1}{4}\lvert 3f(x) - 24x - 4 \rvert$$

라 하자. 곡선 $y = g(x)$와 직선 $y = k$가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 모든 자연수 k의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오.