

문제1 [10점]

함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 는 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고 최댓값은 7, 최솟값은 3이다. 다음은 함수 $f(x)$ 에 대하여 세 상수 a, b, c 의 값을 구하는 과정이다. (1) ~ (5)에 알맞은 식 또는 수를 구하시오. (단, $a > 0, b > 0$)

함수 $f(x)$ 는 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이므로 $b = \boxed{\text{(1)}}$ 이다.

함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 의 최댓값과 최솟값을 a 와 c 에 대한 식으로 나타내면

최댓값은 $\boxed{\text{(2)}}$ 이고 최솟값은 $\boxed{\text{(3)}}$ 이므로

$a = \boxed{\text{(4)}}$, $c = \boxed{\text{(5)}}$ 이다.

문제2 [10점]

1이 아닌 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여

$$2\log_a b : \log_a b + 1 = 1 : \log_a b$$

일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

문제3 [10점]

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{5a_2}{a_3+a_4}=16$ 일 때, $\frac{a_3}{a_5}$ 의 값을 구하고
그 과정을 서술하시오.

문제4 [10점]

두 함수 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} - 1$, $y = 2^x + k$ 의 그래프가 제1사분면에서 만나도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위가 $\alpha < k < \beta$ 일 때, $\log_{\sqrt{2}}(\beta - \alpha)$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

문제5 [10점]

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x - 1} = 0$$

$$(나) f(x)g(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$$

$f'(1)$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, $f(1) > 0$)

문제6 [10점]

서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x-a & (x < 1) \\ 2a & (x = 1) \\ bx-3 & (x > 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 모든 실수 x 에서 연속일 때, $f(a-b)+f(a+b)$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

문제7 [10점]

실수 k ($k > 1$)에 대하여 곡선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x$ 가 만나는 두 점 중 원점이 아닌 점을 P 라 하고, 직선 $y = x$ 가 직선 $x = k$ 와 만나는 점을 Q 라 하자. 곡선 $y = -x^2 + kx$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A 라 하고, 곡선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $x = k$ 및 선분 PQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $B - A = \frac{2}{3}$ 일 때, k 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.
(단, O 는 원점이다.)

문제8 [15점]

시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 두 상수 $a, b (a > 4b > 0)$ 에 대하여

$$v(t) = 6t^2 - (a+8b)t + (a+2b)b$$

일 때, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P는 시각 $t=t_1$ 과 $t=t_2$ 에서 운동 방향을 바꾸고 $t_2 - t_1 = \frac{1}{3}$ 이다.

(나) 시각 $t=0$ 에서 $t=b$ 까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

시각 $t=2$ 에서의 점 P의 위치를 구하고 그 과정을 서술하시오.

문제9 [15점]

다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = f(x) - \frac{2}{3}x^3 + 4x^2 - 2x - 2$$

를 만족시킨다. 양수 k 에 대하여 직선 $y=k$ 가 곡선 $y=f(x)$ 와 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 삼각형 AOB의 넓이를 $g(k)$ 라 하자. $g(k)$ 가 최대일 때, k 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, O는 원점이다.)

