경희대학교

2026학년도 신입생 수시모집

논술고사 문제지(자연계)

[11월 16일(일) 오전]

※ 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (100점)

[가] $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고, $f'(t)\neq 0$이면 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\dfrac{g'(t)}{f'(t)}$이다.

[나] 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는

$$s=\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$$

[다] 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$이다. (단, $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$)

[라] 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

[마] 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여
(1) $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 그 열린구간에서 증가한다.
(2) $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 그 열린구간에서 감소한다.

[논제 Ⅰ] 자연수 n에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가

$$x=\frac{4}{2n+1}t^{\frac{2n+1}{2}}-\frac{4}{2n+1}, \qquad y=\frac{1}{2n+1}t^{2n+1}-\ln t-\frac{1}{2n+1}$$

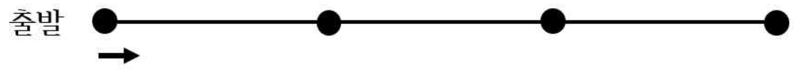
일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, $t\geq 1$)

(1) $\dfrac{dy}{dx}=n$이 되는 점 P의 x좌표를 a_n이라고 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

(2) 시각 $t=1$에서 $t=e^{\frac{1}{2n+1}}$까지 점 P가 움직인 거리를 l이라고 하고, 시각 $t=e^{\frac{1}{2n+1}}$에서 점 P의 y좌표를 m이라고 하자. 이때 $\dfrac{l}{m}$을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

<뒷면에 계속>

[논제 Ⅱ] <그림 1>의 말판에서 처음에 말은 맨 왼쪽 점에서 출발한다. 그리고 앞면(둥근 면)이 나올 확률이 $p\ (0<p<1)$이고 뒷면(평평한 면)이 나올 확률이 $1-p$인 윷짝 한 개를 계속해서 던진다. 앞면이 나오면 말은 오른쪽으로 한 칸 이동하고, 뒷면이 나오면 말은 이동하지 않는다. 다음 물음에 답하시오.

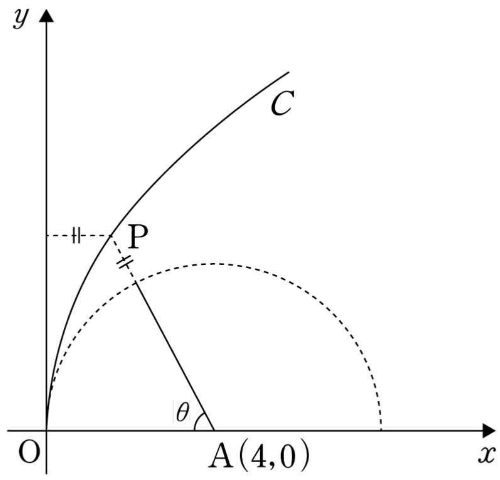


<그림 1>

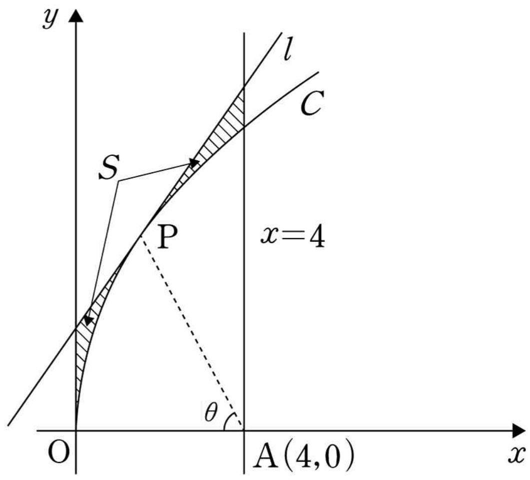
(1) 처음 윷짝을 던진 결과가 앞면이 나왔을 때, 뒷면이 세 번 나오기 전에 말이 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률 $f(p)$를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (12점)

(2) $1, 2, 3, 4, 5$라는 다섯 개의 영역이 있는 돌림판이 있고, 각 영역이 나올 확률은 동일하다. 돌림판을 돌려서 영역 $1, 2, 3, 4$ 중 하나가 나오면 말을 왼쪽에서 세 번째 점에 두고, 반면에 영역 5가 나오면 말을 왼쪽에서 두 번째 점에 둔다. 그 후에 윷짝을 계속해서 던져서 뒷면이 두 번 나오기 전에 말이 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률을 $g(p)$라고 하자. (1)에서 구한 $f(p)$에 대하여 $f(p)=g(p)$인 p의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (단, $0<p<1$) (21점)

[논제 Ⅲ] 좌표평면에서 x축 위에 점 $\mathrm{A}(4,0)$이 있다. <그림 2>와 같이 제1사분면 위의 점 P와 y축 사이의 거리를 d라고 할 때, $d=\overline{\mathrm{AP}}-4$를 만족하는 점 P가 이루는 곡선을 C라고 하자. $\angle \mathrm{OAP}=\theta$ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



<그림 2>



<그림 3>

(1) 곡선 C 위의 점들 중 $\sin\theta=\frac{4}{5}$인 점을 P_1, $\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$인 점을 P_2라고 하자. 이때 두 선분 AP_1, AP_2와 곡선 C로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (20점)

(2) 곡선 C 위의 한 점 $\mathrm{P}(a,b)$에서의 접선을 l이라고 할 때, <그림 3>과 같이 접선 l, 곡선 C, 직선 $x=4$와 y축으로 둘러싸인 도형을 S라고 하자. 도형 S의 넓이의 최솟값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (17점)

<끝> - 총 1장 2쪽입니다. -

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	(자연)계열 / (Ⅰ)문항

2. 2026학년도 논술고사 문항 및 제시문

[가] $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고, $f'(t)\neq 0$이면 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\dfrac{g'(t)}{f'(t)}$ 이다.

[나] 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x,y)가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는

$$s=\int_a^b\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=\int_a^b\sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$$

[논제 Ⅰ] 자연수 n에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x,y)가

$$x=\frac{4}{2n+1}t^{\frac{2n+1}{2}}-\frac{4}{2n+1},\qquad y=\frac{1}{2n+1}t^{2n+1}-\ln t-\frac{1}{2n+1}$$

일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, $t\geq 1$)

(1) $\dfrac{dy}{dx}=n$이 되는 점 P의 x좌표를 a_n이라고 할 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n$을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

(2) 시각 $t=1$에서 $t=e^{\frac{1}{2n+1}}$까지 점 P가 움직인 거리를 l이라고 하고, 시각 $t=e^{\frac{1}{2n+1}}$에서 점 P의 y좌표를 m이라고 하자. 이때 $\dfrac{l}{m}$을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

3. 2026학년도 논술고사 출제 의도

[논제 Ⅰ]에서는 매개변수로 나타낸 함수의 미분법, 속도와 거리 등을 이해하고 있는지 파악하고자 하였다. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 활용하여 도함수와 수열을 얻고, 그 수열의 극한을 구할 수 있는지, 좌표평면 위를 움직이는 점의 속력과 그 움직인 거리를 적분법을 활용하여 구할 수 있는지 등을 평가한다.

4. 2026학년도 논술고사 문항 해설

[논제 Ⅰ]에서는 매개변수로 나타낸 함수의 미분법, 속도와 거리 등을 이해하고 있는지 파악하고자 하였다. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 활용하여 도함수와 수열을 얻고, 그 수열의 극한을 구할 수 있는지, 좌표평면 위를 움직이는 점의 속력과 그 움직인 거리를 적분법을 활용하여 구할 수 있는지 등을 평가하고자 하였다.

5. 2026학년도 논술고사 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
논제 Ⅰ-(1)	**<6점>** $x'(t)$와 $y'(t)$를 이용하여 $\dfrac{dy}{dx}$를 구한다. **<6점>** a_n을 구한다. **<3점>** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$을 구한다.	15	30
논제 Ⅰ-(2)	**<6점>** 점 P의 속력을 구한다. **<6점>** 거리 l을 구한다. **<3점>** $\dfrac{l}{m}$을 구한다.	15	

6. 2026학년도 논술고사 예시 답안

논제 Ⅰ-(1)

x와 y를 t에 대해서 미분하면 $x'(t) = 2t^{\frac{2n-1}{2}}$, $y'(t) = t^{2n} - \dfrac{1}{t}$이다.

따라서 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y'(t)}{x'(t)} = \dfrac{1}{2}\left(t^{\frac{2n+1}{2}} - t^{-\frac{2n+1}{2}}\right)$이다.

$u = t^{\frac{2n+1}{2}}$라고 하고, $\dfrac{dy}{dx} = n$일 때를 생각하면,

$n = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2}\left(u - \dfrac{1}{u}\right)$로부터, $u^2 - 2nu - 1 = 0$이다.

$u = n \pm \sqrt{n^2+1}$에서 $t \ge 1$이므로 $u = n + \sqrt{n^2+1}$을 얻는다.

따라서 이때 점 P의 x좌표는

$$a_n = \frac{4}{2n+1}u - \frac{4}{2n+1} = \frac{4}{2n+1}\left(n - 1 + \sqrt{n^2+1}\right)$$

그러므로

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{4(n-1)}{2n+1} + \frac{4\sqrt{n^2+1}}{2n+1}\right) = 2 + 2 = 4$$

논제 Ⅰ-(2)

점 P의 속력은

$$\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} = \sqrt{4t^{2n-1} + t^{4n} - 2t^{2n-1} + \frac{1}{t^2}} = \sqrt{\left(t^{2n} + \frac{1}{t}\right)^2} = t^{2n} + \frac{1}{t}$$

$b=e^{\frac{1}{2n+1}}$ 이라고 할 때, 시각 $t=1$에서 시각 $t=b$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$l=\int_1^b\left(t^{2n}+\frac{1}{t}\right)dt=\frac{1}{2n+1}b^{2n+1}+\ln b-\frac{1}{2n+1}=\frac{e}{2n+1}+\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+1}=\frac{e}{2n+1}$$

$t=b$일 때의 점 P의 y좌표는 $m=\frac{1}{2n+1}b^{2n+1}-\ln b-\frac{1}{2n+1}=\frac{e-2}{2n+1}$ 이므로

$$\frac{l}{m}=\frac{e}{e-2}$$

1. 일반 정보

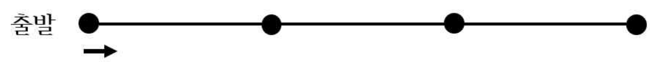
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	(자연)계열 / (Ⅱ)문항

2. 2026학년도 논술고사 문항 및 제시문

[제시문]

[다] 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$이다. (단, $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$)

[논제 Ⅱ] <그림 1>의 말판에서 처음에 말은 맨 왼쪽 점에서 출발한다. 그리고 앞면(둥근 면)이 나올 확률이 $p\,(0<p<1)$이고 뒷면(평평한 면)이 나올 확률이 $1-p$인 윷짝 한 개를 계속해서 던진다. 앞면이 나오면 말은 오른쪽으로 한 칸 이동하고, 뒷면이 나오면 말은 이동하지 않는다. 다음 물음에 답하시오.



<그림 1>

(1) 처음 윷짝을 던진 결과가 앞면이 나왔을 때, 뒷면이 세 번 나오기 전에 말이 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률 $f(p)$를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (12점)

(2) $1, 2, 3, 4, 5$라는 다섯 개의 영역이 있는 돌림판이 있고, 각 영역이 나올 확률은 동일하다. 돌림판을 돌려서 영역 $1, 2, 3, 4$ 중 하나가 나오면 말을 왼쪽에서 세 번째 점에 두고, 반면에 영역 5가 나오면 말을 왼쪽에서 두 번째 점에 둔다. 그 후에 윷짝을 계속해서 던져서 뒷면이 두 번 나오기 전에 말이 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률을 $g(p)$라고 하자. (1)에서 구한 $f(p)$에 대하여 $f(p)=g(p)$인 p의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (단, $0<p<1$) (21점)

3. 2026학년도 논술고사 출제 의도

[논제 II]에서는 고등학교 교육과정의 확률 및 조건부확률을 구하는 방법을 이해하며, 주어진 조건으로부터 경우를 나누어 수학적으로 추론하고 단순한 공식의 적용보다는 주어진 상황을 올바르게 이해하고 문제 해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2026학년도 논술고사 문항 해설

[논제 II]에서는 확률의 정의와 조건부확률 등을 이용하여 주어진 상황을 고려하여 경우를 나누어 제시된 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다.

5. 2026학년도 논술고사 채점 기준

<table>
<tr><th>하위 문항</th><th>채점 기준</th><th colspan="2">배점</th></tr>
<tr><td>논제
Ⅱ-(1)</td><td><9점> 뒷면의 개수에 따른 각각의 확률 구하기
<3점> 확률 합쳐서 식을 정리하기</td><td>12</td><td rowspan="2">33</td></tr>
<tr><td>논제
Ⅱ-(2)</td><td><7점> 영역이 1, 2, 3, 4가 나올 경우의 확률 구하기
<7점> 영역 5가 나올 확률 구하기
<7점> 함께 계산하여 p값 구하기</td><td>21</td></tr>
</table>

6. 2026학년도 논술고사 예시 답안

논제 II-(1) 윷짝을 던진 첫 결과가 앞면이면 말의 상황은 다음과 같다.

다음에 앞면은 두 번 나와야 하고, 뒷면은 최대 두 번 나와야 하며, 마지막은 앞면으로 끝나야 한다. 뒷면의 개수로 경우를 나누어 보자.

* 뒷면이 0번: 앞앞 => 확률 p^2
* 뒷면이 1번: 앞뒤앞, 뒤앞앞 => 확률 $2p^2(1-p)$
* 뒷면이 2번: 앞뒤뒤앞, 뒤앞뒤앞, 뒤뒤앞앞 => 확률 $3p^2(1-p)^2$

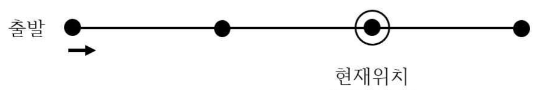
따라서

$$f(p)=p^2\{1+2(1-p)+3(1-p)^2\}=p^2(3p^2-8p+6)$$

논제 II-(2)

① **<u>경우 1</u> (영역 1, 2, 3, 4가 나온 경우)**

말의 상황은 다음과 같다.



다음에 앞면은 한 번 나와야 하고, 뒷면은 최대 한 번 나와야 하며, 마지막은 앞면으로 끝나야 한다. 이후 뒷면의 개수를 가지고 경우를 나누어 보자.

* 뒷면이 0번: 앞 => 확률 p
* 뒷면이 1번: 뒤앞 => 확률 $p(1-p)$

따라서, 경우 1일 때 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률은

$$g_1(p) = p(2-p)$$

② **<u>경우 2</u> (영역 5가 나온 경우)**

말의 상황은 다음과 같다.

다음에 앞면은 두 번 나와야 하고, 뒷면은 최대 한 번 나와야 하며, 마지막은 앞면으로 끝나야 한다. 이후 뒷면의 개수를 가지고 경우를 나누어 보자.

* 뒷면이 0번: 앞앞 => 확률 p^2
* 뒷면이 1번: 앞뒤앞, 뒤앞앞 => 확률 $2p^2(1-p)$

따라서, 경우 2일 때 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률은

$$g_2(p) = p^2(3-2p)$$

③ **<u>함께 계산하기</u>**

확률의 곱셈정리에 의하여

$$g(p) = \frac{4}{5}g_1(p) + \frac{1}{5}g_2(p) = \frac{4}{5}p(2-p) + \frac{1}{5}p^2(3-2p) = \frac{1}{5}p(-2p^2-p+8)$$

$f(p) = g(p)$이므로

$$p^2(3p^2-8p+6) = \frac{1}{5}p(-2p^2-p+8)$$

이다. $p > 0$이므로 양변을 p로 나누고, 다시 정리하면

$$15p^3 - 38p^2 + 31p - 8 = 0$$

이고, 인수분해하면

$$(p-1)^2(15p-8) = 0$$

$p < 1$이므로 $$p = \frac{8}{15}$$

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	(자연)계열 / (Ⅲ)문항

2. 2026학년도 논술고사 문항 및 제시문

[제시문]

[라] 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

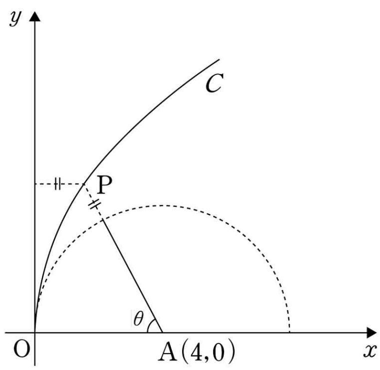
[마] 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여

(1) $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 그 열린구간에서 증가한다.

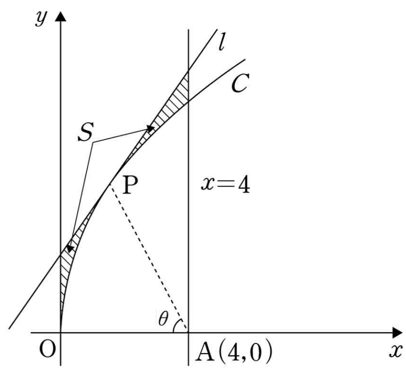
(2) $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 그 열린구간에서 감소한다.

[문항]

[논제 Ⅲ] 좌표평면에서 x축 위에 점 $\mathrm{A}(4,0)$이 있다. <그림 2>와 같이 제1사분면 위의 점 P와 y축 사이의 거리를 d라고 할 때, $d=\overline{\mathrm{AP}}-4$를 만족하는 점 P가 이루는 곡선을 C라고 하자. $\angle \mathrm{OAP}=\theta$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



<그림 2>



<그림 3>

(1) 곡선 C 위의 점들 중 $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$인 점을 P_1, $\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$인 점을 P_2라고 하자. 이때 두 선분 AP_1, AP_2와 곡선 C로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (20점)

(2) 곡선 C 위의 한 점 $\mathrm{P}(a,b)$에서의 접선을 l이라고 할 때, <그림 3>과 같이 접선 l, 곡선 C, 직선 $x=4$와 y축으로 둘러싸인 도형을 S라고 하자. 도형 S의 넓이의 최솟값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (17점)

3. 2026학년도 논술고사 출제 의도

[논제 III]에서는 고등학교 교육과정의 이차곡선 및 미적분 그리고 기하 과목의 기본 개념을 잘 이해하고 응용할 수 있는지를 파악할 수 있는 논제를 출제하였다. 주어진 조건으로부터 수학적으로 추론하고 단순한 공식의 적용보다는 주어진 상황을 수학적으로 표현하여 문제해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2026학년도 논술고사 문항 해설

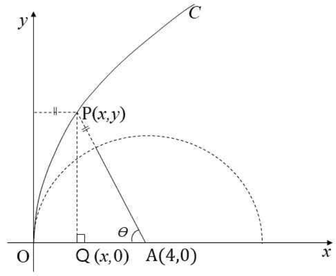
논제 [III]의 첫 번째 논제에서는 도형들 사이의 관계를 이용하여 주어진 조건으로부터 포물선의 방정식을 논리적으로 제시하고, 적분의 응용을 활용하여 제시된 도형의 넓이를 논리적으로 제시할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 논제 [III]의 두 번째 논제에서는 곡선에 접하는 접선의 방정식과 도함수를 활용하여 제시된 도형의 넓이의 최솟값을 논리적으로 제시할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

5. 2026학년도 논술고사 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
논제 Ⅲ-(1)	<7점> 곡선 C의 방정식 $y=4\sqrt{x}$를 잘 구할 수 있다. <7점> 도형의 넓이를 잘 규명할 수 있다. <6점> 도형의 넓이 $\frac{2}{3}(14\sqrt{2}-13)$을 잘 계산한다.	20	37
논제 Ⅲ-(2)	<5점> 접선의 방정식 $y=\frac{2}{\sqrt{a}}x+2\sqrt{a}$을 잘 구할 수 있다. <5점> 도형의 넓이 $g(a)=8\sqrt{a}+\frac{16}{\sqrt{a}}-\frac{64}{3}$를 잘 구할 수 있다. <7점> 넓이의 최솟값 $g(2)=16\left(\sqrt{2}-\frac{4}{3}\right)$ 을 구한다.	17	

6. 2026학년도 논술고사 예시 답안

Ⅲ-(1) 점 P의 좌표를 (x,y)라고 하고, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라고 하면, 점 Q의 좌표는 $(x,0)$이다. $\overline{\mathrm{AP}}=4+x$이며 $\overline{\mathrm{AQ}}=4-x$이다.

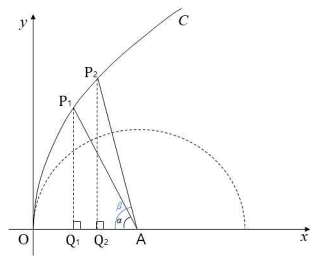


$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$에서 $\cos\theta=\dfrac{4-x}{4+x}$, $\dfrac{y}{4+x}=\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\dfrac{4\sqrt{x}}{4+x}$이므로 곡선 C의 방정식은 $y=4\sqrt{x}\ \ (0<x<4)$이다. $f(x)=4\sqrt{x}$라고 하자. 또한 위의 계산으로부터

$$x=\frac{4(1-\cos\theta)}{1+\cos\theta} \qquad\text{------------- }(*)$$

$\sin\theta=\dfrac{4}{5}$인 θ를 α, $\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$인 θ를 β라고 하고 점 $\mathrm{P_1}$과 $\mathrm{P_2}$에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{Q_1}$과 $\mathrm{Q_2}$라고 하자. 두 선분 $\mathrm{AP_1}$, $\mathrm{AP_2}$와 곡선 C로 둘러싸인 도형의 넓이를 B라고 하면,

$B=$ (도형 $\mathrm{P_2P_1Q_1Q_2}$의 넓이) + (삼각형 $\mathrm{AP_2Q_2}$의 넓이) − (삼각형$\mathrm{AP_1Q_1}$의 넓이) -- (**)



$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$에서 $\sin\theta$는 증가함수이므로 $0<\alpha\le\beta<\dfrac{\pi}{2}$이고, $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$, $\sin\beta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$이므로 $\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$, $\cos\beta=\dfrac{1}{3}$이며, (*)로부터 점 $\mathrm{Q_1}$과 $\mathrm{Q_2}$의 x좌표는 각각 1과 2이다.

$$(\text{도형 } \mathrm{P_2P_1Q_1Q_2}\text{의 넓이})=\int_1^2 f(x)\,dx=\int_1^2 4\sqrt{x}\,dx=\frac{8}{3}(2\sqrt{2}-1)$$

$\overline{\mathrm{AQ_2}}=2$, $\overline{\mathrm{P_2Q_2}}=f(2)=4\sqrt{2}$에서, 삼각형$\mathrm{AP_2Q_2}$의 넓이는 $4\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{AQ_1}}=3$, $\overline{\mathrm{P_1Q_1}}=f(1)=4$에서, 삼각형$\mathrm{AP_1Q_1}$의 넓이는 6

따라서 (**)에 의해 $B=\dfrac{8}{3}(2\sqrt{2}-1)+4\sqrt{2}-6=\dfrac{2}{3}(14\sqrt{2}-13)$

Ⅲ-(2) 곡선 C의 방정식 $y=f(x)=4\sqrt{x}$에 의하여 $f'(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$이므로, 곡선 위의 점

$\mathrm{P}(a, 4\sqrt{a})$에서 곡선에 접하는 접선 l의 방정식은 $y = \frac{2}{\sqrt{a}}x + 2\sqrt{a}$ 이다.

$h(x) = \frac{2}{\sqrt{a}}x + 2\sqrt{a}$ 라고 하자.

접선 l이 y축과 만나는 점을 L, 접선 l이 직선 $x=4$와 만나는 점을 M, 곡선 C가 직선 $x=4$와 만나는 점을 N이라고 하자. 도형 S의 넓이를 $g(a)$라 하면

$$g(a) = (\text{사다리꼴 LOAM의 넓이}) - (\text{도형 OAN의 넓이})$$

한편,

$$(\text{사다리꼴 LOAM의 넓이}) = \int_0^4 h(x)\,dx = 8\sqrt{a} + \frac{16}{\sqrt{a}}$$

$$(\text{도형 OAN의 넓이}) = \int_0^4 4\sqrt{x}\,dx = \frac{64}{3}$$

이므로

$$g(a) = 8\sqrt{a} + \frac{16}{\sqrt{a}} - \frac{64}{3}$$

따라서 도형 S의 넓이의 최솟값은 $0 < a < 4$에서 함수 $g(a)$의 최솟값이다.

$g'(a) = \frac{4}{a\sqrt{a}}(a-2)$ 이며, $g'(a) = 0$인 경우는 $a=2$이다.

$a < 2$ 이면 $g'(a) < 0$이고 $a > 2$ 이면 $g'(a) > 0$이므로 $g(a)$는 $a=2$일 때 최솟값을 가진다.

도형 S의 넓이의 최솟값은 $g(2) = 16\left(\sqrt{2} - \frac{4}{3}\right)$이다.