[을지대학교 문항정보-수학]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	■ 논술우수자 □ 사회기여 및 배려대상자	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	전 계열/8번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	지수함수와 로그함수
예상 소요 시간	5분 / 전체 70분	

2. 문항 및 제시문

8. 함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(2x^2-10x+a)$의 최댓값이 1일 때, 상수 a의 값을 계산하는 과정을 아래 단계에 따라 서술하시오. (단, $a>\frac{25}{2}$)

(1) 함수 $f(x)$가 최댓값을 갖는 x의 값을 구하시오.
(2) a의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

- 로그함수의 정의역 조건과 감소함수의 성질을 분석할 수 있다.
- 이차함수의 최솟값을 이용하여 역함수의 최댓값을 결정할 수 있다.
- 주어진 최댓값 조건에서 상수값을 유도하는 계산을 할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정		
문항 및 제시문	학습내용 성취기준		
관련 성취기준	과목명: 수학Ⅰ(지수함수와 로그함수)		관련
	성취기준 1	[수Ⅰ-1-05] 로그함수의 그래프와 성질을 이해하고 활용할 수 있다.	

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
고등학교 교과서							
기타	2026 EBS 수학Ⅰ 수능특강	EBS교육방송	EBS	2025	30		예

5. 문항 해설

정답해설

(1) 함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(2x^2-10x+a)$의 밑이 $\frac{1}{3}$이므로 함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(2x^2-10x+a)$는 진수인 $2x^2-10x+a$ 의 값이 최소일 때 최댓값을 가지게 된다.

$2x^2-10x+a=2(x^2-5x)+a=2(x-\frac{5}{2})^2-\frac{25}{2}+a$ 이므로, 진수인 $2x^2-10x+a$ 는 $x=\frac{5}{2}$ 일 때 최솟값 $-\frac{25}{2}+a$ 을 갖는다.

(1)최대값 x	$\frac{5}{2}$

(2) 함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(2x^2-10x+a)$는 $x=\frac{5}{2}$일 때, 최댓값 $\log_{\frac{1}{3}}(-\frac{25}{2}+a)$를 갖게된다.

이때 $\log_{\frac{1}{3}}(-\frac{25}{2}+a)=1$ 이므로, $-\frac{25}{2}+a=\frac{1}{3}$

따라서 $a=\frac{77}{6}$

(2) a	$\frac{77}{6}$

6. 채점 기준 *※ 선다형의 경우 생략 가능*

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	로그함수의 정의역 조건을 이용하여 함수의 최솟값을 구함.	5점
(2)	최대값 조건을 적용하여 a값을 구함.	5점

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안 혹은 정답 *※ 선다형의 경우 정답만 기입*

정답해설

(1) 함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(2x^2-10x+a)$의 밑이 $\frac{1}{3}$이므로 함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(2x^2-10x+a)$는 진수인 $2x^2-10x+a$ 의 값이 최소일 때 최댓값을 가지게 된다.

$2x^2-10x+a=2(x^2-5x)+a=2(x-\frac{5}{2})^2-\frac{25}{2}+a$ 이므로, 진수인 $2x^2-10x+a$ 는 $x=\frac{5}{2}$ 일 때 최솟값 $-\frac{25}{2}+a$ 을 갖는다.

(1)최대값 x	$\frac{5}{2}$

(2) 함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(2x^2-10x+a)$는 $x=\frac{5}{2}$일 때, 최댓값 $\log_{\frac{1}{3}}(-\frac{25}{2}+a)$를 갖게된다.

이때 $\log_{\frac{1}{3}}(-\frac{25}{2}+a)=1$ 이므로, $-\frac{25}{2}+a=\frac{1}{3}$

따라서 $a=\frac{77}{6}$

(2) a	$\frac{77}{6}$

[을지대학교 문항정보-수학]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	■ 논술우수자 □ 사회기여 및 배려대상자	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	전 계열/9번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	삼각함수
예상 소요 시간	5분 / 전체 70분	

2. 문항 및 제시문

9. 함수 $f(x)=\sin^2 x+\cos x-1$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$ 값을 계산하는 과정을 아래 단계에 따라 서술하시오.

(1) 최댓값 M을 구하시오.
(2) $M-m$ 을 구하시오.

3. 출제 의도

사인법칙과 코사인법칙을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정		
문항 및 제시문	학습내용 성취기준		
관련 성취기준	과목명: 수학Ⅰ		관련
	성취기준 1	[12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.	
	성취기준 2	[12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
고등학교 교과서							
기타	2025학년도 EBS 수능특강 수학Ⅰ	강인우 외 2	한국교육방송공사	2024	47쪽		예

5. 문항 해설

정답해설

(1) $f(x)=\sin^2 x+\cos x-1=(1-\cos^2 x)+\cos x-1=-\cos^2 x+\cos x$에서

$\cos x=t$라 하면 $-1\le t\le 1$이고,

$g(t)=-t^2+t$

$=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\ (-1\le t\le 1)$이라 하면

함수 $g(t)$는 $t=\frac{1}{2}$일 때 최댓값 $\frac{1}{4}$을 갖는다.

(1) M	$\frac{1}{4}$

(2)또한, $g(t)=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\ (-1\le t\le 1)$에서

$t=-1$일 때 최솟값 -2를 갖는다.

따라서, $M=\frac{1}{4}$, $m=-2$이므로

$M-m=\frac{1}{4}-(-2)=\frac{9}{4}$

(2) $M-m$	$\frac{9}{4}$

6. 채점 기준 *※ 선다형의 경우 생략 가능*

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	주어진 함수에서 $\cos x$를 t로 치환하고 최댓값 M을 구함.	5점
(2)	$M-m$을 구함.	5점

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안 혹은 정답 *※ 선다형의 경우 정답만 기입*

정답해설

(1) $f(x)=\sin^2 x+\cos x-1=(1-\cos^2 x)+\cos x-1=-\cos^2 x+\cos x$에서
$\cos x=t$라 하면 $-1\le t\le 1$이고,
$g(t)=-t^2+t$
$=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\ (-1\le t\le 1)$이라 하면
함수 $g(t)$는 $t=\frac{1}{2}$일 때 최댓값 $\frac{1}{4}$을 갖는다.

(1) M	$\frac{1}{4}$

(2)또한, $g(t)=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\ (-1\le t\le 1)$에서
$t=-1$일 때 최솟값 -2를 갖는다.
따라서, $M=\frac{1}{4}$, $m=-2$이므로
$M-m=\frac{1}{4}-(-2)=\frac{9}{4}$

(2) $M-m$	$\frac{9}{4}$

[을지대학교 문항정보-수학]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	■ 논술우수자 □ 사회기여 및 배려대상자	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	전 계열/10번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	수열
예상 소요 시간	5분 / 전체 70분	

2. 문항 및 제시문

10. 공비 r이 양수이고, 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2a_4 = 100$, $a_6 = 80$ 일 때, a_{10}의 값을 계산하는 과정을 아래 단계에 따라 서술하시오.

(1) r의 값을 구하시오.
(2) a_{10}의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

- 등비수열의 일반항을 표현할 수 있다.
- 주어진 조건에서 수열 항의 관계를 유도할 수 있다.
- 연립 조건을 통해 미지수를 계산할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정		
문항 및 제시문	학습내용 성취기준		
관련 성취기준	과목명: 수학 Ⅱ		관련
	성취기준 1	[수Ⅰ-1-02] 등차수열과 등비수열의 일반항과 합을 이해하고 구할 수 있다.	

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
고등학교 교과서							
기타	2025 EBS 수학Ⅰ 수능특강	EBS교육방송	EBS	2024	75		예

5. 문항 해설

정답해설

(1) 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r 이라 하면

$a_2a_4 = a_1r \times a_1r^3 = a_1^2r^4 = 100$

$a_6 = a_1r^5 = 80$ 에서 $a_1 = \dfrac{80}{r^5}$을 위 식에 대입

$(\dfrac{80}{r^5})^2 \times r^4 = 100 \Rightarrow \dfrac{6400}{r^6} = 100 \Rightarrow r^6 = 64 \Rightarrow r^6 = 2^6$

$\Rightarrow r = 2$

(1) r	2

(2) $a_1 = \dfrac{80}{r^5}$에 $r = 2$를 대입하면 $a_1 = \dfrac{5}{2}$

$a_{10} = a_1r^9 = \dfrac{5}{2} \times 2^9 = 1280$

(2) a_{10}	1280

6. 채점 기준 *※ 선다형의 경우 생략 가능*

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	등비수열 곱 표현식을 이용하여 공비 r을 구함.	7점
(2)	등비수열의 초항을 도출하고, $a_{10} = a_1 r^9 = \frac{5}{2} \times 2^9 = 1280$을 구함.	3점

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안 혹은 정답 *※ 선다형의 경우 정답만 기입*

정답해설

(1) 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r 이라 하면

$a_2 a_4 = a_1 r \times a_1 r^3 = a_1^2 r^4 = 100$

$a_6 = a_1 r^5 = 80$ 에서 $a_1 = \frac{80}{r^5}$을 위 식에 대입

$(\frac{80}{r^5})^2 \times r^4 = 100 \Rightarrow \frac{6400}{r^6} = 100 \Rightarrow r^6 = 64 \Rightarrow r^6 = 2^6$

$\Rightarrow r = 2$

(1) r	2

(2) $a_1 = \frac{80}{r^5}$에 $r = 2$를 대입하면 $a_1 = \frac{5}{2}$

$a_{10} = a_1 r^9 = \frac{5}{2} \times 2^9 = 1280$

(2) a_{10}	1280

[을지대학교 문항정보-수학]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	■ 논술우수자 □ 사회기여 및 배려대상자	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	전 계열/11번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	극한과 도함수
예상 소요 시간	5분 / 전체 70분	

2. 문항 및 제시문

11. 함수 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$가 $x=1$에서 극솟값을 가지고, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=-8$를 만족시킨다. 함수 $f(x)$를 계산하는 과정을 아래 단계에 따라 서술하시오. (단, a, b, c는 상수이다.)

(1) b의 값을 구하시오.
(2) 함수 $f(x)$를 구하시오.

3. 출제 의도

극값의 성질을 이해하고, 도함수를 정의할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정		
문항 및 제시문	학습내용 성취기준		
관련 성취기준	과목명: 수학 Ⅱ		관련
	성취기준 1	[12수학Ⅱ01-01] 함수의극한의 뜻을 안다.	
	성취기준 2	[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수있다.	

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
고등학교 교과서	고등학교 수학 Ⅱ	배종숙외 6인	㈜금성 출판사	2025	91	확인문제5	○
기타							

5. 문항 해설

정답 해설

(1) $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$

$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = -8$에서 분모의 극한값이 0이므로 분자의 극한값도 0

$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0}(2x^3 + ax^2 + bx + c) = c = 0 \qquad \therefore\ c = 0$

$\therefore\ f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx$ 임,

$x = 0$에서의 도함수 $f'(0)$은

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{(2x^3 + ax^2 + bx) - 0}{x - 0}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x(2x^2 + ax + b)}{x} = \lim_{x \to 0}(2x^2 + ax + b) = -8$$

$= 0 + 0 + b = -8 \qquad \therefore\ b = -8$

(1) b	-8

(2) 주어진 조건으로 함수$f(x)$가 $x = 1$에서 극값을 가지므로

$f'(1) = 0$이다.

$f'(x) = 6x^2 + 2ax - 8 \qquad f'(1) = 6 + 2a - 8 = 0 \qquad \therefore\ a = 1$

$\therefore\ f(x) = 2x^3 + x^2 - 8x$

(2) $f(x)$	$2x^3 + x^2 - 8x$

6. 채점 기준 *※ 선다형의 경우 생략 가능*

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	도함수 정의와 성질을 이용하여 b를 구함.	5점
(2)	주어진 조건을 이용하여 함수 $f(x)$를 구함.	5점

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안 혹은 정답 *※ 선다형의 경우 정답만 기입*

정답 해설

(1) $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$

$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} = -8$에서 분모의 극한값이 0이므로 분자의 극한값도 0

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}(2x^3 + ax^2 + bx + c) = c = 0 \qquad \therefore\ c = 0$

$\therefore\ f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx$ 임,

$x = 0$에서의 도함수 $f'(0)$

$= \lim_{x\to 0}\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0}\frac{(2x^3 + ax^2 + bx) - 0}{x - 0}$

$= \lim_{x\to 0}\frac{x(2x^2 + ax + b)}{x} = \lim_{x\to 0}(2x^2 + ax + b) = -8$

$= 0 + 0 + b = -8 \qquad \therefore\ b = -8$

(1) b	-8

(2) 주어진 조건으로 함수$f(x)$가 $x = 1$에서 극값을 가지므로

$f'(1) = 0$이다.

$f'(x) = 6x^2 + 2ax - 8 \qquad f'(1) = 6 + 2a - 8 = 0 \qquad \therefore\ a = 1$

$\therefore\ f(x) = 2x^3 + x^2 - 8x$

(2) $f(x)$	$2x^3 + x^2 - 8x$

[을지대학교 문항정보-수학]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	■ 논술우수자 □ 사회기여 및 배려대상자	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	전 계열/12번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	함수의 극한과 연속
예상 소요 시간	5분 / 전체 70분	

2. 문항 및 제시문

12. 함수

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3} & (x\neq 3)\\ k & (x=3)\end{cases}$$

가 $x=3$에서 연속일 때, $f(k)$의 값을 계산하는 과정을 아래 단계에 따라 서술하시오. (단, k는 상수이다.)

(1) 함수 $f(x)$가 $x=3$에서 연속이 되기 위한 k의 값을 구하시오.

(2) $f(k)$의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

함수의 연속을 위한 극한 조건을 이용하고 적용하여, 주어진 함수의 계수를 구하고, 이를 바탕으로 함수 값을 계산할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정		
문항 및 제시문	학습내용 성취기준		
관련 성취기준	과목명: 수학 I		관련
	성취기준 1	[12수학Ⅱ01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다.	
	성취기준 2	[12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
고등학교 교과서							
기타	2026 EBS 수능완성	권태완 외	한국교육방송공사	2025	44		변형

5. 문항 해설

정답 해설

(1) 각 항을 지수로 변형

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$f(x) = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x + 3$$

$$\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{x \to 3} (x+3) = 3 + 3 = 6$$

$$f(3) = \lim_{x \to 3} f(x) = 6$$

$$f(3) = k = 6$$

(1) k	6

(2) $f(x) = \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$

$$f(6) = \frac{6^2 - 9}{6 - 3} = \frac{36 - 9}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

(2) $f(k)$	9

6. 채점 기준 *※ 선다형의 경우 생략 가능*

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	함수가 $x=3$에서 연속이 되기 위한 조건 $\lim_{x\to 3} f(x) = f(3)$을 적용하여 k값을 계산함.	5점
(2)	구한 $k=6$을 함수에 대입하여 계산함.	5점

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안 혹은 정답 *※ 선다형의 경우 정답만 기입*

정답 해설

(1) 각 항을 지수로 변형

$$f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$$

$$f(x) = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x+3$$

$$\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3}(x+3) = 3+3 = 6$$

$$f(3) = \lim_{x\to 3} f(x) = 6$$

$$f(3) = k = 6$$

(1) k	6

(2) $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x-3}$

$$f(6) = \frac{6^2-9}{6-3} = \frac{36-9}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

(2) $f(k)$	9

[을지대학교 문항정보-수학]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	■ 논술우수자 □ 사회기여 및 배려대상자	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	전 계열/13번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	미분법
예상 소요 시간	5분 / 전체 70분	

2. 문항 및 제시문

13. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x (t-1)f(t)dt = ax^4 + 2bx^2 + 1$$

을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$의 최솟값을 계산하는 과정을 아래 단계에 따라 서술하시오. (단, a, b는 상수이고, $a \neq 0$이다.)

(1) a, b의 값을 각각 구하시오.
(2) 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하시오.

3. 출제 의도

정적분과 미분의 관계를 이해하고 함수의 최솟값을 구할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정		
문항 및 제시문	학습내용 성취기준		
관련 성취기준	과목명: 수학 I		관련
	성취기준 1	[12수학Ⅱ02-05] 함수 $y = x^n$(n은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다.	
	성취기준 2	[12수학Ⅱ02-09] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 고 함수를 구할 수 있다.	

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
고등학교 교과서							
기타	EBS 수능특강 수학 Ⅱ	권태완 외 2인	한국교육방송공사	2025	70	유제4	○

5. 문항 해설

정답 해설

(1)함수 $\int_1^x (t-1)f(t)dt = ax^4+2bx^2+1$ 의 양변에 $x=1$을 대입하면

$\int_1^1 (t-1)f(t)dt = a+2b+1$ 이고, $0 = a+2b+1$이 된다.

$\therefore\ a+2b = -1$ --- ①

함수 $\int_1^x (t-1)f(t)dt = ax^4+2bx^2+1$의 양변을 x로 미분하면

$\frac{d}{dx}[\int_1^x (t-1)f(t)dt] = \frac{d}{dx}[ax^4+2bx^2+1]$

$(x-1)f(x) = 4ax^3+4bx$ --- ②

양변에 $x=1$을 대입하면 $0 = 4a+4b$ 가 된다.

$\therefore\ a+b = 0$ --- ③

식 ①과 ③을 연립하여 풀면

$a+(-2a) = -1,\quad \therefore\ a = 1,\quad b = -1$

(1)	$a=1,\ b=-1$

(2) a, b 를 식 ②에 대입하면

$(x-1)f(x) = 4x^3-4x$

$= 4x(x^2-1) = 4x(x-1)(x+1)$

$\therefore\ f(x) = 4x(x+1) = 4x^2+4x = (2x+1)^2-1$

그러므로 $f(x)$의 최솟값은 -1

(2) $f(x)$의 최솟값	-1

6. 채점 기준 *※ 선다형의 경우 생략 가능*

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	정적분의 미분의 관계를 이용하여, a, b의 값을 구함.	5점
(2)	a, b값을 대입하여 함수의 최솟값을 구함.	5점

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안 혹은 정답 *※ 선다형의 경우 정답만 기입*

정답 해설

(1)함수 $\int_1^x (t-1)f(t)dt = ax^4+2bx^2+1$ 의 양변에 $x=1$을 대입하면

$\int_1^1 (t-1)f(t)dt = a+2b+1$ 이고, $0 = a+2b+1$이 된다.

$\therefore\ a+2b = -1$ --- ①

함수 $\int_1^x (t-1)f(t)dt = ax^4+2bx^2+1$의 양변을 x로 미분하면

$\frac{d}{dx}[\int_1^x (t-1)f(t)dt] = \frac{d}{dx}[ax^4+2bx^2+1]$

$(x-1)f(x) = 4ax^3+4bx$ --- ②

양변에 $x=1$을 대입하면 $0 = 4a+4b$ 가 된다.

$\therefore\ a+b = 0$ --- ③

식 ①과 ③을 연립하여 풀면

$a+(-2a) = -1,\quad \therefore\ a = 1,\quad b = -1$

(1)	$a=1,\ b=-1$

(2) a, b 를 식 ②에 대입하면

$(x-1)f(x) = 4x^3-4x$

$= 4x(x^2-1) = 4x(x-1)(x+1)$

$\therefore\ f(x) = 4x(x+1) = 4x^2+4x = (2x+1)^2-1$

그러므로 $f(x)$의 최솟값은 -1

(2) $f(x)$의 최솟값	-1

[을지대학교 문항정보-수학]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	■ 논술우수자 □ 사회기여 및 배려대상자	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	전 계열/14번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	적분법
예상 소요 시간	5분 / 전체 70분	

2. 문항 및 제시문

14. 곡선 $y = x^2$과 점$(0,\ -2)$에서 이 곡선에 그은 두 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 계산하는 과정을 아래 단계에 따라 서술하시오.

(1) 접점의 좌표를 모두 구하시오.
(2) 곡선 $y = x^2$과 두 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

3. 출제 의도

접선방정식을 구할 수 있고, 곡선으로 둘러싸인 넓이를 구할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정		
문항 및 제시문	학습내용 성취기준		
관련 성취기준	과목명: 수학Ⅰ		관련
	성취기준 1	[수학Ⅱ] 함수의 연속을 이해한다.	
	성취기준 2	[수학Ⅱ] 그래프 및 최댓값, 최솟값을 구한다.	

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
고등학교 교과서	고등학교 수학 Ⅱ	배종숙 외 6인	㈜금성출판사	2025	153	단원평가문제26	○
기타							

5. 문항 해설

정답 해설

(1) 접점

점$(0,\ -2)$은 곡선 $y=x^2$ 위의 점이 아님

접점의 x를 t 라고 하면 접점은 $(t,\ t^2)$

접선방정식

접선기울기 $m=y'=2x]_{x=t}\ =2t$

접선방정식 $y-t^2=(2t)(x-t)$ $\quad y=2tx-t^2$ --- ①

점$(0,\ -2)$은 접선 위의 점

$-2=0-t^2 \qquad t^2=2 \qquad (t-\sqrt{2})(t+\sqrt{2})=0$

$\therefore\ t=-\sqrt{2}$ 또는 $t=\sqrt{2}$

접점은 $(-\sqrt{2},\ 2)$, $(\sqrt{2},\ 2)$

(1) 접점	$(-\sqrt{2},2)$, $(\sqrt{2},2)$

(2) 접선방정식

식 ①에서

접점이 $(-\sqrt{2},\ 2)$일 때 $y=-2\sqrt{2}x-2$

접점이 $(\sqrt{2},\ 2)$일 때 $y=2\sqrt{2}x-2$

곡선으로 싸인 도형의 넓이

y축 대칭이므로

$$A=2\int_0^{\sqrt{2}}(x^2-(2\sqrt{2}x-2))dx$$

$$=2(\frac{1}{3}x^3-\sqrt{2}x^2+2x)]_0^{\sqrt{2}}=2(\frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2\sqrt{2})=\frac{4}{3}\sqrt{2}$$

(2) 넓이	$\frac{4}{3}\sqrt{2}$

6. 채점 기준 *※ 선다형의 경우 생략 가능*

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	임의의 접점 (t, t^2)에서의 접선의 방정식을 구한 후, t를 구함.	5점
(2)	두 접점과 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구함.	5점

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안 혹은 정답 *※ 선다형의 경우 정답만 기입*

정답 해설

(1) 접점

점$(0,\ -2)$은 곡선 $y = x^2$ 위의 점이 아님

접점의 x를 t 라고 하면 접점은 $(t,\ t^2)$

접선방정식

접선기울기 $m = y' = 2x]_{x=t} \quad = 2t$

접선방정식 $y - t^2 = (2t)(x - t) \qquad y = 2tx - t^2$ --- ①

점$(0,\ -2)$은 접선 위의 점

$-2 = 0 - t^2 \qquad t^2 = 2 \qquad (t - \sqrt{2})(t + \sqrt{2}) = 0$

$\therefore\ t = -\sqrt{2}$ 또는 $t = \sqrt{2}$

접점은 $(-\sqrt{2},\ 2),\ (\sqrt{2},\ 2)$

(1) 접점	$(-\sqrt{2}, 2),\ (\sqrt{2}, 2)$

(2) 접선방정식

식 ①에서

접점이 $(-\sqrt{2},\ 2)$일 때 $y = -2\sqrt{2}x - 2$

접점이 $(\sqrt{2},\ 2)$일 때 $y = 2\sqrt{2}x - 2$

곡선으로 싸인 도형의 넓이

y축 대칭이므로

$$A = 2\int_0^{\sqrt{2}} (x^2 - (2\sqrt{2}x - 2))dx$$

$$= 2(\frac{1}{3}x^3 - \sqrt{2}x^2 + 2x)]_0^{\sqrt{2}} = 2(\frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) = \frac{4}{3}\sqrt{2}$$

(2) 넓이	$\frac{4}{3}\sqrt{2}$