

2027학년도
중앙대학교
논술가이드북
자연계열

MORE OPPORTUNITY

BETTER CHOICE

BECAUS

MORE
BETTER

2027학년도 중앙대학교 논술가이드북 자연계열

입학처장 인사말	03
----------------	----

I. 2027학년도 논술전형 안내

지원자격	04
전형일정	04
수능최저학력기준	06
전형요소별 반영 비율	06
논술	07
학교생활기록부 반영 방법	09

II. 2026학년도 논술전형 결과분석

1. 모집인원 및 경쟁률	10
2. 지원자 및 합격자 분포	12
3. 논술/교과 성적 현황	14
4. 모집단위별 경쟁률 및 논술성적	17

III. 선배들이 들려주는 합격 가이드	19
-----------------------------	----

IV. 실전 대비 모의논술 문제풀이

1. 2027학년도 모의논술 문제(일반형)	24
2. 2027학년도 모의논술 문제해설(일반형)	29
3. 2027학년도 모의논술 문제(창의형)	41
4. 2027학년도 모의논술 문제해설(창의형)	45

V. 2026학년도 수시모집 논술시험 기출문제 및 해설

1. 2026학년도 논술 기출문제(자연계열 I)	55
2. 2026학년도 논술 기출문제(자연계열 I) 해설	59
3. 2026학년도 논술 기출문제(자연계열 II)	68
4. 2026학년도 논술 기출문제(자연계열 II) 해설	72



“
여러분의 도전이
중앙대학교에서
더 큰 가능성으로
이어지기를 기대합니다.
”

수험생 여러분, 안녕하세요?

중앙대학교 입학처장을 맡고 있는 생명과학과 김정웅 교수입니다.

푸른 꿈을 안고 중앙대학교를 향한 담대한 도전에 나선 수험생 여러분을 진심으로 환영합니다. 인생의 가장 중요한 여정인 대학 입시의 목표로 중앙대학교를 선택해 주신 여러분의 무한한 신뢰와 열정을 가슴 깊이 새기며, 지금껏 쏟아 온 노력을 중앙대학교에서 찬란한 결실로 마주하게 될 그날을 여러분과 함께 설레는 마음으로 기다리겠습니다.

중앙대학교 논술전형은 수험생의 깊이 있는 논리적 사고력을 검증하는 가장 공정하고 타당한 평가 방법으로 오랜 시간 명성을 이어왔습니다. 정형화된 정답을 찾아내는 것을 넘어, 스스로 사유하고 이를 명확하게 서술하는 능력은 지식의 융합이 일어나는 AI시대의 가장 강력한 무기입니다. 중앙대학교 논술을 준비하며 다져진 논리적 복합 사고력은 대학 입학을 넘어, 훗날 여러분이 사회에서 트렌드를 주도하며 리더로 성장하는 데 있어 핵심 역량이 될 것입니다.

중앙대학교는 수험생 여러분의 가능성을 더 넓게 포용하고자 2027 학년도 논술전형을 혁신적으로 정비했습니다. 오랜 전통을 이어온 ‘논술(일반형)’과 더불어, 학교생활에 충실히 임한 학생들의 기초 학업능력을 평가하는 ‘논술(창의형)’을 신설했습니다. 이는 단순히 전형이 늘어난 것을 넘어 중앙대학교의 문을 두드릴 수 있는 기회의 통로가 두 배로 넓어졌음을 의미합니다.

새롭게 도입된 논술(창의형)은 여러분의 입시 전략에 강력한 열쇠가 될 것입니다. 수능최저학력기준 충족 가능성, 모집단위, 그리고 자신에게 유리한 출제 유형을 바탕으로 ‘일반형’과 ‘창의형’을 전략적으로 동시 검토한다면, 남들보다 한발 앞선 입시 전략을 세울 수 있으리라 확신합니다.

본 논술 가이드북은 여러분의 위대한 도전을 뒷받침하기 위해 제작되었습니다. 올해 6월 전국 약 7천명의 고등학생이 참여해 뜨거운 관심을 입증한 ‘창의형 모의논술’의 생생한 기출 문항은 물론 기존 ‘일반형 모의논술’의 문제들도 모두 담았습니다. 이에 더해 전년도 논술전형 결과에 대한 입체적인 분석, 출제 방향, 채점 기준까지 가이드북을 통해 아낌없이 공개하고자 합니다.

가이드북을 넘기다 보면 여러분은 ‘고등학교 교육 과정을 충실히 이수했다면 중앙대학교 논술에 충분히 합격할 수 있다’는 확실한 자신감을 얻게 될 것입니다. 단언컨대 이 책은 중앙대학교로 향하는 여정에서 여러분을 합격으로 이끌 가장 정확하고 확실한 나침반이 되어줄 것입니다.

도전의 끝자락에서 가장 중요한 것은 스스로를 믿는 마음과 건강입니다. 남은 기간 건강 관리에 유의하며 여러분이 가진 무한한 잠재력을 중앙대학교 논술시험에서 유감없이 발휘해 주십시오. 중앙대학교는 그 어느 대학보다 공정하고 투명한 평가를 통해 여러분의 역량을 세심하게 발견하고, 더 큰 세계로 도약하는 디딤돌이 될 성장의 장을 마련해 두겠습니다.

여러분의 가슴 벅찬 도전이 중앙대학교에서 위대한 미래로 이어지기를 기대합니다.

의혈중앙의 캠퍼스에서 여러분과 반갑게 마주할 그날을 고대하며, 진심 어린 응원을 보냅니다.

감사합니다.

중앙대학교 입학처장

김 정 웅

I. 2027학년도 논술전형 안내

지원자격

일반형

- 고등학교 졸업(예정)자, 2학년 수료예정자 중 상급학교 진학대상자 또는 관계 법령에 의하여 고등학교 졸업자와 동등 이상의 학력이 있다고 인정된 자

창의형

- 2027년 국내 고등학교 졸업예정자, 2학년 수료예정자 중 상급학교 진학대상자 또는 관계 법령에 의하여 고등학교 졸업자와 동등의 학력 취득예정자

※ 2026년에 고등학교 3학년을 이수하고 2026년 12월에 졸업한 자는 2027년 졸업예정자로 간주하여 지원 가능

※ 검정고시 출신자, 외국고교 졸업(예정)자 지원 불가

전형일정

공통사항

구분	일시	비고
인터넷 원서접수	2026. 9. 8.(화) 10시 ~ 11.(금) 18시	
서류제출	2026. 9. 8.(화) 10시 ~ 15.(화) 16시	• 해당자에 한해 온라인 업로드
최초 합격자 발표	2026. 12. 18.(금) 14시	
최초 합격자 문서 등록	2026. 12. 21.(월) ~ 23.(수)	
충원 합격자 발표	2026. 12. 24.(목) ~ 29.(화) 18시	
합격자 전체 등록금 납부	2027. 2. 10.(수) ~ 12.(금)	

※ 상기 일정은 전형 진행에 따라 변경될 수 있으며, 변경 시 본교 입학처 홈페이지 공고

전형일정

일반형

구분	일시	
고사장 조회 및 수험생 유의사항 공고	2026. 11. 24.(화) 14시	
논술고사	자연: 2026. 11. 28.(토)	인문: 2026. 11. 29.(일)

구분	2026. 11. 28.(토) - 자연계열		2026. 11. 29.(일) - 인문계열	
	대학	모집단위	대학	모집단위
1교시 (10:00-12:00)	자연과학	물리학과, 화학과, 생명과학과, 수학과	경영경제	경제학부, 응용통계학과, 광고홍보학부(광고홍보학), 국제물류학과, 경영학부 전체
	공과	사회기반시스템공학부 전체, 건축학부, 에너지시스템공학부, 화학공학과, 기계공학부, 첨단소재공학과		
	소프트웨어	소프트웨어학부, SI학과		
	경영경제	산업보안학과(자연)		
	적십자간호	간호학과(자연)		
	생명공학	생명자원공학부 전체, 식품공학부 전체, 시스템생명공학과		
	예술공학	예술공학부		
2교시 (14:00-16:00)	창의ICT 공과	전자전기공학부, 융합공학부, 지능형반도체공학과	인문	국어국문학부(국어국문학), 영어영문학과, 유럽문화학부 전체, 아시아문화학부 전체, 철학과, 역사학과
	약학	약학부	사회과학	정치국제학과, 심리학과, 문헌정보학과, 사회복지학부, 사회학과, 도시계획·부동산학과, 공공인재학부, 미디어커뮤니케이션학부
	의과	의학부	사범	교육학과, 영어교육과
			적십자간호	간호학과(인문)

창의형

구분	일시
고사장 조회 및 유의사항 공고	2026. 10. 7.(수) 14시
논술고사	2026. 10. 11.(일) 인문계열: 1교시(10:00 ~ 12:00) 자연계열: 2교시(14:00 ~ 16:00)

수능최저학력기준

일반형

캠퍼스	모집단위	영역별 기준		탐구영역 반영방법	공통
서울	인문/자연	국어, 수학, 영어, 탐구(사/과)	3개 영역 등급 합 6 이내	상위 1과목 반영	한국사 4등급 이내
	4개 영역 등급 합 5 이내		2과목 평균 ¹⁾		
				의학부	
다빈치	전체	수능최저학력기준 적용하지 않음			

1) 2과목 평균은 소수점 자리 버림 없이 그대로 반영(예시: 4개 영역 등급 합 5.5인 경우 미충족)

※ 영어 등급 반영 시 1등급과 2등급을 통합하여 1등급으로 간주하여 수능최저학력기준 충족 여부를 산정

※ 제2외국어와 한문은 반영하지 않음

창의형

- 수능최저학력기준 : 없음

전형요소별 반영 비율

공통사항

선발단계	논술(%)	학교생활기록부(%)	
		교과	비교과(출결)
일괄합산	70	20	10

※ 최고점 1,000점, 최저점 0점 기준

논술

출제방향

공통사항

고교 교육과정의 내용과 수준에 맞추어 출제하며 대학에서의 수학에 필요한 사고력과 쓰기 능력 측정에 중점을 둠

출제유형 및 시험시간

일반형

계열	논술유형	모집단위	출제유형 및 문항수		시험 시간
인문	인문사회	인문대학, 사회과학대학, 사범대학, 간호학과(인문)	언어논술 3문항		120분
	경영경제	경영경제대학(산업보안학과(자연) 제외)	언어논술 2문항, 수리논술 1문항		
자연	자연	산업보안학과(자연), 자연과학대학, 공과대학, 창의ICT공과대학, 소프트웨어대학, 간호학과(자연), 생명공학대학, 예술공학대학	수리논술	4문항	
		약학부, 의학부		5문항	

창의형

계열	논술유형	모집단위	출제유형 및 문항수		시험 시간
인문	인문사회	인문대학, 사회과학대학	언어논술 3문항		120분
	경영경제	경영경제대학	언어논술 2문항, 수리논술 1문항		
자연	자연	공과대학, 창의ICT공과대학, 소프트웨어대학	수리논술	6문항	
		약학부, 의학부		8문항	

논술

출제범위

공통사항

계열	논술유형	출제유형	교과	과목명
인문	인문사회/ 경영경제	언어논술	국어 교과	국어, 화법과 작문, 문학, 독서, 언어와 매체
			사회 교과	통합사회, 한국지리, 세계지리, 세계사, 동아시아사, 경제, 정치와 법, 사회·문화, 생활과 윤리, 윤리와 사상
	경영경제	수리논술	수학 교과	수학, 수학 I, 수학II, 확률과 통계

일반형

계열	논술유형	출제유형	교과	과목명
자연	자연	수리논술 (의/약학부 외)	수학 교과	수학, 수학 I, 수학II, 확률과 통계, 미적분
		수리논술 (의/약학부)	수학 교과	수학, 수학 I, 수학II, 확률과 통계, 미적분, 기하

창의형

계열	논술유형	출제유형	교과	과목명
자연	자연	수리논술(의/약학부 외)	수학교과	수학, 수학 I, 수학II, 미적분
		수리논술(의/약학부)	수학교과	수학, 수학 I, 수학II, 미적분, 기하

학교생활기록부 반영 방법

공통사항

- 학교생활기록부 성적 반영대상 : 지원자 전체(단, 비교내신 대상자 제외)

교과		비교과(출결)
반영 교과	반영 교과의 반영방법	
국어, 수학, 영어, 사회, 과학교과	석차등급 상위 5개 과목의 환산점수 활용 ※ 석차등급이 없는 과목은 반영하지 않음 ※ 교과별/학년별 가중치 없음	미인정 결석 일수 기준으로 환산점수 반영

학교생활기록부 '교과' 반영 예시

학기	교과	과목	등급	학기	교과	과목	등급
1-1	국어	국어	5	1-2	국어	국어	6
	수학	수학	6		수학	수학	7
	영어	영어	3		영어	영어	3
	사회	통합사회	6		사회	통합사회	6
	과학	통합과학	6		과학	통합과학	5
2-1	국어	문학	5	2-2	국어	독서	4
	수학	수학 I	8		수학	수학 II	7
	영어	영어 I	2		영어	영어 II	4
	사회	세계지리	4		사회	세계지리	5
	사회	경제	6		사회	경제	5
	사회	사회문화	6		사회	사회문화	4
	과학	지구과학 I	6		과학	지구과학 I	5
3-1	국어	언어와 매체	5	논술전형 교과 20%에 반영되는 석차등급 상위 5개 과목			
	수학	확률과 통계	6				
	영어	영어 독해와 작문	3				
	사회	정치와 법	4				

- 비교내신 대상 및 반영방법

비교내신 대상	반영방법
• 국내고교 2025년 2월 이전 졸업자(2025년 2월 졸업자 포함) 일반형	논술성적에 의한 비교내신 적용
• 학교생활기록부가 없거나 학교생활기록부만으로 석차등급을 산출할 수 없는 자 일반형 창의형	

- 학교폭력조치사항 반영방법

- 학교생활기록부에 기재된 학교폭력 조치사항에 대해 1~7호는 10점~100점 감점 적용하며, 8~9호는 부적격 처리함
(단, 외국고교 출신자 등 학교폭력 조치사항을 반영하기 어려운 경우는 제외될 수 있음)

Ⅱ. 2026학년도 논술전형 결과분석

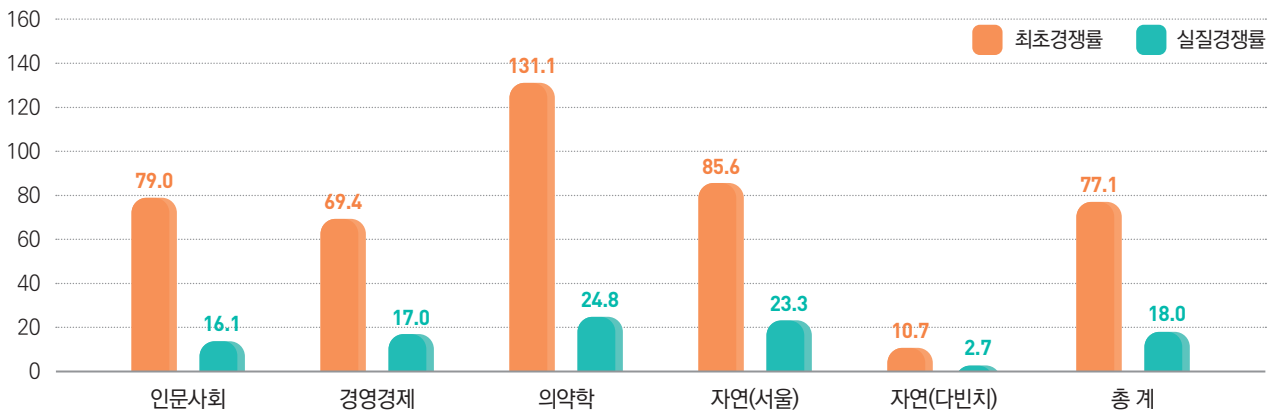
1. 모집인원 및 경쟁률

- ✓ 논술전형 경쟁률 77.12 : 1 (484명 모집, 37,325명 지원)
- ✓ 의학부(127.5:1), 약학부(133.83:1), 미디어커뮤니케이션학부(119.50:1), 전자전기공학부(106.94:1), 생명과학과(104.17:1), 정치국제학과(98.5:1), 기계공학부(98.18:1) 최상위 경쟁률 기록

표 1-1 논술전형 경쟁률 및 추가합격률

모집계열	모집인원(명)	지원인원(명)	최초경쟁률	실질경쟁률	충원율(%)
인문사회	149	11,776	79.0:1	16.1:1	12.1%
경영경제	89	6,176	69.4:1	17.0:1	12.4%
의약학	42	5,507	131.1:1	24.8:1	19.0%
자연(서울)	156	13,354	85.6:1	23.3:1	25.6%
자연(다빈치)	48	512	10.7:1	2.7:1	33.3%
총 계	484	37,325	77.1:1	18.0:1	19.2%

그림 1-1 2026학년도 논술전형 최초경쟁률 및 실질경쟁률



2026학년도 논술전형은 484명 모집에 37,325명이 지원하여 77.1:1의 최초경쟁률을 기록했으며, 전년도 76.7:1과 비교해 전체 경쟁률은 소폭 상승하였다. 특히 경영경제 계열은 52.3:1에서 69.4:1로 크게 상승했고, 인문사회 계열도 72.1:1에서 79.0:1로 높아져 인문계열 모집단위에 대한 지원 집중이 두드러졌다. 반면 의약학 계열은 155.4:1에서 131.1:1로 최초경쟁률이 낮아졌지만, 여전히 전체 계열 중 가장 높은 경쟁률을 보였다. 이는 의학부·약학부에 대한 선호가 지속되는 가운데, 높은 수능최저학력기준과 논술고사 부담을 고려해 지원이 다소 조정된 결과로 해석할 수 있다.

다만 논술전형은 매년 최초경쟁률에 비해 실질경쟁률이 크게 낮아지는 전형이라는 점에 주목할 필요가 있다. 2025학년도에도 전체 최초경쟁률은 76.7:1이었지만 실질경쟁률은 19.46:1이었고, 2026학년도 역시 최초경쟁률 77.1:1에 비해 실질경쟁률은 18.0:1로 낮아졌다. 이는 논술고사 결시, 수능최저학력기준 미충족 등으로 실제 경쟁 대상자가 크게 줄어들기 때문이다. 따라서 수험생은 원서접수 직후의 높은 경쟁률에 지나치게 위축되기보다는, 본인의 논술고사 준비도, 수능최저 충족 가능성, 모집단위별 실질경쟁률과 충원율을 함께 고려해 지원 전략을 세우는 것이 중요하다. 특히 2027학년도에는 수능최저학력기준이 적용되지 않는 논술(창의형)이 신설되는 만큼, 수능최저 충족 가능성에 따라 논술(일반형)과 논술(창의형)을 함께 검토하는 전략적 접근이 필요하다.

그림 1-2 인문계열 최초경쟁률 상위 5개 모집단위

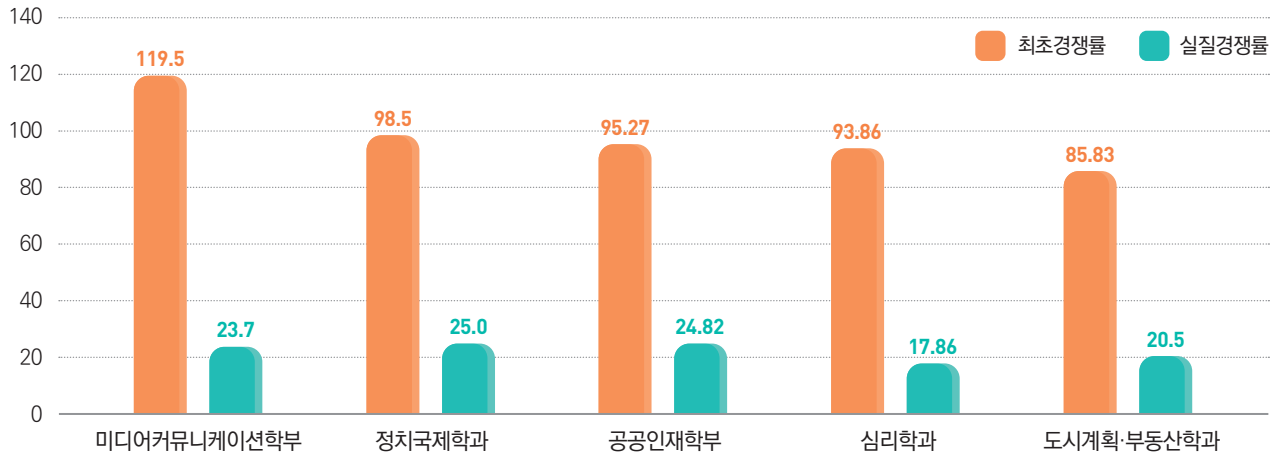
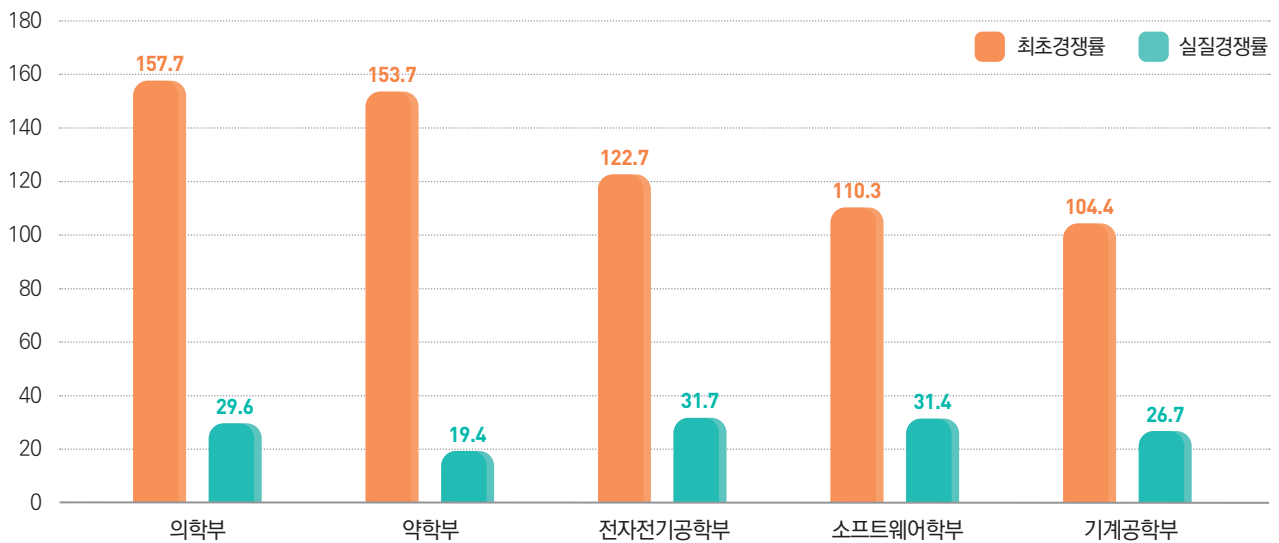


그림 1-3 자연계열 최초경쟁률 상위 5개 모집단위



인문계열에서는 전년도와 마찬가지로 사회과학대학 소속 모집단위의 강세가 이어졌다. 2026학년도에도 미디어커뮤니케이션학부가 가장 높은 경쟁률을 보이며 최상위권을 유지했고, 정치국제학과, 공공인재학부, 심리학과 역시 높은 경쟁률을 기록하였다. 여기에 도시계획·부동산학과도 전년도보다 경쟁률이 상승하며 상위권 흐름에 합류한 점이 눈에 띈다. 전반적으로 특정 학과에만 지원이 집중되기보다는 사회과학계열 전반에 대한 선호가 안정적으로 이어지는 양상이다.

자연계열에서는 의학부·약학부의 높은 선호가 지속되었으나, 전년도와 비교하면 경쟁률은 다소 완화된 모습이다. 그럼에도 약학부와 의학부는 여전히 자연계열 최상위 경쟁률을 기록하며 의약학 계열에 대한 수험생의 높은 관심을 확인시켰다. 의약학부를 제외하면 전년도에 이어 전자전기공학부가 높은 경쟁률을 유지했다. 반면 전년도에 높은 관심을 보였던 소프트웨어학부, 시학과, 화학공학과 등 일부 모집단위는 경쟁률이 다소 완화된 반면, 생명과학과가 상위권에 진입하며 자연계열 내 지원 흐름에 일부 변화가 나타났다.

2. 지원자 및 합격자 분포

- ✓ 지원자 및 합격자의 약 80% 일반고 출신 학생이 차지
- ✓ 지원자의 약 39%, 합격자의 약 51%가 고3(졸업예정자)으로 나타남

1) 고교 유형별 분석

고교 유형별 현황을 보면, 논술전형은 지원자와 합격자 모두 일반고 출신 비중이 가장 높은 전형임을 확인할 수 있다. 전체 기준으로 일반고 출신은 지원자 78.8%, 합격자 79.4%를 차지해 지원 비율과 합격 비율이 거의 유사하게 나타났다. 이는 논술전형이 특정 고교 유형에만 유리하게 작용하기보다는, 일반고 학생들도 충분히 도전하고 합격할 수 있는 전형임을 보여준다. 한편 자사고는 지원자 12.2%, 합격자 11.4%로 비슷한 수준을 보였고, 외고·국제고는 지원자 3.5%에서 합격자 4.7%로 소폭 높아졌다. 전반적으로 고교 유형에 따른 큰 쏠림보다는 논술고사 준비도와 수능최저학력기준이 합격에 더 중요한 영향을 미치는 구조로 해석할 수 있다.

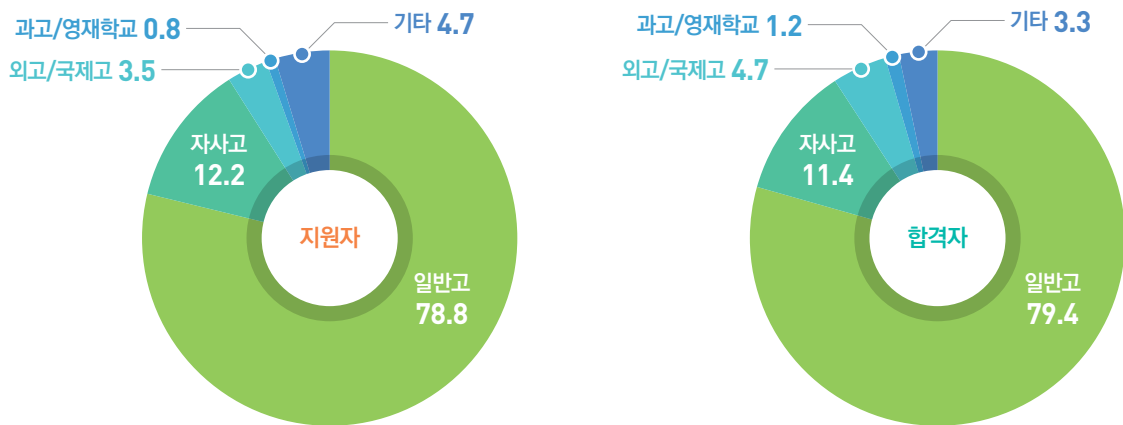
표 2-1

논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)

계열	지원					합격				
	일반고	자사고	외고/국제고	과고/영재학교	기타	일반고	자사고	외고/국제고	과고/영재학교	기타
인문	78.6%	8.2%	6.9%	0.0%	6.4%	81.3%	4.1%	9.7%	0.0%	4.9%
자연	79.0%	16.0%	0.3%	1.5%	3.2%	77.7%	17.7%	0.3%	2.3%	1.9%
계	78.8%	12.2%	3.5%	0.8%	4.7%	79.4%	11.4%	4.7%	1.2%	3.3%

그림 2-1

논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)



2) 고교 졸업시기별 분석

논술전형은 일반적으로 재수 이상 졸업생의 지원 비중과 합격 비중이 높은 전형으로 인식되어 왔으나, 2026학년도에는 고3 재학생의 지원 및 합격 비중이 예년보다 두드러지게 나타난 점이 특징적이다. 전체 지원자 중 26년 졸업예정자는 39.0%였으나, 합격자에서는 51.0%를 차지해 지원 비율보다 합격 비율이 높았다. 특히 자연계열에서는 고3 지원자 비율이 38.2%였던 데 비해 합격자 비율은 56.1%로 크게 높아져, 재학생의 강세가 뚜렷하게 확인되었다. 이는 2026학년도 재학생 규모로 인한 입시 환경의 변화가 논술전형의 지원·합격자 구성에도 영향을 준 것으로 볼 수 있다. 다만 재수생 역시 전체 합격자의 32.8%를 차지하고 있어, 논술전형이 여전히 졸업생에게도 중요한 지원 기회로 활용되고 있음을 함께 확인할 수 있다.

이러한 흐름은 2027학년도에 신설되는 논술(창의형)을 이해하는 데에도 참고할 만하다. 논술(창의형)은 국내 고교 졸업예정자를 중심으로 지원자격이 설정되어 있어, 고3 재학생에게 열려 있는 별도의 논술 기회라는 점에서 의미가 있다. 다만 모집인원 규모는 기존 논술(일반형)에 비해 크지 않으므로, 지원자는 본인의 지원자격, 수능최저 충족 가능성, 희망 모집단위, 논술 유형별 준비도 등을 종합적으로 살펴 일반형과 창의형의 지원 가능성을 함께 검토할 필요가 있다.

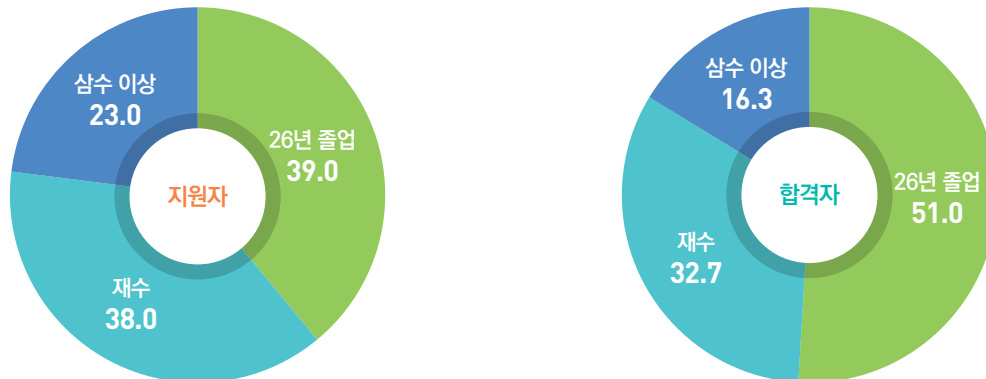
표 2-2

논술전형 지원/합격자의 고교 졸업시기별 현황(%)

계열	지원			합격		
	26년 졸업(고3)	재수	삼수 이상	26년 졸업(고3)	재수	삼수 이상
인문	39.9%	39.0%	21.1%	44.9%	34.1%	21.0%
자연	38.2%	37.0%	24.8%	56.1%	31.6%	12.3%
계	39.0%	38.0%	23.0%	51.0%	32.7%	16.3%

그림 2-2

논술전형 지원/합격자의 고교 졸업시기별 현황(%)



3. 논술/교과 성적 현황

1) 논술성적 분석

표 3-1

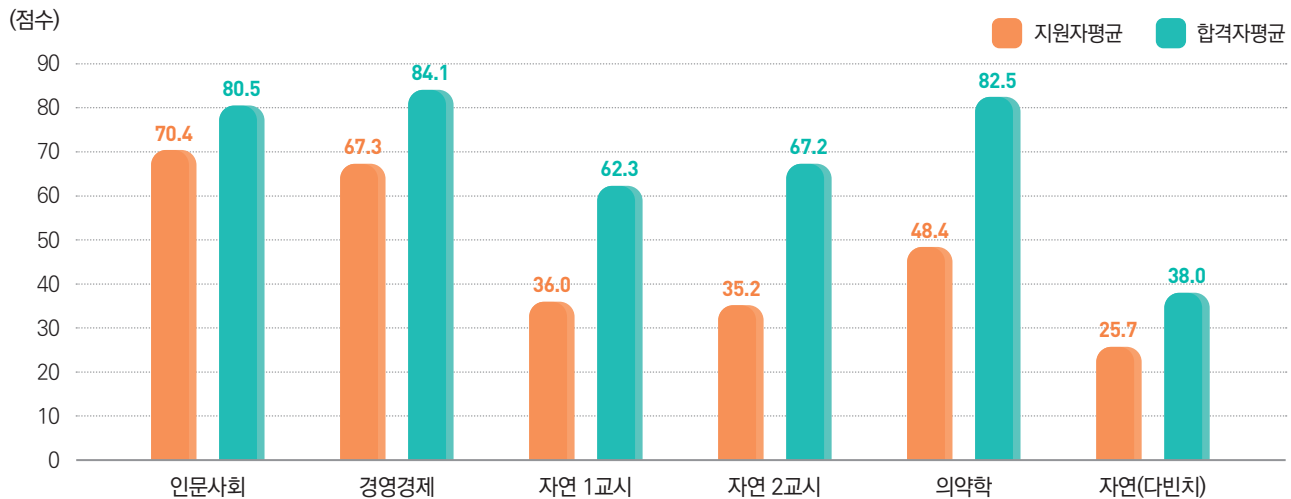
논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황

(단위: 점)

캠퍼스	구분	교시	지원		합격	
			평균	표준편차	평균	표준편차
서울	인문사회		70.4	7.7	80.5	2.9
	경영경제		67.3	12.2	84.1	2.7
	자연 (의약학 제외)	1교시	36.0	12.1	62.3	6.0
		2교시	35.2	13.5	67.2	6.7
	의약학		48.4	17.7	82.5	7.6
다빈치	자연		25.7	12.0	38.0	8.4

그림 3-1

논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황



2026학년도 논술성적을 살펴보면, 인문사회 및 경영경제 계열은 전년도와 비교해 지원자 평균과 합격자 평균이 전반적으로 상승하며 비교적 안정적인 흐름을 보였다. 반면 자연계열은 서울캠퍼스 자연계열과 의약학 계열 모두에서 지원자 평균과 합격자 평균이 낮아져, 전년도에 비해 수리논술의 체감 난도가 높았던 것으로 해석된다. 특히 자연계열에서는 지원자 평균뿐 아니라 합격자 평균도 함께 낮아졌다는 점에서, 일반 지원자뿐 아니라 합격자 집단에게도 문항 해결 부담이 컸던 해로 볼 수 있다. 그럼에도 합격자 평균은 지원자 평균을 뚜렷하게 상회하고 있어, 고난도 문항 속에서도 핵심 개념을 정확히 적용하고 풀이 과정을 끝까지 완성하는 능력이 합격자 변별에 중요한 역할을 한 것으로 보인다.

문항별로는 자연계열 전반에서 후반부 문항의 난도가 높게 나타났다. 자연계열은 교시별로 동일한 문제를 풀이하였으며, 1교시와 2교시 모두 4번 문항에서 수험생들이 상대적으로 큰 어려움을 겪은 것으로 보인다. 해당 문항들은 「기하」를 중심으로 「수학」, 「수학Ⅰ」의 개념을 함께 활용해 도형과 공간 상황을 해석해야 하는 문항으로, 단순 계산보다는 조건을 정확히 파악하고 풀이 과정을 논리적으로 전개하는 능력이 요구되었다. 따라서 2026학년도 자연계열 논술은 후반부 고난도 문항이 체감 난도를 높였으며, 주요 문항에서 풀이의 정확성과 완성도가 합격자 선별에 중요한 요소로 작용한 것으로 해석할 수 있다.

계열별 지원자 평균과 합격자 평균을 비교하면, 논술성적이 합격자 선별에 뚜렷하게 작용했음을 확인할 수 있다. 인문사회 계열은 지원자 평균 70.4점, 합격자 평균 80.5점으로 나타났고, 경영경제 계열은 지원자 평균 67.3점, 합격자 평균 84.1점으로 합격자 평균이 가장 높았다. 인문계열 논술은 매년 출제 방향과 문항 유형이 비교적 안정적으로 유지되는 편이므로, 출제 유형에 대한 이해를 바탕으로 제시문을 분석하고 답안을 구성하는 방식에 익숙한 지원자들이 상대적으로 좋은 성과를 거둔 것으로 볼 수 있다.

자연계열은 전반적으로 지원자 평균과 합격자 평균이 인문계열보다 낮게 나타났으나, 합격자 평균은 지원자 평균을 크게 상회하였다. 특히 의약학 계열은 지원자 평균 48.4점에서 합격자 평균 82.5점으로 점수 차이가 크게 나타나, 고난도 문항을 해결하고 풀이 과정을 완성하는 능력이 합격에 강한 변별 요소로 작용한 것으로 해석된다. 서울캠퍼스 자연계열도 교시별로 합격자 평균이 지원자 평균보다 크게 높아, 수리논술의 난도가 높았던 상황에서도 핵심 개념을 정확히 적용하고 논리적으로 답안을 전개한 지원자가 합격권에 진입한 것으로 볼 수 있다.

표 3-2

모집단위별 합격자 논술성적 현황

(단위: 점)

캠퍼스	구분	교시	대학	평균점수	최고점수	최저점수
서울	경영경제		경영경제대학	84.1	89.5	79.0
	인문사회		사범대학	81.6	87.0	77.0
			사회과학대학	81.4	91.0	74.5
			인문대학	80.3	85.0	75.0
			적십자간호대학	76.2	78.5	75.5
	의약학		약학대학	76.4	82.5	72.5
			의과대학	89.0	99.5	83.0
	자연(서울)	1교시	경영경제대학(산업보안학과)	61.0	66.5	56.0
			공과대학	63.6	87.5	52.0
			소프트웨어대학	62.8	73.5	57.5
			자연과학대학	62.0	91.5	52.0
			적십자간호대학	56.7	62.0	52.0
		2교시	창의ICT공과대학	67.2	87.8	57.0
다빈치	자연(다빈치)		공과대학	38.2	42.0	32.3
			생명공학대학	37.5	52.5	16.5
			예술공학대학	39.2	58.0	30.0

합격자의 논술점수 분포를 살펴보면, 계열 및 모집단위별로 합격권을 형성한 점수대에 차이가 나타났다. 인문계열은 대부분의 대학에서 합격자 평균이 80점 안팎으로 형성되어, 전반적으로 안정적인 답안 완성도를 갖춘 지원자들이 합격권에 진입한 것으로 볼 수 있다. 반면 자연계열은 수리논술의 난도 영향으로 합격자 평균이 인문계열보다 낮게 형성되었으나, 서울캠퍼스 자연계열 내에서도 대학별 평균과 최고점에 차이가 나타나 고난도 문항 속에서도 일정 수준 이상의 고득점자가 존재했음을 확인할 수 있다. 의약학 계열의 경우 의과대학은 합격자 평균과 최저점이 모두 높게 나타나, 상위권 합격자의 논술 완성도가 매우 높았던 모집단위로 해석된다.

다만 최고점과 최저점은 해당 대학의 합격자 수, 지원자 풀, 충원 여부 등에 따라 개별 사례의 영향을 크게 받을 수 있으므로, 이를 곧바로 합격선으로 일반화하기에는 주의가 필요하다. 특히 모집인원이 많지 않은 모집단위에서는 한두 명의 고득점 또는 저득점 사례가 최고·최저점에 직접 반영될 수 있다. 따라서 합격자 논술점수는 평균을 중심으로 계열별·대학별 전반적인 점수대를 파악하고, 최고점과 최저점은 합격자 내부의 점수 분포 폭을 참고하는 보조 지표로 활용하는 것이 바람직하다.

2) 교과 성적 분석

표 3-3

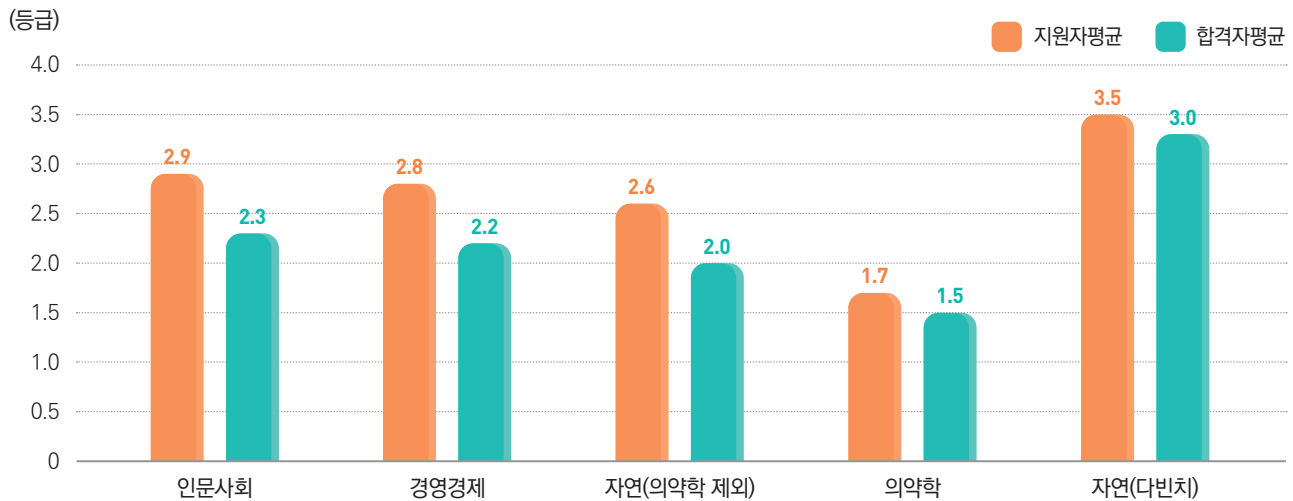
지원/합격자의 교과 성적 현황

(단위: 등급)

캠퍼스	구분	상위 5과목		전체	
		지원자	합격자	지원자	합격자
		평균	평균	평균	평균
서울	인문사회	2.9	2.3	4.6	3.9
	경영경제	2.8	2.2	4.5	3.7
	자연(의약학 제외)	2.6	2.0	4.2	3.5
	의약학	1.7	1.5	3.3	2.5
다빈치	자연	3.5	3.0	5.0	4.5

그림 3-3

지원/합격자의 교과 성적(상위 5과목) 현황



중앙대학교 논술전형의 학생부 교과 성적은 국어, 영어, 수학, 사회, 과학 교과 중 상위 5과목만 반영한다. 따라서 지원자의 전체 교과 평균을 그대로 반영하는 방식이 아니며, 실제 반영 시에는 본인이 강점을 보이는 일부 과목의 성취도가 중심이 되기 때문에 전체 교과 평균보다 더 우수한 등급으로 산출될 수 있다. 표에서도 상위 5과목 평균 등급이 전체 교과 평균보다 높게 나타나, 논술전형의 교과 반영 방식이 지원자의 일부 우수 과목을 중심으로 적용된다는 점을 확인할 수 있다.

다만 논술전형에서 교과 성적은 합격 여부를 결정하는 핵심 요소라기보다 보조적인 전형 요소로 이해하는 것이 적절하다. 실제 환산점수를 고려하면 등급 간 점수 차이가 크지 않아 교과 성적의 실질적인 영향력은 제한적이며, 당락에는 논술고사 성적이 더 크게 작용한다. 따라서 수험생은 교과등급만으로 지원 가능성을 판단하기보다는, 논술고사 준비도와 수능최저학력기준 충족 가능성, 모집단위별 경쟁률 및 충원율 등을 함께 고려하여 지원 전략을 세울 필요가 있다.

4. 모집단위별 경쟁률 및 논술성적

캠퍼스	계열	단과대학	모집단위	논술											논술 유형
				모집 인원	지원 인원	경쟁률	실질 경쟁률	총원율	지원자			합격자			
									교과등급 평균	교과등급 상위5	논술고사 성적	교과등급 평균	교과등급 상위5	논술고사 성적	
서울	인문	인문	국어국문학부(국어국문학)	6	446	74.3	19	0	4.54	2.67	69.7	3.75	2.2	79.6	인문사회
			영어영문학과	10	792	79.2	17.9	10	4.57	2.88	70.4	4.11	1.91	81	
			유럽문화학부(독일어문학)	8	485	60.6	9.1	0	4.84	3.23	67.7	3.89	2.08	76.8	
			유럽문화학부(프랑스어문학)	8	578	72.3	13	12.5	4.7	2.81	71.4	4.28	3.14	82.8	
			유럽문화학부(러시아어문학)	8	548	68.5	10.8	0	4.8	2.96	69.4	3.82	2.47	78.7	
			아시아문화학부(일본어문학)	6	393	65.5	11.7	16.7	4.68	2.99	71.1	4.54	2.95	80.3	
			아시아문화학부(중국어문학)	6	367	61.2	12.2	0	4.75	2.98	73.3	4.15	2.3	81.8	
			철학과	6	432	72	14	16.7	4.72	2.9	70.6	3.8	2.26	81.3	
서울	인문	사회과학	역사학과	6	404	67.3	12	33.3	4.49	2.87	68.6	3.61	2.45	80	인문사회
			정치국제학과	6	591	98.5	25	0	4.46	2.7	67	3.81	2.15	78.7	
			공공인재학부	11	1048	95.3	24.8	9.1	4.44	2.67	73.2	3.37	1.89	83.7	
			심리학과	7	657	93.9	17.9	28.6	4.62	2.83	71.4	4.44	2.55	80.7	
			문헌정보학과	6	418	69.7	16.7	0	4.38	2.76	66.9	4.11	2.37	76.5	
			사회복지학부	6	414	69	11.8	0	4.58	2.84	71.6	3.89	2.53	80.5	
			미디어커뮤니케이션학부	10	1195	119.5	23.7	40	4.66	3	72.1	4.15	2.53	83.2	
			사회학과	7	571	81.6	19.4	0	4.55	2.73	73	3.67	2.03	83.8	
서울	자연	자연과학	도시계획 · 부동산학과	6	515	85.8	20.5	33.3	4.57	2.96	68.2	3.75	2.24	79.6	자연 1교시
			물리학과	6	434	72.3	15.7	50	4.11	2.51	35.9	3.8	1.83	57.3	
			화학과	6	474	79	21.8	16.7	3.9	2.42	33.7	2.98	1.54	57.9	
			생명과학과	6	625	104.2	29.7	0	4.22	2.75	33.9	2.98	1.57	70.6	
서울	자연	공과	수학과	6	371	61.8	13.5	50	4.08	2.3	42.9	3.38	1.95	64.2	자연 1교시
			사회기반시스템공학부 (도시시스템공학)	6	495	82.5	19.2	0	4.21	2.66	33.3	3.63	2.2	62.5	
			사회기반시스템공학부 (건설환경플랜트공학)	9	776	86.2	22.4	22.2	4.19	2.61	37.4	3.72	2.26	61.9	
			건축학부	11	994	90.4	19.4	9.1	4.48	2.95	30.5	4.33	2.6	60.5	
			화학공학과	10	835	83.5	24.2	20	3.94	2.37	36.8	3.42	1.72	63.6	
			기계공학부	17	1669	98.2	28.4	58.8	4.12	2.5	42.7	3.34	1.79	67.6	
서울	자연	창의 ICT공과	에너지시스템공학부	9	750	83.3	21.8	11.1	4.16	2.66	32.8	3.86	2.42	58.7	자연 2교시
			전자전기공학부	18	1925	106.9	31.8	27.8	4.08	2.47	35.6	3.5	2.16	68	
서울	자연	소프트웨어	융합공학부	8	699	87.4	27.5	37.5	4.01	2.54	34.1	3.08	1.89	65.6	자연 1교시
			소프트웨어학부	17	1406	82.7	23.4	11.8	4.19	2.57	36	3.58	2.14	63	
서울	인문	사범	SI학과	8	658	82.3	23.5	25	4.24	2.59	34.5	2.86	1.51	62.6	자연 1교시
			교육학과	6	406	67.7	12.8	16.7	4.55	2.69	71.9	3.92	2.27	83.5	인문사회
		경영경제	영어교육과	7	450	64.3	12.9	14.3	4.46	2.71	68.7	3.92	2.03	79.9	인문사회
			경영학부(경영학)	54	3979	73.7	19.1	13	4.52	2.81	68.5	3.69	2.16	85.7	경영경제
			경영학부(글로벌금융)	6	372	62	12.8	0	4.58	2.95	64.3	3.85	2.24	80.7	
			경제학부	11	695	63.2	14.4	18.2	4.46	2.82	64.1	3.4	1.91	81.3	
			응용통계학과	6	374	62.3	14.7	33.3	4.28	2.68	66.7	3.74	2.17	82.6	
			광고홍보학부(광고홍보학)	6	377	62.8	12.5	0	4.69	3.02	65.1	3.91	2.47	81.3	
			국제물류학과	6	379	63.2	14.7	0	4.6	2.84	65.5	3.91	2.47	81.1	
			자연	산업보안학과(자연)	6	492	82	26	0	4.09	2.57	33.4	3.19	2	61
서울	자연	약학	약학부	24	3212	133.8	21.4	8.3	3.45	1.79	44.9	2.67	1.62	76.4	자연 2교시
서울	자연	의과	의학부	18	2295	127.5	29.3	33.3	3.15	1.6	51.8	2.34	1.17	89	자연 2교시
			적십자간호	간호학과(인문)	13	1066	82	12.9	7.7	4.6	3.03	69.3	3.71	2.22	76.2
자연	간호학과(자연)	13		751	57.8	12.7	38.5	4.23	2.59	33.3	3.49	2.14	56.7	자연 1교시	
다빈치	자연	생명공학	생명자원공학부(동물생명공학)	6	57	9.5	3	66.7	4.8	3.42	31.6	4.55	3.22	40.1	자연 1교시
			생명자원공학부(식물생명공학)	6	54	9	1.8	16.7	5.15	3.2	19.3	4.71	3.09	27.1	
			식품공학부(식품공학)	7	60	8.6	3.1	14.3	4.73	3.51	30.3	4.19	2.8	43.6	
			식품공학부(식품영양)	6	53	8.8	1.3	33.3	4.87	3.31	28.4	4.58	2.9	35	
			시스템생명공학과	6	78	13	3.8	33.3	4.67	3.16	23.6	3.83	2.3	39.6	
다빈치	자연	공과	첨단소재공학과	7	93	13.3	3	14.3	5.13	3.54	24	4.62	3.03	38.2	자연 1교시
다빈치	자연	예술공학	예술공학부	10	117	11.7	2.7	50	5.35	3.81	23.9	4.94	3.29	39.2	자연 1교시

※ 교과등급 평균 산출기준: 국영수사과 이수단위 가중평균

2027학년도 중앙대학교 논술가이드북 자연계열

선배들이 들려주는 합격 가이드

전년도에 논술전형으로 합격한 선배들을 대상으로
어떻게 논술고사를 준비했는지, 합격 비결은 무엇인지
설문조사를 실시했습니다.

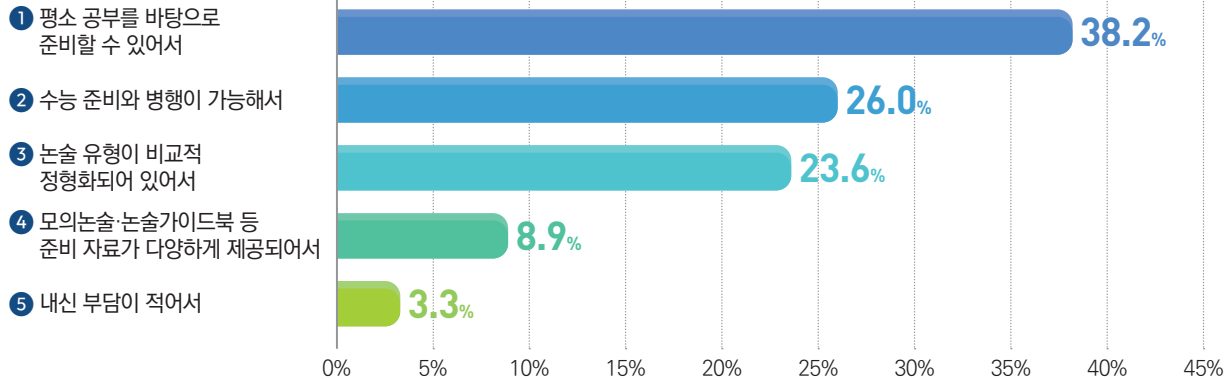
설문 응답률: 전년도 자연계열 합격생의 50.8% 응답



1. 합격생은 왜 중앙대학교 논술을 선택했을까?

“자연계열 합격생은 ‘평소 공부를 바탕으로 준비할 수 있어서’ 중앙대학교 논술을 선택했습니다.”

우리대학의 논술전형에 지원하게 된 이유가 무엇인가요?



평소 공부를 바탕으로 준비 가능

고교 교육과정의 수학 개념 이해가 자연계열 논술의 출발점입니다. 평소 학습을 바탕으로 준비 방향을 잡을 수 있습니다.

수능 준비와 병행 가능

수능 수학을 준비하며 익힌 개념과 문제 해결력이 자연계열 논술 준비의 기반이 됩니다.

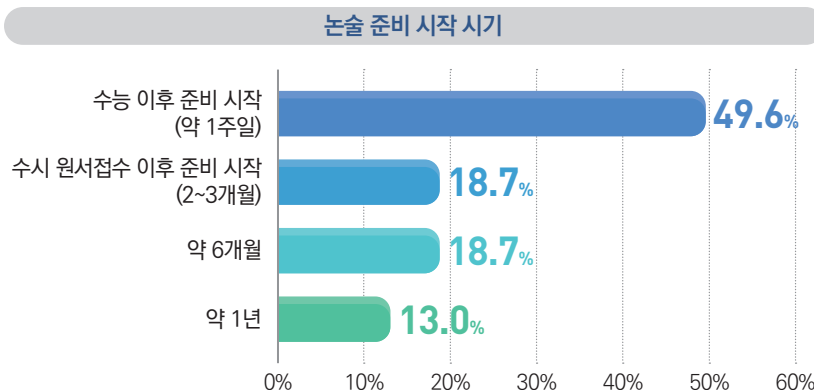
정형화된 논술 유형

기출문제와 모의논술 문제를 통해 문항 구성과 풀이 과정의 서술 방향을 익힐 수 있습니다.

2. 합격생은 언제부터 논술을 준비했을까?

“자연계열 합격생 10명 중 7명은 수시 원서접수 이후 또는 수능 이후 논술 준비를 본격적으로 시작했습니다.”

우리대학 논술전형 준비를 얼마나 하셨나요?



핵심 POINT

68.3% 3개월 이내 준비 시작

합격생 설문조사 결과, 대략 절반(49.6%)이 수능 이후 본격적으로 논술을 준비했다고 응답하였습니다.

또한 수시 원서접수 이후 준비를 시작한 합격생까지 포함하면 전체의 68.3%가 비교적 짧은 기간 동안 논술을 준비한 것으로 나타났습니다.

이는 중앙대학교 자연 논술이 장기간의 별도 준비보다는 평소 학습과 수능 준비를 바탕으로 대비할 수 있는 시험으로 인식되고 있음을 보여줍니다.

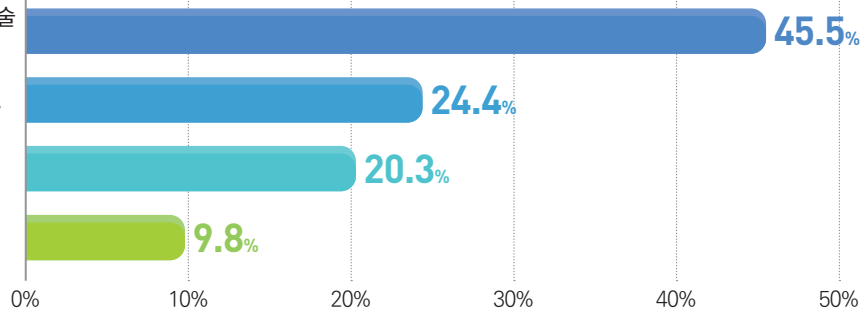
3. 합격생이 느낀 자연 논술의 특징

“한마디로 평소 학습 내용 및 수능 수학과 연결되고, 기출문제·모의논술 문제로 방향을 잡을 수 있는 논술입니다.”

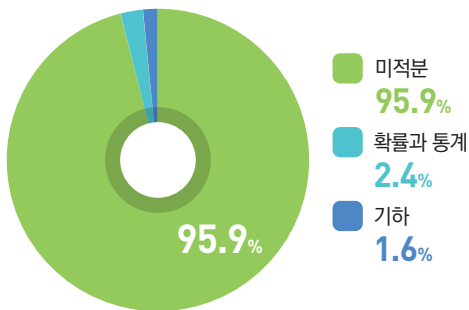


우리대학 자연계열 수리논술 문항에 대해 어떻게 느끼셨나요?

- ① 본교 「논술가이드북」 등을 통해 기출문제·모의논술 문제를 확인하고 풀어본 것이 도움 되었다.
- ② 대부분 문항은 평소 학습 내용으로 대비 가능했다.
- ③ '수능' 수학영역 응시 과목과 관련된 문항은 수능 공부하면서 함께 준비할 수 있었다.
- ④ 중앙대학교 논술을 위해 별도 준비가 필요했다.



합격생은 수능 수학에서 어떤 과목을 응시했을까?



합격생들은 기출문제·모의논술 문제를 활용한 학습을 가장 중요한 준비 요소로 꼽았습니다. 실제 응답자의 절반에 가까운 45.5%가 는 「논술가이드북」 등을 통해 기출문제·모의논술 문제를 확인하고 직접 풀어본 것이 도움이 되었다고 응답하였습니다. 또한 평소 학습 내용이나 수능 수학 준비만으로도 대비할 수 있었다는 응답이 44.7%를 차지하였고, 중앙대학교 논술만을 위해 별도의 준비가 필요했다고 응답한 비율은 10% 미만입니다.

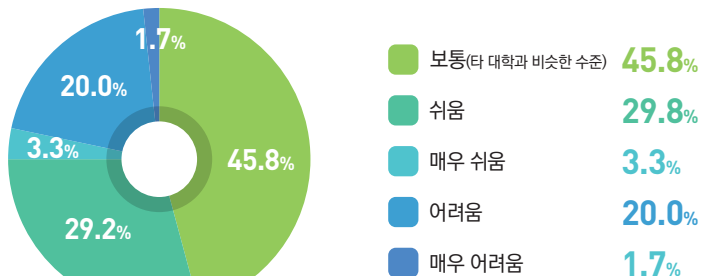
합격생들의 응답을 종합해 보면, 중앙대학교 자연 논술은 별도의 장기간 준비보다는 평소 학습과 수능 준비를 바탕으로 충분히 대비할 수 있는 수준으로 출제되어 수험생의 부담이 크지 않았음을 확인할 수 있고, 매년 「논술가이드북」을 통해 제공하는 기출 문제·모의논술 문제를 충분히 풀어보며 문제 유형과 답안 작성 방향을 익히는 것이 효과적인 준비 방법임을 알 수 있습니다.

TIP

「논술가이드북」을 적극 활용하세요.

중앙대학교는 매년 「논술가이드북」을 통해 기출문제, 모의논술 문제, 출제 의도 및 해설 등을 공개하고 있습니다. 합격생 설문 결과에서도 확인할 수 있듯이, 「논술가이드북」은 실제 논술 시험의 출제 경향과 평가 요소를 이해하는 데 도움이 되는 대표적인 학습 자료입니다. 논술을 준비하는 수험생이라면 반드시 「논술가이드북」을 충분히 활용하여 중앙대학교 논술에 익숙해지시기 바랍니다.

타 대학 논술 대비 체감 난이도



※ 타 대학 논술 응시 경험이 있는 합격생 기준

78.3%

보통 또는 쉬운 편

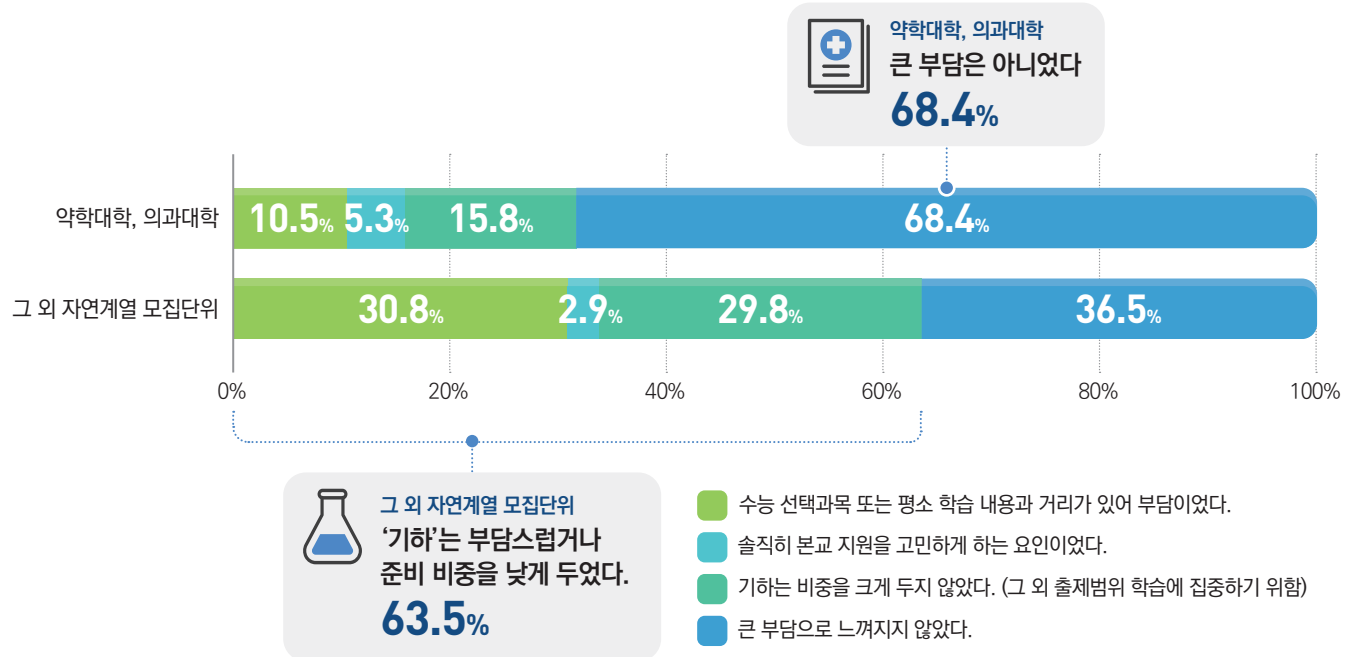
4. 2027학년도 자연계열 논술, 이렇게 달라집니다.

“의과대학·약학대학을 제외한 자연계열 모집단위의 논술 출제범위에서 기하를 제외하였습니다.”

지난해 자연계열 논술을 준비할 때, ‘기하’가 출제 범위에 포함된 점에 대해 어떻게 느끼셨나요?



※ 복수 선택 가능



전년도 합격생 대상 조사 결과, ‘기하’가 출제범위에 포함된 것에 대한 인식이 모집단위에 따라 다르게 나타났습니다.

약학대학·의과대학 합격생은 기하에 익숙했지만, 그 외 자연계열 모집단위의 합격자는 기하를 부담스럽게 여기거나 아예 준비 비중을 낮게 두는 경향이 있었습니다.

약학대학·의과대학의 경우 합격생의 68.4%가 기하를 큰 부담으로 느끼지 않았다고 응답한 반면, 그 외 자연계열 모집단위는 36.5%만이 동일하게 응답하였습니다.

또한 약학대학·의과대학을 제외한 자연계열 모집단위 합격생의 29.8%는 기하를 준비 과정에서 큰 비중을 두지 않았다고 응답하였으며, 30.8%는 수능 선택과목 또는 평소 학습 내용과 거리가 있어 부담을 느꼈다고 응답하였습니다.

중앙대학교는 이러한 모집단위별 특성을 종합적으로 고려하여 2027학년도부터 의과대학·약학대학을 제외한 자연계열 모집단위의 논술 출제범위에서 기하를 제외하였습니다.

5. 이제 막 논술 준비를 시작하려는 후배에게

작년 이맘때, 지금의 여러분처럼 중앙대학교 자연 논술을 준비하던 선배들이 있었습니다.

수능 수학과 논술은 어떻게 다른지, 풀이 과정을 어디까지 써야 하는지, 막히는 문제가 나오면 어떻게 해야 하는지 고민하던 학생들이었습니다. 그 시간을 지나 지금은 중앙대학교에서 공부하고 있는 선배들이, 이제 막 논술 준비를 시작하는 후배들에게 꼭 전하고 싶은 말을 남겼습니다.



나만의 논술 준비 꿀팁

“수학 공부를 기반으로 삼으세요.”

자연계열 논술의 출발점은 평소에 공부해온 수학 개념입니다. 새로운 내용을 무리하게 넓히기보다, 이미 배운 개념을 정확히 이해하고 문제 조건에 맞게 적용하는 연습이 중요합니다.

“기출문제와 모의논술 문제는 꼭 풀어보세요.”

자연 논술은 기출문제와 모의논술을 통해 출제 흐름과 풀이 과정 서술 방식을 익힐 수 있습니다. 문제를 푸는 데서 끝내지 말고, 예시답안과 해설을 보며 어떤 과정이 답안에 드러나야 하는지 확인하세요.

“풀이 과정을 남기는 연습을 하세요.”

수리논술은 답만 적는 시험이 아닙니다. 어떤 조건을 사용했는지, 왜 그 식을 세웠는지, 어떤 개념을 적용했는지를 답안에 보여주어야 합니다. 평소 문제를 풀 때도 계산 과정 옆에 짧은 설명을 붙이는 습관을 들이면 좋습니다.



고사장에서는 아는 것을 끝까지 보여주는 사람이 강합니다.

“어려운 문항에 오래 붙잡히지 마세요.”

고사 당일에는 모든 문항을 처음부터 끝까지 완벽하게 풀기 어려울 수 있습니다. 막히는 문항이 있다면 풀 수 있는 부분부터 정리하고, 다음 문항으로 넘어가는 판단도 필요합니다.

“모르는 문제가 나와도 멈추지 마세요.”

어려운 문제가 나왔다고 해서 답안을 비워둘 필요는 없습니다. 접근 방향, 사용한 개념 등 내가 알고 있는 부분을 차분히 써내려가세요. 끝까지 쓰려는 태도가 답안을 바꿀 수 있습니다.

“정답보다 과정이 먼저 보이게 하세요.”

자연계열 논술에서는 내가 어떤 생각으로 문제를 풀었는지가 중요합니다. 완벽하지 않아도 논리적인 흐름이 보이는 답안은 충분히 의미가 있습니다.

“고사장에는 여유 있게 도착하세요.”

낯선 캠퍼스, 많은 수험생, 긴장된 분위기 속에서는 작은 변수도 크게 느껴질 수 있습니다. 이동 시간과 입실 시간을 넉넉히 잡고, 시험 전에는 내가 정리한 개념과 풀이 흐름을 차분히 떠올려보세요.

2027학년도 중앙대학교 논술가이드북 자연계열

실전 대비 모의논술 문제풀이

1. 2027학년도 모의논술 문제(일반형)	24
2. 2027학년도 모의논술 문제해설(일반형)	29
3. 2027학년도 모의논술 문제(창의형)	41
4. 2027학년도 모의논술 문제해설(창의형)	45



2027학년도 모의논술 문제(일반형)

자연계열 공통문항

[문제 11] (20점) 갑과 을, 두 사람이 아래와 같은 규칙으로 게임을 한다. 풀이와 함께 물음에 답하시오.

- 갑은 1부터 n 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낸다. 단, $n \geq 11$ 이다.
- 을은 1부터 11까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 11장의 카드에서 특정 수 k ($1 \leq k \leq 11$)가 적힌 카드는 제거하고, 나머지 10장의 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낸다.
- 두 사람이 꺼낸 카드에 적힌 수를 비교하여 더 큰 수를 꺼낸 사람이 승자가 된다.
- 만약 두 수가 동일하면 무승부가 되고, 꺼낸 카드는 다시 넣는다.
- 게임은 승부가 날 때까지 같은 규칙으로 진행한다.

갑이 승자가 될 확률과 을이 승자가 될 확률이 서로 같아지도록 하는 순서쌍 (n, k) 를 모두 구하시오.

[문제 2] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 음함수 표현 $f(x, y) = 0$ 에서 y 를 x 에 대한 함수로 보고 각 항을 x 에 대하여 미분하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다.
- 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 의 도함수 $g'(t)$ 가, $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$ 일 때 α, β 를 포함하는 구간에서 연속이면 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t)dt$$

좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 에 대하여 점 $P(x, y)$ 가 음함수 표현 $\overline{PA} \times \overline{PB} = 1$ 을 만족시킨다. (단, $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다.) 이를 바탕으로 [문제 2-1], [문제 2-2]를 풀이하시오.

[문제 2-1] (12점) $\frac{dy}{dx}$ 를 구하고, $(x, y) = (a, b)$ 에서 $\frac{dy}{dx} = 0$ 이 되게 하는 a, b 를 구하시오.

[문제 2-2] (8점) 정적분 $\int_a^1 xy^2 dx$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 [문제 2-1]에서 구한 값이다.)

[문제 3] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- x 의 값의 범위가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, 이차함수

$$f(x) = a(x-p)^2 + q$$

의 최댓값과 최솟값은 다음과 같음을 알 수 있다.

(i) $\alpha \leq p \leq \beta$ 이면 $f(\alpha)$, $f(p)$, $f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값이고 가장 작은 값이 최솟값이다.

(ii) $p < \alpha$ 또는 $p > \beta$ 이면 $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중에서 큰 값이 최댓값이고 작은 값이 최솟값이다.

- 로그함수 $y = \log_a x$ 는 $a > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- 삼각함수 $y = \sin x$ 는 주기함수이고 주기는 2π 이다.

[문제 3-1] (15점) 양의 실수 a 에 대하여 $k = 2^a$ 이라 하자. 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = |(\log_k x + 4)(\log_k x - 8)|$ 이라 하고 $\frac{1}{4} \leq x \leq 16$ 일 때, $f(x) \geq 29$ 이 성립하도록 하는 a 의 최솟값을 구하시오.

[문제 3-2] (15점) 양의 실수 a 에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = |4\sin^2 x - 4\sin x - a|$ 이 있다. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = M$ 이 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 서로 다른 세 실근 x_1, x_2, x_3 을 갖는다. a 와 x_1, x_2, x_3 의 값을 구하시오.

[문제 4] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 의 도함수 $g'(t)$ 가, $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$ 일 때 α, β 를 포함하는 구간에서 연속이면 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t)dt$$

- 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

- 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 미분가능하고, $f'(x), g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

- n 이 실수일 때, $y = x^n$ 이면 $y' = nx^{n-1}$ 이다.

[문제 4-1] (15점) 좌표평면에서 점 $(t, 0)$ 을 지나고 곡선 $y = e^{x^2}$ 과 접하는 직선이 두 개 있다. 두 접선의 기울기를 각각 $m_1(t), m_2(t)$ 라 할 때, 다음 정적분의 값을 구하시오.

$$\int_0^2 t^3 m_1(t) m_2(t) dt$$

[문제 4-2] (15점) 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x) = |x-1|^{-\frac{n}{13}} + |x+1|^{-\frac{n}{13}}$ 의 최솟값을 a_n 이라 하자. 급수

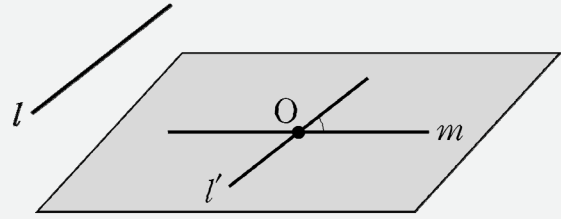
$$\sum_{n=1}^{27} a_n$$
의 값을 구하시오.

의/약학부 추가문제

※ [문제 5]는 자연계열 모집단위 중 의/약학부 지원자만 풀이하는 추가 문항입니다.

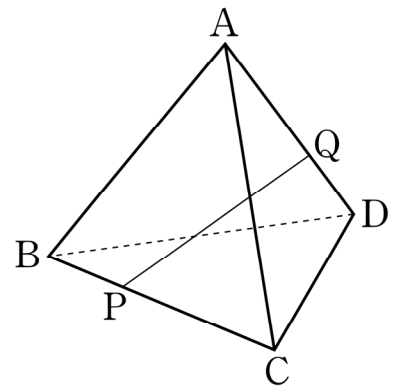
[문제 5] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 초점이 $F(p, 0)$, 준선이 $x = -p$ 인 포물선의 방정식은 $y^2 = 4px$ (단, $p \neq 0$)이다.
- 두 직선 l, m 이 꼬인 위치에 있을 때, 직선 m 위의 임의의 점 O 를 지나고 직선 l 에 평행한 직선 l' 을 그으면 두 직선 l', m 은 점 O 에서 만나므로 한 평면을 결정한다. 이때 두 직선 l' 과 m 이 이루는 각을 두 직선 l, m 이 이루는 각이라 한다. 여기서 두 직선 l' 과 m 이 이루는 각의 크기는 점 O 의 위치에 관계없이 항상 일정하다.



[문제 5-1] (15점) 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4x$ 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하자. $\angle PFQ = 30^\circ$ 일 때, 사각형 $OFPQ$ 의 넓이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

[문제 5-2] (15점) 그림과 같이 정사면체 $ABCD$ 에 대하여 모서리 BC 를 1:2로 내분하는 점을 P , 모서리 AD 를 2:1로 내분하는 점을 Q 라 하자. 두 직선 PQ, CD 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값을 구하시오.



2027학년도 모의논술 문제해설(일반형)

1. 제시문 출전 및 출제 의도

자연계열 공통문항

[문제 1 제시문 출전]

미적분, 권오남 외, 교학사, 2020, p.38

미적분, 홍성복 외, 지학사, 2021, p.35

미적분, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2023, p.33

확률과 통계, 권오남 외, 교학사, 2020, p.49, 51, 68

확률과 통계, 홍성복 외, 지학사, 2021, p.48, 63, 68

확률과 통계, 배종숙 외, 금성출판사, 2023, p.50, 56, 67, 77

확률과 통계, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2023, p.45, 48, 59

[문제 1 출제 의도]

다양한 조건이 부여된 확률적 상황에서 사건의 발생 가능성을 수리적으로 분석하고, 이를 바탕으로 합리적인 결론을 도출하는 능력은 논리적 사고의 핵심적인 부분이다. 본 문제는 두 가지 서로 다른 확률분포를 가진 카드 게임 상황을 설정하여, 특정 조건에서 확률을 구하는 것과 조건부 확률과 무한 시행의 개념을 이해하여, 이를 만족하는 확률을 정확하게 찾아낼 수 있는지를 평가한다.

[문제 2 제시문 출전]

- 첫 번째 제시문**
- 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.95
 - 미적분, 황선욱 외, 미래, 2020, p.94
 - 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.87

- 두 번째 제시문**
- 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.149
 - 미적분, 황선욱 외, 미래, 2020, p.143
 - 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.126

[문제 2 출제 의도]

음함수 형태로 표현된 함수의 미분을 잘 수행하는지 평가한다. 더불어 치환적분을 잘 수행하는지 평가한다.

[문제 3 제시문 출전]**첫 번째 제시문**

- 수학, 황선욱 외, 미래엔, 2025, p.77
- 수학, 권오남 외, (주)교학사, 2020, p.66
- 수학, 박교식 외, 동아출판, 2022, p.65
- 수학, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2023, p.65
- 수학, 배종숙 외, (주)금성출판사, 2022, p.75-76
- 수학, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.72
- 수학, 홍성복 외, 지학사, 2024, p.74

두 번째 제시문

- 수학 I, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2022, p.44
- 수학 I, 이준열 외, 천재교육, 2023, p.47
- 수학 I, 홍성복 외, 지학사, 2023, p.48
- 수학 I, 권오남 외, 교학사, 2023, p.52
- 수학 I, 박교식 외, 동아출판, 2023, p.42
- 수학 I, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.48
- 수학 I, 배종숙 외, (주)금성출판사, 2020, p.48
- 수학 I, 황선욱 외, 미래엔, 2021, p.45
- 수학 I, 김원경 외, 비상교육, 2020, p.45

세 번째 제시문

- 수학 I, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2022, p.77
- 수학 I, 이준열 외, 천재교육, 2023, p.83
- 수학 I, 홍성복 외, 지학사, 2023, p.83
- 수학 I, 권오남 외, 교학사, 2023, p.87
- 수학 I, 박교식 외, 동아출판, 2023, p.74
- 수학 I, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.85
- 수학 I, 배종숙 외, (주)금성출판사, 2020, p.84
- 수학 I, 황선욱 외, 미래엔, 2021, p.83
- 수학 I, 김원경 외, 비상교육, 2020, p.78

[문제 3-1 출제 의도]

이차함수의 최대와 최소를 구하는 것은 수학 교과목의 기본적인 문제 중 하나이다. 여기서는 수학 I 과정에서 학습한 로그함수를 치환하여 이차함수의 형태로 변형한 후 그 최대나 최소를 갖는 점을 알 수 있는지 평가하고자 하였다.

[문제 3-2 출제 의도]

삼각함수는 자연현상이나 사회현상의 주기적인 변화를 나타내고 분석할 수 있는 유용한 함수이다. 주어진 구간 안에서 특수값을 갖는 삼각방정식의 해를 구하고, 이차함수의 최대나 최소를 갖는 점을 그래프를 통하여 알 수 있는지 평가하고자 하였다.

[문제 4 제시문 출전]

- | | |
|-----------------|--|
| 첫 번째 제시문 | <ul style="list-style-type: none"> - 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.149 - 미적분, 황선욱 외, 미래, 2020, p.143 - 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.126 |
| 두 번째 제시문 | <ul style="list-style-type: none"> - 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.108 - 미적분, 황선욱 외, 미래, 2020, p.106 - 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.96 |
| 세 번째 제시문 | <ul style="list-style-type: none"> - 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.158 - 미적분, 황선욱 외, 미래, 2020, p.151 - 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.131 |
| 네 번째 제시문 | <ul style="list-style-type: none"> - 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.88 - 미적분, 황선욱 외, 미래, 2020, p.86 - 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.79 |

[문제 4-1 출제 의도]

곡선 위의 접선의 방정식을 구할 수 있는지 평가한다. 또한 문제에서 요구하는 정적분을 해결할 수 있는지 평가한다.

[문제 4-2 출제 의도]

무리함수의 미분을 하여 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다. 이때, 무리함수의 지수 부분의 크기에 따라 최솟값이 생기는 점이 변한다는 것을 알고 있는지 평가한다. 더불어 등비급수의 값을 구할 수 있는지 평가한다.

의/약학부 추가문제

※ [문제 5]는 자연계열 모집단위 중 의/약학부 지원자만 풀이하는 추가 문항입니다.

[문제 5 제시문 출전]

- 첫 번째 제시문
- 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.13
 - 기하, 김원경 외, 비상교육, 2020, p.13
 - 기하, 류희찬 외, 천재교과서, 2023, p.13
 - 기하, 홍성복 외, 지학사, 2024, p.12

- 두 번째 제시문
- 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.120
 - 기하, 김원경 외, 비상교육, 2020, p.108
 - 기하, 류희찬 외, 천재교과서, 2023, p.127
 - 기하, 홍성복 외, 지학사, 2024, p.120

[문제 5-1 출제 의도]

이차곡선은 실생활의 여러 분야에 활용되고 있다. 이차곡선 중의 하나인 포물선의 접선 방정식을 활용하는 능력을 파악하고자 한다.

[문제 5-2 출제 의도]

공간도형의 기본 구성 요소는 점, 직선, 평면이고 공간도형에의 성질에 대한 탐구는 공간 감각을 기르는 데 도움이 된다. 두 직선 사이의 위치 관계에 대해 잘 이해하고 있는지 평가하고자 한다.

2. 예시답안 및 채점기준

자연계열 공통문항

[문제 1] 예시 답안

▶ 편의를 위해 갑이 꺼낸 카드의 숫자를 X 라 하고, 을이 꺼낸 카드의 숫자를 Y 라 하자.

▶ 각 확률변수의 확률분포는 다음과 같다.

$$P(X=l) = \frac{1}{n}, \quad l \in \{1, 2, \dots, n\}$$

$$P(Y=l) = \begin{cases} \frac{1}{10}, & l \in \{1, 2, \dots, 11\} - \{k\} \\ 0, & l = k \end{cases}$$

▶ 무승부가 발생하면 동일한 확률 구조의 시행이 다시 시작되므로 최종 승리 확률은 반복 시행에 따른 등비급수로 아래와 같이 표현된다.

한 번의 시행에서 무승부가 나올 확률을 r , 갑이 승자가 될 확률을 p , 을이 승자가 될 확률을 q 라 하자. 갑이 승자가 될 확률은

$$p + rp + r^2p + \dots = \frac{p}{1-r}$$

이고, 을이 승자가 될 확률은

$$q + rq + r^2q + \dots = \frac{q}{1-r}$$

이다. 따라서 두 확률이 같아지는 경우는 $\frac{p}{1-r} = \frac{q}{1-r}$, 즉 $p = q$ 이므로 한 번의 시행에서 갑이 이길 확률과 을이 이길 확률만 고려하면 된다.

▶ 한 번의 시행에서 을이 승자가 될 경우는 아래와 같다.

을이 꺼낸 카드	갑이 꺼낸 카드	경우의 수
1	-	0
2	1	1
3	1, 2	2
...	...	...
11	1, 2, ..., 10	10

따라서, 을이 꺼낸 카드가 y 일 때, 을이 승자가 되는 경우의 수는 $y-1$ 이다. 단, 을이 k 가 적힌 카드를 꺼낼 수 없으므로 해당 경우는 제외한다.

을이 꺼낼 수 있는 카드 집합을 $S = \{1, 2, \dots, 11\} - \{k\}$ 라고 할 때, 을이 승자가 될 경우를 모두 구하면

$\sum_{y \in S} (y-1) = (0+1+\dots+10) - (k-1) = 56 - k$ 이다. 따라서 을이 승자가 될 확률은 전체 경우의 수 $10n$

으로 나눈 $\frac{56-k}{10n}$ 이다.

- ▶ 한 번의 시행에서 무승부일 확률은 X 와 Y 의 값이 $S = \{1, 2, \dots, 11\} - \{k\}$ 중 한 값으로 같아야 한다. 을이 어떤 카드를 내든 갑은 그와 똑같은 숫자의 카드를 무조건 1장씩 가지고 있으므로, 무승부일 확률은

$$10 \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{n}$$

이다.

- ▶ 한 번의 시행에서 갑이 승자가 될 경우는 $X > Y$ 이며, 전체 확률이 1임을 이용하여

$$1 - \frac{1}{n} - \frac{56-k}{10n} = \frac{10n-66+k}{10n}$$

- ▶ 따라서, 갑이 승자가 될 확률과 을이 승자가 될 확률을 같게 두면

$$\frac{10n-66+k}{10n} = \frac{56-k}{10n}$$

$$10n + 2k = 122$$

이며, $n \geq 11$ 인 범위에서 이를 만족하는 순서쌍 (n, k) 는 $(11, 6), (12, 1)$ 이다.

[문제 11] 채점 기준

- 무승부 경우를 고려하여 확률이 같은 경우를 올바르게 구한 경우: **+4점**
- 갑과 을의 승자가 될 확률을 올바르게 구한 경우: **+14점**
- 수식을 통해 순서쌍 (n, k) 를 정확히 찾은 경우: **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점 부여 가능함.

[문제 2-1] 예시 답안

$\overline{PA} \times \overline{PB} = 1$ 을 제공하여 식으로 쓰면 $((x-1)^2 + y^2)((x+1)^2 + y^2) = 1$ 이다.
 $y^4 + 2(x^2+1)y^2 + (x^2-1)^2 - 1 = 0$ 이고 $(y^2 + x^2 + 1)^2 = 4x^2 + 1$ 로 쓸 수 있고
 $y^2 = \sqrt{4x^2+1} - x^2 - 1$ 이다. 음함수 미분하면 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y} \left(\frac{2x}{\sqrt{4x^2+1}} - x \right)$ 이다. 조건 $\frac{dy}{dx} = 0$ 에서
 $\frac{2a}{\sqrt{4a^2+1}} - a = 0$ 이고 $b^2 = \sqrt{4a^2+1} - a^2 - 1$ 이므로 계산하면 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고 $b = \frac{1}{2}$ 이다.

[문제 2-2] 예시 답안

$\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 x y^2 dx = \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 x (\sqrt{4x^2+1} - x^2 - 1) dx$ 이다.
 $4x^2 + 1 = t$ 로 치환하면 $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 x \sqrt{4x^2+1} dx = \int_4^5 \frac{1}{8} \sqrt{t} dt = \frac{1}{12} (5\sqrt{5} - 8)$ 이고
 $-\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 x^3 + x dx = -\frac{15}{64}$ 이므로 구하는 값은 $\frac{5\sqrt{5}}{12} - \frac{173}{192}$ 이다.

[문제 2-1] 채점 기준

- $y^2 = \sqrt{4x^2+1} - x^2 - 1$ 을 구하면 +4점
- $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y} \left(\frac{2x}{\sqrt{4x^2+1}} - x \right)$ 를 구하면 +4점
- $a = \frac{\sqrt{3}}{2}, b = \frac{1}{2}$ 을 구하면 +4점

[문제 2-2] 채점 기준

- $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 x y^2 dx = \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 x (\sqrt{4x^2+1} - x^2 - 1) dx$ 를 구하면 +2점
- $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 x \sqrt{4x^2+1} dx = \int_4^5 \frac{1}{8} \sqrt{t} dt = \frac{1}{12} (5\sqrt{5} - 8)$ 을 구하면 +4점
- $-\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 x^3 + x dx = -\frac{15}{64}$ 을 구하면 +2점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 3-1] 예시 답안

$2^a = k$ 이므로, $\log_k x = \frac{\log_2 x}{a}$ 이다. $\log_k x = t$ 라 하면, $-\frac{2}{a} \leq t \leq \frac{4}{a}$ 이다.

주어진 함수는 $g(t) = |(t+4)(t-8)| = |t^2 - 4t - 32|$ 이다. 주어진 구간에서 $g(t) \geq 29$ 가 성립하기 위해서는 $\frac{4}{a} < 8$ 이 성립하고(주어진 범위에서 $g(t) \neq 0$), 이로부터 $\frac{4}{a} - 2 < 2 + \frac{2}{a}$ 임을 알 수 있다. 따라서, $g(t)$ 의 최솟값은 구간의 양 끝점 중 꼭짓점 $t = 2$ 에서 거리가 먼 $t = -\frac{2}{a}$

에서 갖게 됨을 알 수 있다.

최솟값과 비교하여 $g(-\frac{2}{a}) = 32 - \frac{8}{a} - \frac{4}{a^2} \geq 29$ 가 성립하는 a 를 찾는다. 정리하면

$$3a^2 - 8a - 4 = 3\left(a - \frac{4-2\sqrt{7}}{3}\right)\left(a - \frac{4+2\sqrt{7}}{3}\right) \geq 0 \text{ 이고, } a \text{는 양수이므로 } a \geq \frac{4+2\sqrt{7}}{3} \text{ 이고}$$

a 의 최솟값은 $\frac{4+2\sqrt{7}}{3}$ 이다.

[문제 3-1] 채점 기준

- 구간의 범위 $-\frac{2}{a} \leq t \leq \frac{4}{a}$ 를 구하면 +5점
- 최솟값이 $t = -\frac{2}{a}$ 에서 갖는 것을 얻으면 +5점
- 부등식을 정리하여 a 의 최솟값 $\frac{4+2\sqrt{7}}{3}$ 를 구하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 3-2] 예시 답안

$\sin x = t$ ($-1 \leq t \leq 1$)라 하면 주어진 함수는 $g(t) = |4t^2 - 4t - a| = |(2t-1)^2 - 1 - a|$ 이다.

최대·최소 정리에 의하여 최댓값은 $t = \frac{1}{2}$ 또는 $t = -1$ 또는 $t = 1$ 에서 갖는다.

각 점에서 함수값은 $g(\frac{1}{2}) = a+1$, $g(-1) = |8-a|$, $g(1) = a$ 이므로, $a+1$ 보다 작은 a , $a-8$ 은 최댓값이 될 수 없다.

$t = \frac{1}{2}$ 인 $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$ 이고 $t = -1$ 인 $x = \frac{3}{2}\pi$ 이므로, $f(x) = M$ 이 서로 다른 세 실근을 갖기 위해서

$a+1 = 8-a$ 이어야 한다. 따라서, $a = \frac{7}{2}$ 이고 세 실근은 $\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$ 이다.

[문제 3-2] 채점 기준

- 최댓값은 $\sin x = \frac{1}{2}$ 또는 $\sin x = -1$ 또는 $\sin x = 1$ 에서 갖게 됨을 알면 **+5점**
- $a+1, |8-a|, a$ 가 최댓값의 가능한 값이고 $a, a-8$ 은 최댓값이 될 수 없음을 얻으면 **+5점**
- $a+1=8-a$ 를 얻고 $a=\frac{7}{2}$ 이고 세 실근은 $\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$ 얻은 경우 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 4-1] 예시 답안

$y = e^{x^2}$ 을 미분하면 $y' = 2xe^{x^2}$ 이다. 접점 (x, e^{x^2}) 과 $(t, 0)$ 의 기울기를 고려하면 $\frac{e^{x^2}}{x-t} = 2xe^{x^2}$ 이고 식을 정리하

면 $2x^2 - 2tx - 1 = 0$ 이다. x 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = t, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$ 이다. 접선의 기울기의 곱은 다음과 같다.

$$m_1(t)m_2(t) = 4\alpha\beta e^{\alpha^2} e^{\beta^2} = -2e^{t^2+1}$$

구하는 정적분은 $-2e \int_0^2 t^3 e^{t^2} dt$ 이고 $t^2 = s$ 로 치환하고 부분적분하면 다음을 얻는다.

$$-2e \int_0^2 t^3 e^{t^2} dt = -e \int_0^4 s e^s ds = -(3e^5 + e)$$

[문제 4-1] 채점 기준

- $2x^2 - 2tx - 1 = 0$ 을 구하면 **+5점**
- $m_1(t)m_2(t) = 4\alpha\beta e^{\alpha^2} e^{\beta^2} = -2e^{t^2+1}$ 을 구하면 **+5점**
- $-(3e^5 + e)$ 를 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 4-2] 예시 답안

$f(x) = f(-x)$ 이므로 $x \geq 0$ 인 경우만 생각하자. 또한 $x \geq 1$ 에서 $f(x)$ 는 증가함수이므로 $0 \leq x \leq 1$ 경우만 생각하면 된다. $0 \leq x \leq 1$ 에서 주어진 함수는

$$f(x) = (1-x)^{\frac{n}{13}} + (x+1)^{\frac{n}{13}} \text{ 이다.}$$

$$(1) \ 1 \leq n \leq 12 \text{ 일 때, } 0 \leq x < 1 \text{ 에서 } f'(x) = \frac{n}{13} \frac{1}{(x+1)^{1-\frac{n}{13}}} - \frac{n}{13} \frac{1}{(1-x)^{1-\frac{n}{13}}} \leq 0 \text{ 이므로}$$

$$x = 1 \text{ 에서 최솟값을 가지고 } a_n = 2^{\frac{n}{13}} \text{ 이다.}$$

$$(2) \ n \geq 13 \text{ 이면 } f'(x) = \frac{n}{13} (x+1)^{\frac{n}{13}-1} - \frac{n}{13} (1-x)^{\frac{n}{13}-1} \geq 0 \text{ 이므로 } x = 0 \text{ 에서 최솟값을 갖고}$$

$$a_n = 2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \sum_{n=1}^{27} a_n = \sum_{n=1}^{12} 2^{\frac{n}{13}} + \sum_{n=13}^{27} 2 = \frac{2-2^{\frac{1}{13}}}{2^{\frac{1}{13}}-1} + 30 \text{ 이다.}$$

[문제 4-2] 채점 기준

- $1 \leq n \leq 12$ 일 때 $a_n = 2^{\frac{n}{13}}$ 을 구하면 +5점
- $n \geq 13$ 일 때 $a_n = 2$ 를 구하면 +5점
- $\sum_{n=1}^{27} a_n = \sum_{n=1}^{12} 2^{\frac{n}{13}} + \sum_{n=13}^{27} 2 = \frac{2-2^{\frac{1}{13}}}{2^{\frac{1}{13}}-1} + 30$ 을 구하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

의/약학부 추가문제

※ [문제 5]는 자연계열 모집단위 중 의/약학부 지원자만 풀이하는 추가 문항입니다.

[문제 5-1] 예시 답안

포물선의 초점은 $F(1, 0)$ 이고 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식은 $y_1y = 2(x + x_1)$ 이다. 이 직선의 y 절편은 $\frac{2x_1}{y_1} = \frac{4x_1}{2y_1} = \frac{y_1^2}{2y_1} = \frac{y_1}{2}$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $\left(0, \frac{y_1}{2}\right)$ 이다. 따라서 $\overline{PQ}^2 = x_1^2 + \frac{y_1^2}{4}$ 이고 $\overline{FQ}^2 = 1 + \frac{y_1^2}{4}$ 이다. 점 P 는 포물선 위의 점이므로 $\overline{FP}$ 는 점 P 와 포물선의 준선 $x = -1$ 사이의 거리와 같다. 즉, $\overline{FP} = x_1 + 1$ 이다.

$\overline{PQ}^2 + \overline{FQ}^2 = \left(x_1^2 + \frac{y_1^2}{4}\right) + \left(1 + \frac{y_1^2}{4}\right) = x_1^2 + \frac{y_1^2}{2} + 1 = x_1^2 + 2x_1 + 1 = \overline{FP}^2$ 이므로 삼각형 PQF 는 $\angle PQF = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\frac{1}{3} = \tan^2 30^\circ = \frac{\overline{PQ}^2}{\overline{FQ}^2} = \frac{x_1^2 + \frac{y_1^2}{4}}{1 + \frac{y_1^2}{4}} = \frac{x_1^2 + x_1}{1 + x_1}$ 이므로 $x_1 = \frac{1}{3}$ 이다.

$y_1^2 = 4x_1$ 에서 $y_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$ 이다. 사각형 $OFPQ$ 의 넓이 S 는

$$S = \triangle OFP + \triangle OPQ = \frac{1}{2} \times \overline{OF} \times y_1 + \frac{1}{2} \times \overline{OQ} \times x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{6\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{18}$$

[문제 5-1] 채점 기준

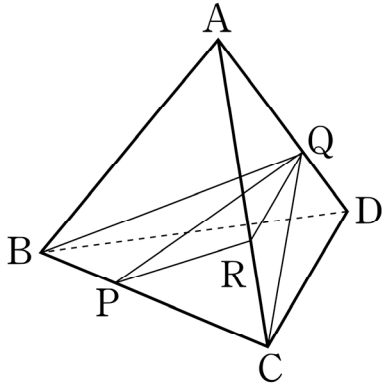
- 점 Q 의 좌표는 $\left(0, \frac{y_1}{2}\right)$ 을 얻으면 +3점
- $x_1 = \frac{1}{3}$ 을 얻으면 +4점
- $y_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$ 를 얻으면 +4점
- 사각형 $OFPQ$ 의 넓이 $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ 을 얻으면 +4점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함

의/약학부 추가문제

[문제 5-2] 예시 답안



정사면체 ABCD 의 한 모서리의 길이를 $3a(a > 0)$ 라 하면 삼각형 CDQ 에서 코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned}\overline{CQ}^2 &= \overline{CD}^2 + \overline{QD}^2 - 2 \times \overline{CD} \times \overline{QD} \times \cos(\angle CDQ) \\ &= 9a^2 + a^2 - 2 \times 3a \times a \times \frac{1}{2} = 7a^2\end{aligned}$$

따라서 $\overline{CQ} = \sqrt{7}a$ 이다. 마찬가지로 방법으로 $\overline{BQ} = \sqrt{7}a$ 임을 알 수 있다. 삼각형 BCQ 에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle BCQ) = \frac{\overline{BC}^2 + \overline{CQ}^2 - \overline{BQ}^2}{2 \times \overline{BC} \times \overline{CQ}} = \frac{9a^2 + 7a^2 - 7a^2}{2 \times 3a \times \sqrt{7}a} = \frac{3}{2\sqrt{7}}$$

삼각형 PCQ 에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{PQ}^2 = \overline{PC}^2 + \overline{CQ}^2 - 2 \times \overline{PC} \times \overline{CQ} \times \cos(\angle BCQ) = 4a^2 + 7a^2 - 2 \times 2a \times \sqrt{7}a \times \frac{3}{2\sqrt{7}} = 5a^2$$

모서리 AC 를 2 : 1 로 내분하는 점을 R 이라 하면 $\overline{QR} = 2a$ 이고 삼각형 PCR 에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{PR}^2 = \overline{PC}^2 + \overline{CR}^2 - 2 \times \overline{PC} \times \overline{CR} \times \cos(\angle PCR) = 4a^2 + a^2 - 2 \times 2a \times a \times \frac{1}{2} = 3a^2$$

직선 RQ 는 직선 CD 와 평행하므로 두 직선 PQ , CD 가 이루는 예각의 크기 θ 는

$\theta = \angle PQR$ 이다. 삼각형 PQR 에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos \theta = \frac{\overline{PQ}^2 + \overline{QR}^2 - \overline{PR}^2}{2 \times \overline{PQ} \times \overline{QR}} = \frac{5a^2 + 4a^2 - 3a^2}{2 \times \sqrt{5}a \times 2a} = \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

[문제 5-2] 채점 기준

- $\cos(\angle BCQ) = \frac{3}{2\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{14}$ 을 구하면 +5점
- $\overline{PQ} = \sqrt{5}a$ 를 구하면 +5점
- $\cos \theta = \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$ 를 구하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

2027학년도 모의논술 문제(창의형)

자연계열 공통문항

[문제 1] (15점) 곡선 $y = x^3 - x$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서의 접선을 l 이라 하자.

[문제 1-1] 곡선 $y = x^3 - x$ 와 직선 l 의 교점을 구하시오. (단, 접점 $(1, 0)$ 은 제외한다.) [5점]

[문제 1-2] 닫힌구간 $\left[-2 - \frac{1}{n}, -2 + \frac{1}{n}\right]$ 에서 곡선 $y = x^3 - x$ 와 직선 l 사이의 넓이를 A_n 이라 할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 A_n)$ 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 2] (15점) 음함수 표현 $x^4 + 7x^2y^2 + y^4 = 45$ 에 대하여 $x = a$ 에서 $\frac{dy}{dx} = -1$ 이다. a 의 값을 모두 구하시오. (단, $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다.)

[문제 3] (15점) 양의 실수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = x + a \int_0^x e^{-t^2} dt$$

[문제 3-1] 함수 $g(x)$ 가 증가하는 구간을 구하시오. [5점]

[문제 3-2] 정적분

$$\int_0^{g(1)} g^{-1}(x) dx = 1$$

을 만족시키는 a 를 구하시오. [10점]

[문제 4] (15점) 좌표평면에서 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $P_n(a_n^2, a_n)$ 과 x 축 위의 점 $Q_n(b_n, 0)$ 을 다음과 같이 정의한다.

(i) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다. (즉, $a_1 = 1$ 이다.)

(ii) $P_n(a_n^2, a_n)$ 을 지나고 기울기 -1 인 직선이 x 축과 만나는 점을 $Q_n(b_n, 0)$ 이라 한다.

(iii) $Q_n(b_n, 0)$ 을 지나고 기울기 1 인 직선이 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을 $P_{n+1}(a_{n+1}^2, a_{n+1})$ 이라 한다.

삼각형 $P_n Q_n P_{n+1}$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, 급수 $\sum_{n=1}^{10} S_n$ 의 값을 구하시오.

[문제 5] (20점) 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = e^{x + \frac{\pi}{3}} (a \sin x + b \cos x)$ 가 다음을 만족시킨다.

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = e^{\frac{\pi}{2}}$$

[문제 5-1] 실수 a, b 를 구하시오. [10점]

[문제 5-2] 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 구하시오. [10점]

[문제 6] (20점) 좌표평면에서 점 $P(t, 0)$ 을 지나는 직선 중 곡선 $y = e^{|x|}$ 과 한 점에서 만나는 직선이 세 개 있다. 세 직선이 곡선 $y = e^{|x|}$ 과 만나는 점을 각각 $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2), C(c_1, c_2)$ 라 하고, 삼각형 ABC 의 넓이를 $S(t)$ 라 하자.

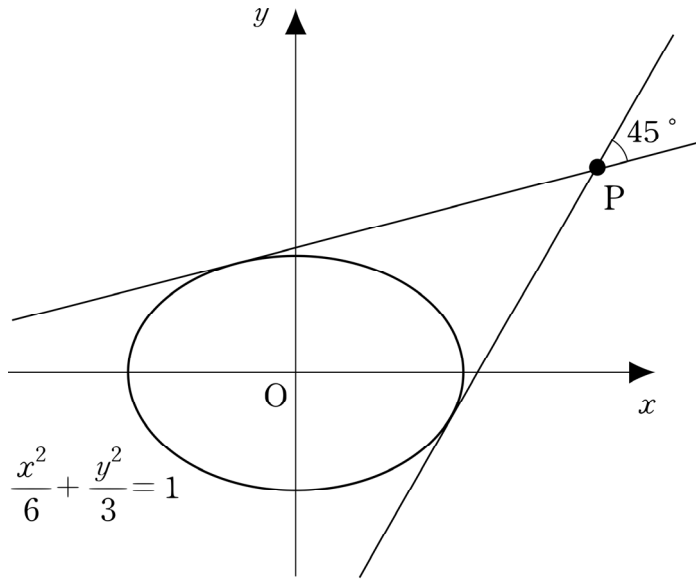
[문제 6-1] 점 A, B, C 의 좌표를 t 의 함수로 표현하시오. (단, $2 \leq t \leq 3$ 이고 $a_1 < b_1 < c_1$ 이다.) [10점]

[문제 6-2] 정적분 $\int_2^3 S(t) dt$ 를 구하시오. [10점]

의/약학부 추가문제

※ [문제 7], [문제 8]은 자연계열 모집단위 중 의/약학부 지원자만 풀이하는 추가 문항입니다.

[문제 7] (15점) 점 $P(t, 3)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$ 에 그은 두 접선이 이루는 예각이 45° 일 때, t^2 의 값을 구하시오.



[문제 8] (15점) 반지름의 길이가 1 인 원 위의 세 점 A, B, C 에 대하여 내적 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 가 최솟값을 가질 때, 그 값과 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오.

2027학년도 모의논술 문제해설(창의형)

수학

1. 출제 의도

문제 1

미분을 이용하여 접선의 방정식을 구하고, 정적분을 이용하여 두 곡선 사이의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다. 수열의 극한을 이해하고 있는지도 평가한다.

문제 2

음함수 미분을 잘 수행하는지 평가한다. 더불어 다항식을 인수분해하여 원하는 값을 계산할 수 있는지도 평가한다.

문제 3

미적분학의 기본원리를 이해하면 정적분 형태로 주어진 함수의 도함수를 쉽게 구할 수 있다. 치환적분으로 정적분을 계산할 수 있는지 평가한다.

문제 4

직선과 곡선이 만나는 점을 구하고 그 점들의 패턴을 파악할 수 있는지 평가한다. 그리고 점들로 이루어진 삼각형의 넓이를 구하고 요구하는 급수 계산을 수행할 수 있는지 평가한다.

문제 5

삼각함수의 성질(미분, 합 공식)을 이해하고 있는 지를 평가한다. 미분을 이용하여 닫힌구간에 주어진 함수의 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

문제 6

그래프의 개형을 이해하고 직선과 한 점에서 만나는 점을 구할 수 있는지 평가한다. 구한 점들로 이루어진 삼각형의 넓이를 구하고 정적분을 수행할 수 있는지 평가한다.

문제 7

이차곡선은 실생활의 여러 분야에 활용되고 있다. 이차곡선 중의 하나인 타원의 접선 방정식을 활용하는 능력을 파악하고자 한다.

문제 8

벡터는 과학과 수학에서 아주 중요한 위치를 차지하고 있다. 벡터가 크기와 방향을 함께 가지는 양임을 잘 이해하고 위치벡터의 개념을 활용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1-1] 예시 답안

$y = x^3 - x$ 를 미분하여 $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 1$ 을 구하고 $(1, 0)$ 에서의 접선의 기울기 2 구한다. 접선이 $(1, 0)$ 를 지나므로, 접선의 방정식은 $y = 2x - 2$ 이다. 방정식 $x^3 - x = 2x - 2$ 를 풀어 교점 $(-2, -6)$ 을 구한다.

[문제 1-1] 채점 기준

- 접선의 방정식 $y = 2x - 2$ 을 구하면 +3점
- 교점 $(-2, -6)$ 을 구하면 +2점

[문제 1-2] 예시 답안

구간 $\left[-2 - \frac{1}{n}, -2\right]$ 에서는 직선 ℓ 이 곡선 $y = x^3 - x$ 위에 있고, 구간 $\left[-2, -2 + \frac{1}{n}\right]$ 에서는 곡선 $y = x^3 - x$ 가 직선 ℓ 위에 있다. 따라서, 구하고자 하는 넓이는 다음과 같이 주어진다.

$$A_n = \int_{-2 - \frac{1}{n}}^{-2 + \frac{1}{n}} |(x^3 - x) - (2x - 2)| dx = \int_{-2 - \frac{1}{n}}^{-2} (-x^3 + 3x - 2) dx + \int_{-2}^{-2 + \frac{1}{n}} (x^3 - 3x + 2) dx$$

위 적분은 직접 계산해도 되지만 치환을 하면 계산이 간단해지므로, 각각 $x = -2 - u$, $x = -2 + u$ 로 치환하여,

$$A_n = \int_0^{\frac{1}{n}} (u^3 + 6u^2 + 9u) du + \int_0^{\frac{1}{n}} (u^3 - 6u^2 + 9u) du = \int_0^{\frac{1}{n}} (2u^3 + 18u) du = \frac{1}{2n^4} + \frac{9}{n^2}$$

를 구한 후, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2n^2} + 9 \right) = 9$ 를 구한다.

[문제 1-2] 채점 기준

- 곡선의 개형을 파악하여 $A_n = \int_{-2 - \frac{1}{n}}^{-2} (-x^3 + 3x - 2) dx + \int_{-2}^{-2 + \frac{1}{n}} (x^3 - 3x + 2) dx$ 을 구하면 +5점
- 정적분을 계산하여 $A_n = \frac{1}{2n^4} + \frac{9}{n^2}$ 를 구하면 +2점
- 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 A_n = 9$ 를 구하면 +3점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 2] 예시 답안

음함수 미분을 하면 $4x^3 + 14xy^2 + 14x^2y \frac{dy}{dx} + 4y^3 \frac{dy}{dx} = 0$ 이다. $\frac{dy}{dx} = -1$ 을 대입하고 정리하면

$$(y-x)(2x^2 - 5xy + 2y^2) = 0 \text{ 이다.}$$

(1) $y = x$ 이면 $x^4 = 5$ 이다.

(2) $2x^2 - 5xy + 2y^2 = (2x-y)(x-2y) = 0$ 이므로 $y = 2x$, $y = \frac{1}{2}x$ 이다.

$y = 2x$ 이면 $x = 1$ 이고 $y = \frac{1}{2}x$ 이면 $x = 2$ 이다. 따라서 $a = 5^{\frac{1}{4}}$, 1, 2 이다.

[문제 2] 채점 기준

- $4x^3 + 14xy^2 + 14x^2y \frac{dy}{dx} + 4y^3 \frac{dy}{dx} = 0$ 을 구하고 $\frac{dy}{dx} = -1$ 을 대입하면 **+5점**
- 인수분해하여 $(y-x)(2x-y)(x-2y) = 0$ 을 구하면 **+4점**
- $a = 5^{\frac{1}{4}}$, 1, 2 각 2점씩 합하여 **+6점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 3-1] 예시 답안

미적분학의 기본정리를 이용하여 $g'(x) = 1 + ae^{-x^2}$ 를 구하면 $g'(x)$ 가 모든 x 에 대하여 양수임을 알 수 있다. 따라서 $g(x)$ 가 증가하는 구간은 $(-\infty, \infty)$ 이다.

[문제 3-1] 채점 기준

- $g'(x) = 1 + ae^{-x^2}$ 을 구하면 **+3점**
- 구간 $(-\infty, \infty)$ 를 구하면 **+2점**

[문제 3-2] 예시 답안

$g(x)$ 가 증가함수이므로 역함수가 실수 전체 구간에서 존재하고 따라서 다음과 같이 $u = g^{-1}(x)$ 로 치환적분을 할 수 있다.

$$\int_0^{g(1)} g^{-1}(x) dx = \int_0^1 u g'(u) du = \int_0^1 u(1 + ae^{-u^2}) du = \int_0^1 u du + a \int_0^1 ue^{-u^2} du$$

두 번째 적분에 대하여 $t = u^2$ 으로 치환하여

$$\int_0^1 ue^{-u^2} du = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-t} dt = \frac{1}{2}(1 - e^{-1})$$

을 얻는다. 따라서 문제에 주어진 조건에 의해

$$\frac{1}{2} + \frac{a}{2}(1 - e^{-1}) = 1$$

이 성립한다. 따라서 $a = \frac{1}{1 - e^{-1}} = \frac{e}{e - 1}$ 이다.

[문제 3-2] 채점 기준

- $g(x)$ 가 증가함수이므로 치환적분이 가능하다는 언급이 있으면 **+1점**
- 치환적분하여 $\int_0^{g(1)} g^{-1}(x) dx = \int_0^1 u g'(u) du = \int_0^1 u(1 + ae^{-u^2}) du$ 를 얻으면 **+3점**
- 정적분을 계산하여 등식 $\frac{1}{2} + \frac{a}{2}(1 - e^{-1}) = 1$ 를 얻으면 **+4점**
- $a = \frac{1}{1 - e^{-1}} = \frac{e}{e - 1}$ 를 구하면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 4] 예시 답안

$P_n(a_n^2, a_n)$ 에 대하여 $b_n = a_n^2 + a_n$ 이고 $P_{n+1}((a_n+1)^2, a_n+1)$ 이다. $a_1 = 1$ 이므로 $P_n(n^2, n), Q_n(n^2+n, 0)$ 이다. 직선의 기울기가 $1, -1$ 이므로 $\angle P_n Q_n P_{n+1} = \frac{\pi}{2}$ 이다. 삼각형 $P_n Q_n P_{n+1}$ 의 넓이는 $S_n = \frac{1}{2} \overline{P_n Q_n} \cdot \overline{Q_n P_{n+1}} = \frac{1}{2} \sqrt{2n^2} \sqrt{2(n+1)^2} = n^2 + n$ 이다. 급수의 값은 $\sum_{n=1}^{10} (n^2 + n) = 440$ 이다.

[문제 4] 채점 기준

- $P_n(n^2, n), Q_n(n^2+n, 0)$ 을 구하면 각 4점씩 합하여 **+8점**
- $S_n = n^2 + n$ 을 구하면 **+4점**
- $\sum_{n=1}^{10} (n^2 + n) = 440$ 을 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 5-1] 예시 답안

함수 $f(x) = e^{x + \frac{\pi}{3}} (a \sin x + b \cos x)$ 를 미분하여,

$$f'(x) = e^{x + \frac{\pi}{3}} (a \sin x + b \cos x) + e^{x + \frac{\pi}{3}} (a \cos x - b \sin x)$$

를 얻는다. 주어진 조건에 의해

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{3}b}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow a + \sqrt{3}b = 2$$

이고

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{3}b}{2}\right) + e^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sqrt{3}a}{2} - \frac{b}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} + e^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sqrt{3}a}{2} - \frac{b}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow b = \sqrt{3}a$$

이므로, 연립방정식을 풀어 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 얻는다.

[문제 5-1] 채점 기준

- $f'(x) = e^{x + \frac{\pi}{3}} (a \sin x + b \cos x) + e^{x + \frac{\pi}{3}} (a \cos x - b \sin x)$ 를 구하면 **+3점**
- 연립방정식 $a + \sqrt{3}b = 2, b = \sqrt{3}a$ 를 얻으면 **+4점**
- $a = \frac{1}{2}, b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 얻으면 **+3점**

[문제 5-2] 예시 답안

$a = \cos \frac{\pi}{3}$, $b = \sin \frac{\pi}{3}$ 이므로 삼각함수의 합 공식을 이용하여 식을 정리하면,

$$f(x) = e^{x + \frac{\pi}{3}} \left\{ \sin x \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) + \sin \left(\frac{\pi}{3} \right) \cos x \right\} = e^{x + \frac{\pi}{3}} \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$$

를 얻을 수 있다. 함수를 미분하여

$$f'(x) = e^{x + \frac{\pi}{3}} \left\{ \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right\} = 0 \Rightarrow \tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = -1$$

를 풀면, 구간 $[0, \pi]$ 에서는 $x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4}$ 일 때만 극값을 가진다는 것을 알 수 있다. 따라서 $f(x)$ 의 최댓값은

$$f(0) = e^{\frac{\pi}{3}} \sin \left(\frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} e^{\frac{\pi}{3}}, f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = e^{\frac{3\pi}{4}} \sin \left(\frac{3\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}, f(\pi) = e^{\frac{4\pi}{3}} \sin \left(\frac{4\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} e^{\frac{4\pi}{3}}$$

중 하나이다. 마지막 값은 음수이므로 제외하고, 앞의 두 값을 비교하여 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}$ 가 최댓값이라는 결론을 내린다.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} e^{\frac{\pi}{3}} < \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{3}{2}} < e^{\frac{5\pi}{12}} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < 2^{\frac{5}{2}} < e^{\frac{5\pi}{6}} = (2.718\dots)^{\frac{5}{6} \times 3.14\dots},$$

[문제 5-2] 채점 기준

- $f(x) = e^{x + \frac{\pi}{3}} \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ 를 구하면 **+4점**
- $x = \frac{5\pi}{12}$ 일 때 극값을 가진다는 것을 얻으면 **+3점**
- 극값과 구간의 끝점을 비교하여 최댓값 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}$ 를 얻으면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 6-1] 예시 답안

$2 \leq t \leq 3$ 일 때 한 점에서 만나는 점이 $A(0, 1)$ 과 $B(t, e^t)$ 가 있다. 세 번째는 곡선 $y = e^{|x|}$ 과 접하는 점이다. 접점 (x, e^x) 와 $(t, 0)$ 의 기울기를 고려하면 $\frac{e^x}{x-t} = e^x$ 를 만족하고 식을 정리하면 $x = t+1$ 이다. 따라서 $C(t+1, e^{t+1})$ 이다.

[문제 6-1] 채점 기준

- $A(0, 1), B(t, e^t)$ 을 구하면 각 3점씩 합하여 **+6점**
- $C(t+1, e^{t+1})$ 을 구하면 **+4점**

[문제 6-2] 예시 답안

점 B, C를 지나는 직선의 방정식은 $(e^{t+1} - e^t)x - y + e^t - t(e^{t+1} - e^t) = 0$ 이다. $A(0, 1)$ 에서 직선까지 거리는 $\frac{|-1 + e^t - t(e^{t+1} - e^t)|}{\sqrt{(e^{t+1} - e^t)^2 + 1}}$ 이고 $\overline{BC} = \sqrt{(e^{t+1} - e^t)^2 + 1}$ 이다. 따라서

$$S(t) = \frac{1}{2}((e-1)te^t - e^t + 1)$$

이고 구하는 정적분 값은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} \int_2^3 ((e-1)te^t - e^t + 1) dt = \frac{1}{2}(2e^4 - 4e^3 + 2e^2 + 1)$$

[문제 6-2] 채점 기준

- $S(t) = \frac{1}{2}((e-1)te^t - e^t + 1)$ 을 구하면 **+5점**
- 정적분하여 $\frac{1}{2}(2e^4 - 4e^3 + 2e^2 + 1)$ 을 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

의/약학부 추가문제

※ [문제 7], [문제 8]은 자연계열 모집단위 중 의/약학부 지원자만 풀이하는 추가 문항입니다.

[문제 7] 예시 답안

타원의 접선 $y = mx \pm \sqrt{6m^2 + 3}$ 가 점 $P(t, 3)$ 을 지나면 $3 - mt = \pm \sqrt{6m^2 + 3}$ 이다. 양변을 제곱하여 정리해서 m 에 관한 이차방정식 $(t^2 - 6)m^2 - 6tm + 6 = 0$ 을 얻는다. 이 이차방정식의 두 근을 $m_1 = \tan \theta_1$, $m_2 = \tan \theta_2$ ($m_1 > m_2$)라 하면, 근과 계수의 관계에 의하여 $m_1 + m_2 = \frac{6t}{t^2 - 6}$ 과 $m_1 m_2 = \frac{6}{t^2 - 6}$ 이다. 점 P 를 지나는 두 접선이 이루는 예각이 $\theta_1 - \theta_2 = 45^\circ$ 이므로

$$1 = \tan^2(\theta_1 - \theta_2) = \left(\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right)^2 = \frac{(m_1 + m_2)^2 - 4m_1 m_2}{(1 + m_1 m_2)^2} \text{ 이다.}$$

$\frac{t^4}{(t^2 - 6)^2} = (1 + m_1 m_2)^2 = (m_1 + m_2)^2 - 4m_1 m_2 = \frac{12t^2 + 144}{(t^2 - 6)^2}$ 에서 $t^4 - 12t^2 - 144 = 0$ 이다. $t^2 \geq 0$ 이므로 $t^2 = 6 + 6\sqrt{5}$ 이다.

[문제 7] 채점 기준

- $m_1 + m_2 = \frac{6t}{t^2 - 6}$ 과 $m_1 m_2 = \frac{6}{t^2 - 6}$ 을 구하면 +5점
- $1 = \tan^2(\theta_1 - \theta_2) = \left(\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right)^2 = \frac{(m_1 + m_2)^2 - 4m_1 m_2}{(1 + m_1 m_2)^2}$ 을 구하면 +5점
- $t^2 = 6 + 6\sqrt{5}$ 을 구하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

의/약학부 추가문제

[문제 8] 예시 답안

원의 중심을 O 라 하면,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}) \\ &= \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} - (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OA} \\ &= \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} - (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OA} + 1\end{aligned}$$

두 벡터 $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 사이의 각을 $\theta (0 \leq \theta \leq \pi)$ 라 하면,

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|^2 &= (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \\ &= |\overrightarrow{OB}|^2 + |\overrightarrow{OC}|^2 + 2\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} \\ &= |\overrightarrow{OB}|^2 + |\overrightarrow{OC}|^2 + 2|\overrightarrow{OB}||\overrightarrow{OC}|\cos\theta \\ &= 1 + 1 + 2\cos\theta = 2 + 2\cos\theta = 4\cos^2\frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

따라서 $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 2\cos\frac{\theta}{2}$ 이다. 두 벡터 $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ 와 $\overrightarrow{OA}$ 사이의 각을 $\phi (0 \leq \phi \leq \pi)$ 라 하면,

$$(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OA} = |\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| |\overrightarrow{OA}| \cos\phi = 2\cos\frac{\theta}{2} \cos\phi \text{ 이고 } \cos\frac{\theta}{2} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} - (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OA} + 1 = \cos\theta - 2\cos\frac{\theta}{2} \cos\phi + 1 \text{ 이 최솟값을 가지려면}$$

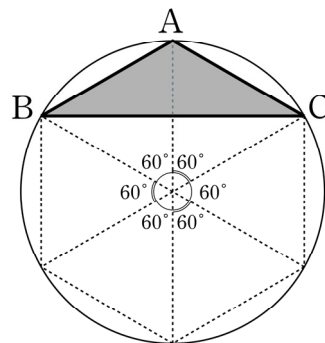
$\cos\phi = 1 (\phi = 0)$ 이어야 한다. $\phi = 0$ 이면, 내적 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 은

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \cos\theta - 2\cos\frac{\theta}{2} + 1 = 2\left(\cos^2\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\theta}{2}\right) \text{ 이고}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \left(\theta = \frac{2\pi}{3} \right) \text{ 일 때, 최솟값 } -\frac{1}{2} \text{ 을 갖는다.}$$

이때, 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$, $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$ 이고

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin(\angle BAC) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$



[문제 8] 채점 기준

- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} - (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OA} + 1$ 을 구하면 +5점
- $\cos\phi = 1 (\phi = 0)$ 을 구하면 +5점
- 내적의 최솟값 $-\frac{1}{2}$ 을 구하면 +3점
- 삼각형 ABC 의 넓이 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 을 구하면 +2점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

2027학년도 중앙대학교 논술가이드북 자연계열

2026학년도 수시모집 논술시험 기출문제 및 해설

1. 2026학년도 논술 기출문제(자연계열 I)	55
2. 2026학년도 논술 기출문제(자연계열 I) 해설	59
3. 2026학년도 논술 기출문제(자연계열 II)	68
4. 2026학년도 논술 기출문제(자연계열 II) 해설	72



2026학년도 논술 기출문제(자연계열 I)

수학

[문제 1] 다음 규칙에 따라 시행을 한다. 풀이와 함께 물음에 답하시오.

- 1학년 학생 1명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 2명, 4학년 학생 3명이 8개의 자리가 있는 원탁에 둘러앉는다.
- 2학년 학생끼리는 서로 이웃하지 않는다.
- 두 2학년 학생은 같은 학생과 서로 이웃하지 않는다.
- 1학년 학생은 3학년 학생과 서로 이웃하지 않는다.
- 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.

위 시행에서 1학년 학생이 2학년 학생과 서로 이웃할 확률을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 다음 식이 성립한다.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

- 함수 $f(x)$ 와 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 정의되어 있고 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하며 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이라고 한다. 한편, 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 아닐 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 불연속이라고 한다.

[문제 2-1] 모든 계수가 자연수인 삼차함수 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + k$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근 α 와 β 를 갖는다.

(나) $f(1) = 11$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 이 최대가 되는 자연수 m, n, k 를 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 모든 실수 x 에서 미분가능한 함수

$$f(x) = \begin{cases} 4\sin^3 x - 3\sin x & (x \geq 0) \\ \frac{3}{\pi^2}x^3 + ax & (x < 0) \end{cases} \quad (\text{단, } a \text{는 실수})$$

에 대하여 함수 $g(k)$ 는 $-\pi \leq x \leq \pi$ 에서 $f(x) = k$ (단, k 는 실수)의 서로 다른 실근의 개수라 정의하자.

실수 a 의 값을 구하고, 함수 $g(k)$ 가 불연속인 실수 k 의 값을 모두 구하시오. [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x = \int_a^b f(x) dx \quad (\text{단, } \Delta x = \frac{b-a}{n}, x_k = a + k\Delta x)$$

- 미분가능한 함수 $f(x)$ 에서 $f'(a) = 0$ 이고 $x = a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소이고 극솟값은 $f(a)$ 이다.
- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x)) g'(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(t) dt$$

- 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 미분가능할 때, 다음 식이 성립한다.

$$\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$$

[문제 3-1] 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \frac{\left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln(3n+k) - \left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln(2n+k) - \ln n}{\left(2 + \frac{k}{n}\right) \left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln\left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln\left(3 + \frac{k}{n}\right)}$ 을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위의 점 $O(0, 0)$, $P(x, 0)$, $A(t, \sqrt{3t})$, $B(t, -\sqrt{3t})$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 다음과 같다.

$$f(x) = \overline{PO} + \overline{PA} + \overline{PB}$$

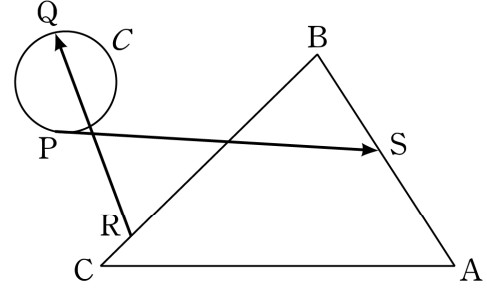
$f(x)$ 의 최솟값을 $m(t)$ 라 할 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 \ln(m(t)) dt = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 7 + d$ 이다. 유리수 a, b, c, d 를

구하시오. (단, $t > 0$ 이다.) [15점]

[문제 4] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 두 벡터 $\vec{u}, \vec{v}$ 의 크기와 방향이 같을 때, 두 벡터 $\vec{u}, \vec{v}$ 는 서로 같다고 하고 기호로 $\vec{u} = \vec{v}$ 와 같이 나타낸다.
- 두 벡터 $\vec{p}, \vec{q}$ 에 대하여 $\vec{p} = \overrightarrow{OP}, \vec{q} = \overrightarrow{OQ}$ 라고 하면 $\vec{p} - \vec{q} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{QP}$ 이다.
- 중심이 $C(a, b, c)$ 이고 반지름의 길이가 r 인 구의 방정식은 $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$ 이다.

[문제 4-1] 그림과 같이 한 점 O 와 반지름의 길이가 1인 원 C 와 $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 6, \overline{CA} = 7$ 인 삼각형 ABC 가 한 평면 위에 있다. 두 점 P, Q 가 원 C 위를 움직이고 두 점 R, S 가 삼각형 ABC 의 변 위를 움직인다. 같은 평면 위의 점 X 가 $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RQ}$ 를 만족시킬 때, 점 X 가 존재하는 영역의 넓이를 구하시오. [15점]



• O

[문제 4-2] 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 100$ 과 점 $T\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}, \frac{14\sqrt{5}}{3}, \frac{5\sqrt{5}}{3}\right)$ 가 있다. 점 T 를 지나는 직선이 z 좌표가 0 이하인 점 P 에서 구 S 에 접한다. 점 P 가 나타내는 도형의 길이를 구하시오. [15점]

2026학년도 논술 기출문제(자연계열 I) 해설

1. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시 답안

(1) 1학년 학생이 1명이므로, 1학년 학생을 기준으로 나머지 학생들의 위치를 고정할 수 있다. 1학년 학생의 시계방향으로 나머지 학생들의 위치를 1, ..., 7이라 하자.

(2) 2학년 학생 2명의 위치를 각각 i, j ($i < j$)라 하자. 2번째, 3번째 조건을 더하면 2학년 학생의 사이 양쪽에 2명 이상의 학생이 있도록 하는 것과 같다. 이를 만족하는 i, j 의 조건은 다음과 같다.

$$i+2 < j, \quad j+2 < 8+i \text{ 또는}$$

$$i+2 < j < i+6$$

(3) 위 조건을 만족하는 (i, j) 쌍은 다음과 같다.

$$i=1: \quad j=4, 5, 6$$

$$i=2: \quad j=5, 6, 7$$

$$i=3: \quad j=6, 7$$

$$i=4: \quad j=7$$

(4) (i, j) 쌍 중에서 1명 이상의 2학년 학생이 1학년 학생과 이웃하는 경우는 1 또는 7이 포함된 경우로 6가지이며, 2학년 학생 2명의 자리를 바꾸는 경우의 수는 2가지이다. 이때 항상 1명의 2학년 학생이 1학년 학생과 이웃한다. 1학년 학생 옆의 남은 한 자리에 4학년 학생이 들어가야 하므로 4학년 학생 중 1명을 선택하는 경우의 수는 3가지이며, 남은 4학년 학생 2명과 3학년 학생 2명을 남은 자리에 배치하면 된다. 이 경우의 수는 $6 \times 2 \times 3 \times 4! = 864$ 가지이다.

(5) (i, j) 쌍 중에서 2학년 학생이 1학년 학생과 이웃하지 않는 경우는 남은 3가지이며, 2학년 학생 2명의 자리를 바꾸는 경우의 수는 2가지이다. 이때 1학년 학생 옆의 두 자리에 모두 4학년 학생이 들어가야 하므로 4학년 학생 중 2명을 선택하는 경우의 수는 ${}_3P_2 = 6$ 가지이며, 남은 4학년 학생 1명과 3학년 학생 2명을 남은 자리에 배치하면 된다. 이 경우의 수는 $3 \times 2 \times 6 \times 3! = 216$ 가지이다.

(6) 최종적으로, 구하는 확률은 $\frac{864}{864+216} = \frac{864}{1080} = \frac{4}{5}$ 이다.

[문제 1] 별해

(1) (4)–(5)를 다음과 같이 1, 7번 자리 학생의 학년을 기준으로 3가지 경우로 나눌 수 있다.

A : 1–2학년, 7–4학년

B : 1–4학년, 7–2학년

C : 1–4학년, 7–4학년

(2) A 는 $i = 1$ 인 경우이므로 두 2학년 학생이 앉는 경우의 수는 $2 \times 3 = 6$ 가지이다. 이때 7번 자리에 앉을 4학년 학생을 선택하는 경우의 수는 3가지이다. 남은 3학년 학생 2명과 4학년 학생 2명이 앉는 경우의 수는 $4! = 24$ 가지이므로 A 의 경우의 수는 $6 \times 3 \times 24 = 432$ 가지이다.

(3) B 는 $j = 7$ 인 경우이므로 두 2학년 학생이 앉는 경우의 수는 $2 \times 3 = 6$ 가지이다. 이때 1번 자리에 앉을 4학년 학생을 선택하는 경우의 수는 3가지이다. 남은 3학년 학생 2명과 4학년 학생 2명이 앉는 경우의 수는 $4! = 24$ 가지이므로 B 의 경우의 수는 432 가지이다.

(4) C 는 $i \neq 1, j \neq 7$ 인 경우이므로 두 2학년 학생이 앉는 경우의 수는 $3 \times 2! = 6$ 가지이다. 이때 4학년 학생 3명 중 2명이 1학년 학생 옆에 앉는 경우의 수는 ${}_3P_2 = 6$ 가지이며, 남은 3학년 학생 2명과 4학년 학생 1명이 앉는 경우의 수는 $3! = 6$ 가지이므로 C 의 경우의 수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$ 가지이다.

(5) A, B, C 는 서로 배반사건이다. 따라서 최종 확률은

$$P(A \cup B) = \frac{n(A) + n(B)}{n(A) + n(B) + n(C)} = \frac{432 + 432}{432 + 432 + 216} = \frac{4}{5}$$

이다.

[문제 1] 채점 기준

- 2학년 학생이 앉을 수 있는 전체 경우의 수를 정확히 계산하면 **+6점**
– 다른 방법으로 풀었을 경우, 아래 값들이 정확하면 점수에 합산
- 2학년 학생이 1학년 학생과 이웃하는 경우의 수를 정확히 계산하면 **+6점**
- 2학년 학생이 1학년 학생과 이웃하지 않는 경우의 수를 정확히 계산하면 **+6점**
- 최종 확률을 정확히 계산하면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-1] 예시 답안

주어진 $f(x)$ 를 미분하면 $f'(x) = 3x^2 + 2mx + n$ 이다.

$f'(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은

$D/4 = m^2 - 3n > 0$ 이고, 근과 계수의 관계에서 $\alpha + \beta = -\frac{2m}{3}$, $\alpha\beta = \frac{n}{3}$ 이다.

$f(1) = 11$ 이므로, $m + n + k = 10$ 이며, m, n, k 는 자연수이므로, $1 \leq m, n, k \leq 8$ 이고, $m + n \leq 9$ 이다.

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{2m}{n}$ 이 최대가 되기 위해서는 n 은 크고 m 은 작아야 한다.

$m^2 - 3n > 0$, $m + n \leq 9$ 를 만족하는 m, n 은

(1) $m = 1$ 일 때, n 은 없다. (2) $m = 2$ 일 때, $n = 1$ (3) $m = 3$ 일 때, $n = 1, 2$

(4) $m = 4$ 일 때, $n = 1, 2, \dots, 5$ (5) $m = 5$ 일 때, $n = 1, \dots, 4$

(6) $m = 6$ 일 때, $n = 1, 2, 3$ (7) $m = 7$ 일 때, $n = 1, 2$ (8) $m = 8$ 일 때, $n = 1$

이 중 $m = 4$, $n = 5$ 일 때, $-\frac{2m}{n} = -\frac{8}{5}$ 이 최대이다. 이때, $k = 1$ 이다.

따라서, $f(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 1$ 이다.

[문제 2-1] 채점 기준

- $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{2m}{n}$ 를 얻으면 **+4점**
- m, n 을 판별식 등을 이용하여 (1)에서 (8)까지 경우를 나누거나 혹은 조건을 정확히 이용하여 경우를 줄이면 **+4점**
- 모든 계산을 정확히 계산하여 $m = 4$, $n = 5$, $k = 1$ 을 얻으면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시 답안

$$x > 0 \text{ 일 때, } f'(x) = 3\cos x(4\sin^2 x - 1)$$

$$x < 0 \text{ 일 때, } f'(x) = \frac{9}{\pi^2}x^2 + a$$

$$f(x) \text{가 } x=0 \text{에서 미분가능하므로, } \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(h)-f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{f(h)-f(0)}{h} \text{ 이다.}$$

따라서, $a = -3$ 이다.

$$(i) -\pi \leq x < 0 \text{에서 } f(x) = \frac{3}{\pi^2}x(x^2 - \pi^2) \text{ 이므로 } f(-\pi) = 0$$

$$f'(x) = \frac{9}{\pi^2}x^2 - 3 \text{ 이므로 } f'\left(-\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right) = 0 \text{ 이고 부호변화를 고려하면 극댓값 } f\left(-\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$$

$$(ii) 0 \leq x \leq \pi \text{에서 } f(x) = \sin x(4\sin^2 x - 3) \text{이므로, } f(0) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = f(\pi) = 0$$

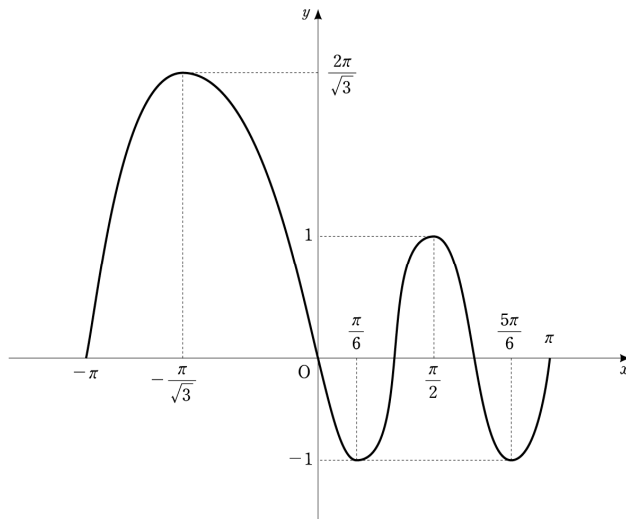
$$f'(x) = 3\cos x(4\sin^2 x - 1) \text{이므로, } f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = f'\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 0$$

이를 이용한 증가와 감소를 나타낸 표는 다음과 같다.

x	$-\pi$	...	$-\frac{\pi}{\sqrt{3}}$	...	0	...	$\frac{\pi}{6}$	...	$\frac{\pi}{3}$	...	$\frac{\pi}{2}$	...	$\frac{2\pi}{3}$	...	$\frac{5\pi}{6}$	...	π
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+		+	0	-		-	0	+	
$f(x)$	0	↗	$\frac{2}{\sqrt{3}}\pi$	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	1	↘	0	↘	-1	↗	0

부호 변화를 고려한 극솟값은 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -1$, 극댓값은 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 이다.

이를 그래프로 그리면



위 그래프의 개형으로부터 불연속인 k 는 다음과 같다.

$$\lim_{k \rightarrow -1-0} g(k) = 0, \quad \lim_{k \rightarrow -1+0} g(k) = 4, \quad g(-1) = 2 \text{ 이므로 } k = -1 \text{에서 불연속}$$

$$\lim_{k \rightarrow 0-} g(k) = \lim_{k \rightarrow 0+} g(k) = 4, \quad g(0) = 5 \text{이므로, } k = 0 \text{에서 불연속}$$

$\lim_{k \rightarrow 1-0} g(k) = 4, \lim_{k \rightarrow 1+0} g(k) = 2, g(1) = 3$ 이므로, $k = 1$ 에서 불연속

$\lim_{k \rightarrow \frac{2\pi}{\sqrt{3}}-0} g(k) = 2, \lim_{k \rightarrow \frac{2\pi}{\sqrt{3}}+0} g(k) = 0, g\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) = 1$ 이므로, $k = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ 에서 불연속

그러므로, 불연속인 k 는 $-1, 0, 1, \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\pi$ 이다.

[문제 2-2] 채점 기준

- $a = -3$ 을 구하면 **+3점**
- 증가와 감소 표 혹은 그래프 개형 혹은 극점과 극값을 바르게 구하면 **+7점**
- 불연속인 $k = -1, 0, 1, \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\pi$ 를 바르게 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시 답안

$$\begin{aligned}
& \left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln(3n+k) - \left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln(2n+k) - \ln n \\
&= \left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln n \left(3 + \frac{k}{n}\right) - \left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln n \left(2 + \frac{k}{n}\right) - \ln n \\
&= \left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln \left(3 + \frac{k}{n}\right) - \left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln \left(2 + \frac{k}{n}\right) + \left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln n - \left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln n - \ln n \\
&= \left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln \left(3 + \frac{k}{n}\right) - \left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln \left(2 + \frac{k}{n}\right)
\end{aligned}$$

이므로 주어진 극한값을 다음 정적분이다.

$$\begin{aligned}
& \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \frac{\left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln \left(3 + \frac{k}{n}\right) - \left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln \left(2 + \frac{k}{n}\right)}{\left(2 + \frac{k}{n}\right) \left(3 + \frac{k}{n}\right) \ln \left(2 + \frac{k}{n}\right) \ln \left(3 + \frac{k}{n}\right)} \\
&= \int_0^1 \frac{(3+x) \ln(3+x) - (2+x) \ln(2+x)}{(2+x)(3+x) \ln(2+x) \ln(3+x)} dx \\
&= \int_0^1 \frac{1}{(2+x) \ln(2+x)} dx - \int_0^1 \frac{1}{(3+x) \ln(3+x)} dx
\end{aligned}$$

$y = \ln(2+x)$, $y = \ln(3+x)$ 로 치환적분하여 정리하면 다음과 같다.

$$2 \ln(\ln 3) - \ln(\ln 2) - \ln(\ln 4) \text{ 또는 } 2 \ln(\ln 3) - 2 \ln(\ln 2) - \ln 2 \text{ 또는 } \ln \left(\frac{(\ln 3)^2}{2(\ln 2)^2} \right)$$

[문제 3-1] 채점 기준

- 정적분을 쓸 수 있도록 분자를 변형하면 **+4점**
- 맞는 정적분 형태로 쓰면 **+2점**
- $2 \ln(\ln 3) - \ln(\ln 2) - \ln(\ln 4)$ 구하면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시 답안

$f(x) = |x| + 2\sqrt{(x-t)^2 + 3t}$ 이고 최솟값을 구하는 문제이므로 $x \geq 0$ 만 고려해도 충분하다.

$f'(x) = 1 + \frac{2(x-t)}{\sqrt{(x-t)^2 + 3t}}$ 이고 $x \geq t$ 이면 $f'(x) \geq 0$ 이므로 구간 $0 \leq x \leq t$ 에서 생각해도 충분하다.

$f'(x) = 0$ 에서 $x = t - \sqrt{t}$ 이 나온다.

$0 \leq t \leq 1$ 이면 $t - \sqrt{t} \leq 0$ 이므로 $x = 0$ 에서 최솟값을 갖고 $m(t) = 2\sqrt{t^2 + 3t}$ 이다.

$t \geq 1$ 이면 $0 \leq t - \sqrt{t} \leq t$ 이므로 $x = t - \sqrt{t}$ 에서 최솟값을 갖고 $m(t) = t + 3\sqrt{t}$ 이다.

구하는 적분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\frac{1}{2}}^4 \ln(m(t)) dt &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \ln(2\sqrt{t^2 + 3t}) dt + \int_1^4 \ln(t + 3\sqrt{t}) dt \\ \int_{\frac{1}{2}}^1 \ln(2\sqrt{t^2 + 3t}) dt &= \frac{1}{2} \ln 2 + \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{2} \ln(t^2 + 3t) dt \\ &= \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 (\ln t + \ln(t+3)) dt = \frac{13}{2} \ln 2 - \frac{7}{4} \ln 7 - \frac{1}{2} \text{ 이고} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_1^4 \ln(t + 3\sqrt{t}) dt &= [t \ln(t + 3\sqrt{t})]_1^4 - \int_1^4 t \frac{1 + \frac{3}{2} t^{-\frac{1}{2}}}{t + 3\sqrt{t}} dt \\ &= [t \ln(t + 3\sqrt{t})]_1^4 - \int_1^4 \frac{\sqrt{t} + \frac{3}{2}}{\sqrt{t} + 3} dt \\ &= 20 \ln 2 - 5 \ln 5 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

두 값을 더하면 $\frac{53}{2} \ln 2 - 5 \ln 5 - \frac{7}{4} \ln 7 - \frac{1}{2}$ 이고 $a = \frac{53}{2}$, $b = -5$, $c = -\frac{7}{4}$, $d = -\frac{1}{2}$ 이다.

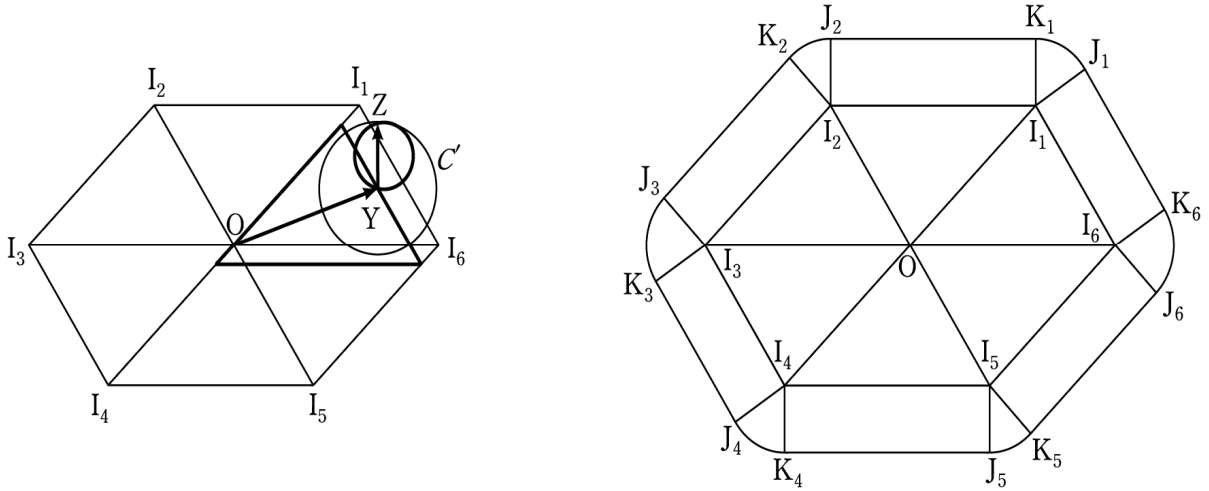
[문제 3-2] 채점 기준

- $f(x) = |x| + 2\sqrt{(x-t)^2 + 3t}$ 구하면 +3점
- $0 \leq t \leq 1$ 에서 $m(t) = 2\sqrt{t^2 + 3t}$ 구하면 +3점
- $t \geq 1$ 에서 $m(t) = t + 3\sqrt{t}$ 구하면 +3점
- $\frac{13}{2} \ln 2 - \frac{7}{4} \ln 7 - \frac{1}{2}$ 구하면 +3점
- $20 \ln 2 - 5 \ln 5$ 구하면 +3점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-1] 예시 답안



$$\overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PQ}$$

점 O 를 한 꼭짓점으로 갖고 삼각형 ABC 와 합동인 삼각형 6개를 그림과 같이 맞물리게 이어 붙여, 두 직선 AB 와 I_6I_1 이 평행하도록, 육각형 $I_1I_2I_3I_4I_5I_6$ 을 만들자. $\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{RS}$ 가 되도록 이 육각형의 변 또는 그 내부에서 점 Y 를 잡을 수 있고, 역으로 이 육각형의 변 또는 그 내부의 임의의 점 Y 에 대하여 $\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{RS}$ 를 만족시키도록 두 점 R, S 를 삼각형 ABC 의 변 위에서 잡을 수 있다. 육각형 $I_1I_2I_3I_4I_5I_6$ 의 변 또는 그 내부의 점 Y 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2 인 원 C' 을 생각하자. $\overrightarrow{YZ} = \overrightarrow{PQ}$ 가 되도록 원 C' 과 그 내부에서 점 Z 를 잡을 수 있고, 역으로 원 C' 과 그 내부의 임의의 점 Z 에 대하여 $\overrightarrow{YZ} = \overrightarrow{PQ}$ 를 만족시키도록 두 점 P, Q 를 원 C' 위에서 잡을 수 있다.

$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OY} + \overrightarrow{YZ} = \overrightarrow{OZ}$ 이므로 점 X 가 존재하는 영역은, 6개의 직사각형 $I_iK_iJ_{i+1}I_{i+1}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) 과 6개의 부채꼴 $I_iJ_iK_i$ 를 육각형 $I_1I_2I_3I_4I_5I_6$ 의 둘레에 그림과 같이 이어 붙여 얻은 영역이다. 여기서 $I_7 = I_1$, $J_7 = J_1$ 로 간주하고 $\overline{I_iJ_i} = 2$ 이다. 6개의 직사각형의 넓이의 합은 $2 \times 2 \times (5 + 6 + 7) = 72$ 이다.

삼각형 ABC 에서 코사인법칙에 의해 $\cos \angle ABC = \frac{1}{5}$ 이어서 $\sin \angle ABC = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ 이고 $\triangle ABC = 6\sqrt{6}$ 이다.

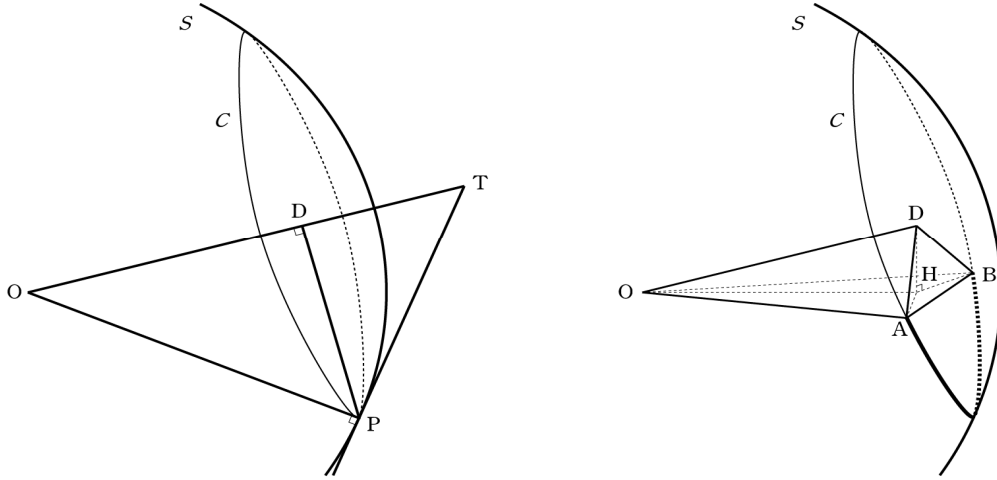
따라서 육각형 $I_1I_2I_3I_4I_5I_6$ 의 넓이는 $36\sqrt{6}$ 이다. 6개의 부채꼴의 중심각의 합은 2π 이므로 그 넓이의 합은 4π 이다. 따라서 점 X 가 존재하는 영역의 넓이는 $72 + 36\sqrt{6} + 4\pi$ 이다.

[문제 4-1] 채점 기준

- $\overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PQ}$ 를 찾으면 +2점
- $\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{RS}$ 를 만족시키는 점 Y 가 육각형 $I_1I_2I_3I_4I_5I_6$ 의 변 또는 그 내부의 임의의 점인 것을 진술하면 +5점
- $\overrightarrow{YZ} = \overrightarrow{PQ}$ 를 만족시키는 점 Z 가 원 C' 과 그 내부의 임의의 점인 것을 진술하면 +3점
- 점 X 가 존재하는 영역의 넓이 $72 + 36\sqrt{6} + 4\pi$ 를 구하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시 답안

구 S 의 중심을 O 라 하면 $\overline{OT} = 5\sqrt{5}$ 이고 $\overline{PT} = \sqrt{\overline{OT}^2 - \overline{OP}^2} = 5$ 이다. (그림과 같이 구 S 는 평면 OPT 와 원에서 만나고 직선 PT 는 점 P 에서 이 원에 접한다.) 점 P 에서 직선 OT 에 내린 수선의 발을 D 라 하면 $50 = 2 \times \triangle OPT = \overline{OT} \times \overline{DP}$ 에서 $\overline{DP} = 2\sqrt{5}$ 를 얻는다. 따라서 점 P 는, 직선 OT 에 수직이고 중심이 점 D 이고 반지름이 $2\sqrt{5}$ 인 원 C 위에 있다. 원 C 가 xy 평면과 만나는 두 점을 A, B 라 하면, 점 P 가 나타내는 도형은, 선분 AB 를 포함하는 부채꼴 ADB 의 호 AB 이다.

두 삼각형 OPT 와 ODP 는 닮았으므로 $\overline{OP} : \overline{PT} = \overline{OD} : \overline{DP}$ 에서 $\overline{OD} = 4\sqrt{5}$ 를 얻는다. 점 D 는 선분 OT 를 $4:1$ 로 내분하므로 그 좌표는 $\left(\frac{8\sqrt{5}}{15}, \frac{56\sqrt{5}}{15}, \frac{4\sqrt{5}}{3}\right)$ 이다. 점 D 에서 xy 평면에 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$\overline{DH} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 이므로 $\overline{OH} = \sqrt{\overline{OD}^2 - \overline{DH}^2} = \frac{8\sqrt{10}}{3}$ 이다. 선분 AB 의 중점을 I 라 하면, 닮은 두 직각삼각형 ODH 와 OIH 에서 $\overline{OH} : \overline{DH} = \overline{OI} : \overline{IH}$ 이므로 $\overline{IH} = \sqrt{10}$ 이고, 두 직각삼각형 AID 와 BID 에서

$\cos \angle ADI = \cos \angle BDI = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이다. 따라서 $\angle ADB = \angle ADI + \angle BDI = \frac{\pi}{2}$ 이고 호 AB 의 길이 l 은

$l = \overline{AD} \times \frac{\pi}{2} = \sqrt{5}\pi$ 이다.

[문제 4-2] 채점 기준

- 원 C 의 반지름 $2\sqrt{5}$ 을 구하면 **+4점**
- $\overline{OD} = 4\sqrt{5}$ 를 구하면 **+3점**
- $\overline{DH} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \left(= \frac{20}{3\sqrt{5}}\right)$ 를 구하면 **+3점**
- 호 AB 의 길이 $\sqrt{5}\pi$ 를 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

2026학년도 논술 기출문제(자연계열Ⅱ)

수학

[문제 1] 다음 규칙에 따라 시행을 한다. 풀이와 함께 물음에 답하시오.

- 남학생 2명과 여학생 2명이 두 번의 테스트로 구성된 프로그램에 참여한다.
- 각 테스트가 시작할 때, 남학생 1명과 여학생 1명을 임의로 짝지어 두 개의 팀을 구성하여 테스트에 각각 참여한다.
- 팀은 테스트마다 다시 구성한다.
- 어떤 두 학생이 처음으로 팀이 되었을 때, 그 팀이 테스트를 통과할 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.
- 어떤 두 학생이 두 번 연속으로 같은 팀이 되었을 때, 첫 번째 테스트를 통과했다면 두 번째 테스트를 통과할 확률은 $\frac{3}{4}$ 이다. 그러나 첫 번째 테스트를 통과하지 못했다면 두 번째 테스트를 통과할 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.
- 두 번의 테스트 동안 어떤 학생이 속한 팀이 한 번 이상 테스트를 통과하면 그 학생은 프로그램에 합격한 것으로 한다.

위 시행에서 4명의 학생 모두 프로그램에 합격할 확률을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 의 도함수 $g'(t)$ 가 $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$ 일 때 α, β 를 포함하는 구간에서 연속이면 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t)dt$$

- 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

- 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 미분가능하고, $f'(x), g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

[문제 2-1] 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3(a_n + 2) & (a_n \text{ 을 } 3 \text{으로 나눈 나머지가 } 1 \text{인 경우}) \\ 3(a_n + 1) & (a_n \text{ 을 } 3 \text{으로 나눈 나머지가 } 2 \text{인 경우}) \\ \frac{1}{3}a_n & (a_n \text{ 이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. 집합 $A = \{a_n \mid n \text{ 은 자연수}\}$ 의 원소의 개수가 5가 되도록 하는 a_1 을 모두 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x u f'(x-u)du = -xe^{-x} + x^2 + ax \quad (\text{단, } a \text{ 는 실수})$$

를 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 할 때, $\int_{\ln 2}^{\ln 4} g(t)dt = 4\ln 2 - \frac{1}{2}(\ln 2)^2$ 이다. 실수 a 의 값과 $g(t)$ 의 극댓값과 극솟값을 구하시오. [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 의 도함수 $g'(t)$ 가 $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$ 일 때 α, β 를 포함하는 구간에서 연속이면 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t)dt$$

- 미분가능한 함수 $f(x)$ 에서 $f'(a) = 0$ 이고 $x = a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극대이고 극댓값은 $f(a)$ 이다.

[문제 3-1] 두 곡선 $y = \frac{3e^{2x} - 6}{e^{2x} + 3e^x + 2}$ 과 $y = e^x - \frac{3}{2}$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [10점]

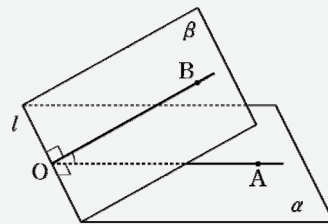
[문제 3-2] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle BAC \leq \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 가 반지름의 길이가 1 인 원에 내접한다. $\overline{BC} = 2x$ 라

할 때 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \overline{BC}^4 + \frac{15}{4}(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2)$ 으로 정의하자. $f(x)$ 의 최댓값을 구하시오. [15점]

[문제 4] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

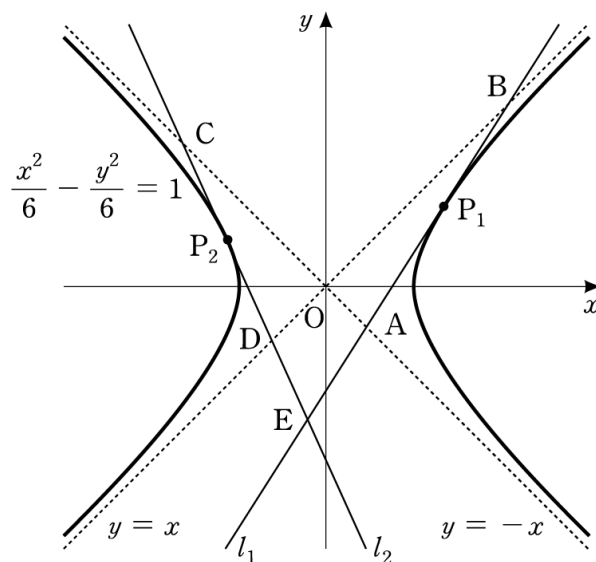
- 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식은 $\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = 1$ 이다.

- 오른쪽 그림과 같이 직선 l 을 공유하는 두 반평면 α, β 로 이루어진 도형을 이면각이라고 한다. 직선 l 위의 한 점 O 를 지나고 l 에 수직인 두 반직선 OA, OB 를 각각 반평면 α, β 위에 그을 때, $\angle AOB$ 의 크기는 점 O 의 위치에 관계없이 일정하다. 이때 이 각의 크기를 이면각의 크기라고 한다.



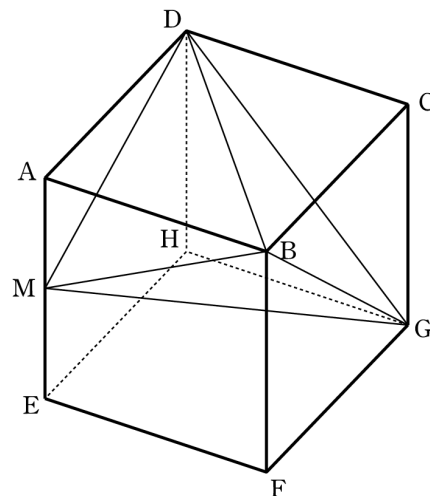
[문제 4-1] 오른쪽 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{6} = 1$ 위의

제1사분면에 있는 점 P_1 에서의 접선 l_1 이 두 직선 $y = -x, y = x$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 쌍곡선 위의 제2사분면에 있는 점 P_2 에서의 접선 l_2 가 두 직선 $y = -x, y = x$ 와 만나는 점을 각각 C, D 라 하고, 두 접선 l_1 과 l_2 의 교점을 E 라 하자. $\overline{OA} : \overline{OD} = 2 : 3$ 이고 삼각형 ADE의 넓이가 4 일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [15점]



[문제 4-2] 오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 2인 정육면체

$ABCD-EFGH$ 에서 변 AE의 중점을 M이라 하자. 삼각형 BMG의 넓이를 S , 사면체 BDMG의 부피를 V , 두 평면 DMB와 DMG가 이루는 예각을 α 라 할 때, $SV \sin \alpha$ 를 구하시오. [15점]



2026학년도 논술 기출문제(자연계열Ⅱ) 해설

1. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시 답안

(1) 두 테스트에서 팀이 바뀌지 않는 사건을 A 라 하고, 4명의 학생 모두 프로그램에 합격하는 사건을 B 라 하자. 남학생을 각각 $\neg$, $\neg$, 여학생을 각각 a, b 라 하자.

(2) 팀이 고정되는 경우는

$$(\neg - a, \neg - b) \rightarrow (\neg - a, \neg - b),$$

$$(\neg - b, \neg - a) \rightarrow (\neg - b, \neg - a)$$

의 두 가지이고, 팀이 바뀌는 경우는

$$(\neg - a, \neg - b) \rightarrow (\neg - b, \neg - a),$$

$$(\neg - b, \neg - a) \rightarrow (\neg - a, \neg - b)$$

의 두 가지이다. 따라서 $P(A) = P(A^c) = \frac{1}{2}$ 이다.

(3) A 의 경우 B 의 조건부확률 $P(B | A)$ 는 다음과 같이 구한다.

- 첫 번째 테스트에서 두 팀이 모두 통과할 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 이다. 이 경우 두 번째 테스트의 통과 여부와 관계없이

항상 4명 모두 합격이므로, 합격 확률 역시 $\frac{1}{4}$ 이다.

- 첫 번째 테스트에서 두 팀 중 한 팀만 통과할 확률은 $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ 이다. 이 경우 첫 번째 테스트를 통과한 팀은

항상 합격이며, 첫 번째 테스트를 실패한 팀이 합격할 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다. 따라서 모두 합격할 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ 이다.

- 첫 번째 테스트에서 두 팀 모두 실패할 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 이다. 이 경우 두 팀 모두 두 번째 테스트를 통과할 확률은

$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ 이다. 따라서 모두 합격할 확률은 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{64}$ 이다.

- 종합하면, $P(B | A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} = \frac{25}{64}$ 이다.

(4) A^c 의 경우 B 의 조건부확률 $P(B | A^c)$ 는 다음과 같이 구한다.

- 첫 번째 테스트에서 두 팀이 모두 통과했을 경우, 두 번째 테스트의 통과 여부와 관계없이 항상 4명이 모두 합격이므로 합격 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

- 첫 번째 테스트에서 두 팀 중 한 팀만 통과했을 경우, 두 팀 모두 두 번째 테스트를 통과해야 한다. 예를 들어 첫 번째 테스트에서 $\neg - a$ 팀이 통과하고 $\neg - b$ 팀이 실패했다고 하자. 두 번째 테스트에서 $\neg - b$ 팀만 통과한다면 $\neg$ 은 탈락이며, $\neg - a$ 팀만 통과한다면 b 는 탈락이다. 두 팀 모두 두 번째 테스트를 통과할 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 이므로,

모두 합격할 확률은 $2 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ 이다.

- 첫 번째 테스트에서 모두 실패했을 경우, 두 팀 모두 두 번째 테스트를 통과해야 한다. 이 확률은 $\frac{1}{4}$ 이므로, 모두

합격할 확률은 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ 이다.

- 종합하면, $P(B | A^c) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$ 이다.

(5) 최종적으로, 구하는 확률은

$$P(B) = P(A)P(B | A) + P(A^c)P(B | A^c) = \frac{1}{2} \times \frac{25}{64} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{16} = \frac{53}{128}$$

이다.

[문제 1] 별해

(1) 팀이 고정되었을 경우 두 팀이 각각 한 번 이상 통과하면 전원 합격이다.

- 각 팀이 한 번 이상 통과할 확률은 첫 번째 테스트를 통과하거나 첫 번째 테스트는 실패하고 두 번째 테스트를 통과할

확률과 같으므로 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$ 이다.

- 각 팀의 통과 여부는 서로 독립이므로, $P(B | A) = \left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64}$ 이다.

(2) 팀이 바뀌었을 경우 4개 테스트의 통과 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이고 통과 여부는 모두 독립이다.

- 4개의 테스트를 모두 통과했다면 전원 합격이다. 이때 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ 이다.

- 3개의 테스트를 통과하고 1개는 실패했을 때 역시 어떤 테스트를 통과했는지에 관계없이 전원 합격이다. 이때 확률은

${}_4C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4}$ 이다.

- 2개의 테스트를 통과하고 2개는 실패했을 때, 첫 번째 테스트를 2개 통과하거나 두 번째 테스트를 2개 통과해야 한다. 첫 번째 테스트를 1개, 두 번째 테스트를 1개 통과했을 경우 항상 한 명의 탈락자가 발생한다. 이때 확률은

$2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$ 이다.

- 1개 이하의 테스트를 통과했을 때는 전원이 합격할 수 없다.

- 종합하면, $P(B | A^c) = \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{16}$ 이다.

[문제 1] 채점 기준

- $P(A)$ 를 정확히 계산하면 +4점
- $P(B | A)$ 를 정확히 계산하면 +6점
 - 예시 답안대로 풀었을 경우, 각 경우의 확률을 정확히 계산하면 +2점
- $P(B | A^c)$ 를 정확히 계산하면 +6점
 - 예시 답안대로 풀었을 경우, 각 경우의 확률을 정확히 계산하면 +2점
- $P(B)$ 를 정확히 계산하면 +4점

[문제 2-1] 예시 답안

집합 A 의 원소의 개수가 5이므로 $\{a_n\}$ 의 어느 항 이후 수열의 항들이 반복되어야 하고 반복되는 서로 다른 수는 많아야 5개이다.

$n(A) = 5$ 를 만족하는 수열의 어느 항 이후 반복될 부분 5개를 생각해보자.

$$\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \delta \rightarrow \eta \quad (a_m = \alpha, a_{m+1} = \beta, a_{m+2} = \gamma, a_{m+3} = \delta, a_{m+4} = \eta)$$

모든 수가 3의 배수이면 계속 감소하므로 적어도 하나는 3의 배수가 아니고 α 가 3의 배수가 아니라고 가정해도 무방하다.

$$\alpha = 3k+1 \text{ 또는 } 3k+2 \quad (k \text{는 } 0 \text{이상인 정수}) \text{라면 } \beta = 9(k+1), \gamma = 3(k+1), \delta = k+1 \text{이고, } \eta = \frac{1}{3}(k+1)$$

$(k+1)$ 이 3의 배수인 경우) 또는 $\eta = 3(k+2)$ (k 가 3으로 나누었을 때 나머지가 1인 경우) 또는 $\eta = 3(k+3)$ (k 가 3의 배수인 경우)이다.

(i) $\beta = \alpha$ 인 경우는 수열의 정의에서 가능하지 않다.

(ii) $\gamma = \alpha$ 인 경우는 $3(k+1) = 3k+1$ 또는 $3(k+1) = 3k+2$ 인데 이를 만족하는 정수 k 는 없다.

(iii) α, β, γ 가 다른 수이고 $\delta = \alpha$ 인 경우는 $k+1 = 3k+1$ 또는 $k+1 = 3k+2$ 인데 이를 만족하는 $k = 0, \alpha = 1$ 이다. 그러므로, $1 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow \dots$ 처럼 반복가능하다.

(iv) $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 가 다른 수이고 $\eta = \alpha$ 인 경우는 $3k+1 = \frac{1}{3}(k+1)$ 또는 $3(k+2)$ 또는 $3(k+3)$ 이거나

$$3k+2 = \frac{1}{3}(k+1) \text{ 또는 } 3(k+2) \text{ 또는 } 3(k+3) \text{ 인데 이를 만족하는 양의 정수 } k \text{는 존재하지 않는다.}$$

(v) $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ 가 모두 다른 수이고 η 다음에 α 가 오는 경우

$$(\eta, \alpha) = \left(\frac{1}{3}(k+1), \frac{1}{9}(k+1)\right), \left(\frac{1}{3}(k+1), k+4\right), \left(\frac{1}{3}(k+1), k+7\right), (3(k+2), k+2), (3(k+3), k+3)$$

인데, (앞의 3경우는 k 가 3으로 나누었을 때, 나머지가 2인 경우, 뒤의 두 경우는 각각 k 가 3으로 나누었을 때 나머지가 1인 경우와 3의 배수인 경우) $\alpha \neq 1$ 이면서 가능한 k 는 존재하지 않는다.

따라서, $n(A) = 5$ 인 경우는 a_1, a_2 가 9, 3, 1과 다른 자연수로 a_3 이후 9, 3, 1이 반복되는 경우이다.

$a_3 = 1, 3$ 이 되는 경우 a_2 는 각각 3, 9만 가능한데 이는 다른 수가 아니므로, 가능한 경우는 $a_3 = 9$ 뿐이다.

$a_3 = 9$ 인 경우 $a_2 = 1, 2, 27$ 이 가능하고 이 중 1이 아닌 경우는 2, 27이다.

• $a_2 = 2$ 인 경우 $a_1 = 6$

• $a_2 = 27$ 인 경우 $\frac{1}{3}a_1 = 27$ 혹은 $3(a_1+1) = 27$ 혹은 $3(a_1+2) = 27$ 이므로, $a_1 = 81, 8, 7$

그러므로, 가능한 $a_1 = 6, 7, 8, 81$ 이다.

[문제 2-1] 채점 기준

- $9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow$ 과 같이 9, 3, 1이 반복되는 것을 찾으면 **+4점**
- 1, 3, 9를 제외하고 반복되는 다른 경우가 없음을 보이면 **+3점**
- $a_1 = 6, 7, 8, 81$ 를 얻으면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-1] 별해

집합 A 의 원소의 개수가 5이므로 $\{a_n\}$ 의 어떤 특정한 항들이 반복되어야 한다.

(i) 서로 다른 2개의 수가 반복되는 경우

반복되는 다른 두 수를 α, β 라 하면 $\dots \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \rightarrow \dots$ 이고 두 수 중 하나는 3의 배수이고 다른 하나는 3의 배수가 아니어야 한다. α 가 3의 배수가 아니라고 가정해도 무방하므로, $\alpha = 3k+1$ 또는 $3k+2$ (k 는 0이상인 정수)라면 $\beta = 9(k+1)$, $\alpha = 3(k+1)$ 로 이를 만족하는 k 는 존재하지 않는다.

(ii) 서로 다른 3개의 수가 반복되는 경우

반복되는 다른 세 수를 α, β, γ 라 하면 $\dots \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha \rightarrow \dots$ 이고 세 수 중 적어도 하나는 3의 배수가 아니어야 한다. α 가 3의 배수가 아니라고 가정해도 무방하므로, $\alpha = 3k+1$ 또는 $3k+2$ (k 는 0이상인 정수)라면 $\beta = 9(k+1)$, $\gamma = 3(k+1)$, $\alpha = k+1$ 로 만족하는 $k=0$, $\alpha=1$ 이다. 그러므로, $1 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow \dots$ 처럼 반복가능하다.

(iii) 서로 다른 4개의 수가 반복되는 경우

반복되는 다른 네 수를 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 하면 $\dots \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \delta \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \delta \rightarrow \alpha \rightarrow \dots$ 이고 네 수 중 적어도 하나는 3의 배수가 아니어야 한다. α 가 3의 배수가 아니라고 가정해도 무방하므로, $\alpha = 3k+1$ 또는 $3k+2$ (k 는 0이상인 정수)라면 $\beta = 9(k+1)$, $\gamma = 3(k+1)$, $\delta = k+1$ 이고, $\alpha = \frac{1}{3}(k+1)$ 또는 $3(k+2)$ 또는 $3(k+3)$ 인데, 이를 만족하는 k 는 존재하지 않는다.

(iv) 서로 다른 5개의 수가 반복되는 경우

반복되는 다른 다섯개의 수를 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ 라 하면 $\dots \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \delta \rightarrow \eta \rightarrow \alpha \rightarrow \dots$ 이고 다섯 개의 수 중 적어도 하나는 3의 배수가 아니므로, α 가 3의 배수가 아니라고 가정해도 무방하다.

$\alpha = 3k+1$ 또는 $3k+2$ (k 는 0이상인 정수)라면 $\beta = 9(k+1)$, $\gamma = 3(k+1)$, $\delta = k+1$ 이고,

$(\eta, \alpha) = (\frac{1}{3}(k+1), \frac{1}{9}(k+1)), (\frac{1}{3}(k+1), k+4), (\frac{1}{3}(k+1), k+7), (3(k+2), k+2), (3(k+3), k+3)$

인데, (앞의 세 경우는 k 가 3으로 나누었을 때, 나머지가 2인 경우, 뒤의 두 경우는 각각 k 가 3으로 나누었을 때 나머지가 1인 경우와 3의 배수인 경우) $\alpha \neq 1$ 이면서 가능한 k 는 존재하지 않는다.

따라서, $n(A) = 5$ 인 경우는 a_1, a_2 가 9, 3, 1과 다른 자연수로 a_3 이후 9, 3, 1이 반복되는 경우이다.

$a_3 = 1$, 3이 되는 경우 a_2 는 각각 3, 9만 가능한데 이는 다른 수가 아니므로, 가능한 경우는 $a_3 = 9$ 뿐이다.

$a_3 = 9$ 인 경우 $a_2 = 1, 2, 27$ 이 가능하고 이 중 1이 아닌 경우는 2, 27이다.

• $a_2 = 2$ 인 경우 $a_1 = 6$

• $a_2 = 27$ 인 경우 $\frac{1}{3}a_1 = 27$ 혹은 $3(a_1+1) = 27$ 혹은 $3(a_1+2) = 27$ 이므로, $a_1 = 81, 8, 7$

그러므로, 가능한 $a_1 = 6, 7, 8, 81$ 이다.

[문제 2-1] 별해 채점 기준

- $9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow$ 와 같이 9, 3, 1이 반복되는 것을 찾으면 **+4점**
- 1, 3, 9를 제외하고 반복되는 다른 경우가 없음을 보이면 **+3점**
- $a_1 = 6, 7, 8, 81$ 를 얻으면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시 답안

$x - u = t$ 라 치환하면 $\int_0^x u f'(x - u) du = - \int_x^0 (x - t) f'(t) dt = \int_0^x (x - t) f'(t) dt$ 이다.

제시문의 부분적분을 적용하면

$$\begin{aligned} \int_0^x (x - t) f'(t) dt &= x \int_0^x f'(t) dt - \int_0^x t f'(t) dt \\ &= x(f(x) - f(0)) - [t f(t)]_0^x + \int_0^x f(t) dt = \int_0^x f(t) dt - x f(0) \text{를 얻는다.} \end{aligned}$$

주어진 식에 의하여 $\int_0^x f(t) dt = -x e^{-x} + x^2 + ax + x f(0)$ 이고 양변을 미분하면

$$f(x) = (x - 1)e^{-x} + 2x + f(0) + a$$

위 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $a = 1$ 이다.

따라서, $f(x) = (x - 1)e^{-x} + 2x + 1 + f(0)$ 이고, $f'(x) = (2 - x)e^{-x} + 2$ 이다.

이를 이용하면 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 방정식은

$$y = ((2 - t)e^{-t} + 2)(x - t) + (t - 1)e^{-t} + 2t + 1 + f(0) \text{이고 } g(t) = (t^2 - t - 1)e^{-t} + 1 + f(0) \text{이다.}$$

$$\begin{aligned} \int_{\ln 2}^{\ln 4} g(t) dt &= \int_{\ln 2}^{\ln 4} (t^2 - t - 1)e^{-t} + (1 + f(0)) dt \\ \int_{\ln 2}^{\ln 4} t^2 e^{-t} dt &= [-t^2 e^{-t}]_{\ln 2}^{2\ln 2} + 2 \int_{\ln 2}^{2\ln 2} t e^{-t} dt = [-t^2 e^{-t} - 2t e^{-t} - 2e^{-t}]_{\ln 2}^{\ln 4} = -\frac{1}{2}(\ln 2)^2 + \frac{1}{2}, \\ - \int_{\ln 2}^{\ln 4} t e^{-t} dt &= [(t + 1)e^{-t}]_{\ln 2}^{\ln 4} = -\frac{1}{4}, \quad - \int_{\ln 2}^{\ln 4} e^{-t} dt = [e^{-t}]_{\ln 2}^{\ln 4} = -\frac{1}{4} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서, $\int_{\ln 2}^{\ln 4} (t^2 - t - 1)e^{-t} + (1 + f(0)) dt = -\frac{1}{2}(\ln 2)^2 + (f(0) + 1)\ln 2$ 이고, 문제의 조건에 의해 $f(0) = 3$ 이다.

$g(t) = (t^2 - t - 1)e^{-t} + 4$, $g'(t) = (-t^2 + 3t)e^{-t}$ 이므로 $t = 0, 3$ 에서 극값을 갖는다.

$t < 0$ 인 경우 $g'(t) < 0$, $0 < t < 3$ 인 경우 $g'(t) > 0$, $t > 3$ 인 경우 $g'(t) < 0$ 이므로,

$t = 0$ 에서 극솟값 $g(0) = 3$ 와 $t = 3$ 에서 극댓값 $g(3) = 5e^{-3} + 4$ 를 갖는다.

[문제 2-2] 채점 기준

- $\int_0^x f(t) dt = -x e^{-x} + x^2 + ax + x f(0)$ 혹은 $f(x) = (x - 1)e^{-x} + 2x + f(0) + a$ 를 구하면 **+3점**
- $a = 1$ 를 구하면 **+2점**
- 접선의 방정식에 대입하여 $g(t) = (t^2 - t - 1)e^{-t} + 1 + f(0)$ 를 얻으면 **+3점**
- 정적분을 계산하여 $f(0) = 3$ 을 얻으면 **+4점**
- $t = 0$ 에서 극솟값 $g(0) = 3$, $t = 3$ 에서 극댓값 $g(3) = 5e^{-3} + 4$ 을 얻으면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시 답안

$\frac{3e^{2x}-6}{e^{2x}+3e^x+2}=e^x-\frac{3}{2}$ 를 풀면 $(e^x-1)(e^x-2)(2e^x+3)=0$ 이다. 두 곡선이 만나는 x 좌표는 0, $\ln 2$ 이다.

$$\frac{3e^{2x}-6}{e^{2x}+3e^x+2}=3-\frac{9e^x+12}{(e^x+1)(e^x+2)}=3-\frac{3}{(e^x+1)}-\frac{6}{(e^x+2)} \text{ 이므로}$$

구하는 넓이는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \int_0^{\ln 2} \left(\frac{3(e^{2x}-2)}{e^{2x}+3e^x+2} - e^x + \frac{3}{2} \right) dx &= \int_0^{\ln 2} \left(3 - \frac{3}{(e^x+1)} - \frac{6}{(e^x+2)} - e^x + \frac{3}{2} \right) dx \\ &= \int_0^{\ln 2} \left(3 - \frac{3e^{-x}}{(1+e^{-x})} - \frac{6e^{-x}}{(1+2e^{-x})} - e^x + \frac{3}{2} \right) dx \\ &= 3\ln 2 + [3\ln(1+e^{-x})]_0^{\ln 2} + [3\ln(1+2e^{-x})]_0^{\ln 2} + \frac{3}{2}\ln 2 - 1 \\ &= \frac{3}{2}\ln 2 - 1 \end{aligned}$$

[문제 3-1] 채점 기준

- 0, $\ln 2$ 구하면 +3점
- 넓이를 구하는 정적분을 잘 쓰면 +2점
- 적분 계산하여 $\frac{3}{2}\ln 2 - 1$ 구하면 +5점

[문제 3-1] 별해

$\frac{3e^{2x}-6}{e^{2x}+3e^x+2}=e^x-\frac{3}{2}$ 를 풀면 $(e^x-1)(e^x-2)(2e^x+3)=0$ 이다. 두 곡선이 만나는 x 좌표는 0, $\ln 2$ 이고 구하는 넓이는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \int_0^{\ln 2} \left(\frac{3(e^{2x}-2)}{e^{2x}+3e^x+2} - e^x + \frac{3}{2} \right) dx &= \int_0^{\ln 2} \left(\frac{3(e^x-2e^{-x})}{e^x+3+2e^{-x}} - e^x + \frac{3}{2} \right) dx \\ &= [3\ln(e^x+3+2e^{-x})]_0^{\ln 2} - [e^x]_0^{\ln 2} + \frac{3}{2}\ln 2 \\ &= \frac{3}{2}\ln 2 - 1 \end{aligned}$$

[문제 3-1] 별해 채점 기준

- 0, $\ln 2$ 구하면 +3점
- 넓이를 구하는 정적분을 잘 쓰면 +2점
- 적분 계산하여 $\frac{3}{2}\ln 2 - 1$ 구하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시 답안

$\angle BAC \leq \frac{\pi}{2}$ 이므로 원의 중심이 삼각형 내부나 선분 $\overline{BC}$ 위에 있다. $\overline{BC} = 2x$ ($0 \leq x \leq 1$) 라 하면 $\overline{BC}^2 = 4x^2$ 이고

$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 = 2 + 2\sqrt{1-x^2}$ 이다. 따라서

$$\overline{BC}^4 + \frac{15}{4}(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2) = 16x^4 + 15(1 + \sqrt{1-x^2})$$

이고 $x^2 = t$ ($0 \leq t \leq 1$) 로 놓고 함수 $f(t) = 16t^2 + 15(1 + \sqrt{1-t})$ 의 최댓값을 구하면 된다. 미분하면

$f'(t) = 32t - \frac{15}{2} \frac{1}{\sqrt{1-t}}$ 이고 $f'(0) = -\frac{15}{2}$ 이다. $f'(t) = 0$ 을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (64)^2 t^3 - (64)^2 t^2 + (15)^2 &= (16t)^3 - 16(16t)^2 + (15)^2 \\ &= (16t-15)((16t)^2 - 16t - 15) \end{aligned}$$

$g(t) = (16)^2 t^2 - 16t - 15$ 는 중심축이 $\frac{1}{32}$ 이고 $g(0) < 0$, $g\left(\frac{1}{2}\right) > 0$ 이므로 음근과 양근 α ($\frac{1}{32} < \alpha < \frac{1}{2}$) 를 갖는다.

$f'(t)$ 의 부호를 고려하여 곡선의 증가, 감소를 보면 $t = \alpha$ 에서 극소, $t = \frac{15}{16}$ 에서 극대이다. $f(0) = 30$ 이고

$f(1) = 31$ 이다. $f\left(\frac{15}{16}\right) = \frac{525}{16} (> 32)$ 이므로 구하는 최댓값은 $\frac{525}{16}$ 이다.

[문제 3-2] 채점 기준

- 식 $f(x) = 16x^4 + 15(1 + \sqrt{1-x^2})$ 을 세우면 +4점
- $f'(x)$ 부호를 살피고 $x^2 = \frac{15}{16}$ 에서 극대임을 구하면 +8점
- 양 끝점 $x = 0$, $x = 1$ 에서의 값과 비교하여 최댓값 $\frac{525}{16}$ 을 구하면 +3점

[문제 3-2] 별해

$\angle BAC \leq \frac{\pi}{2}$ 이므로 원의 중심이 삼각형 내부나 선분 $\overline{BC}$ 위에 있다. $\overline{BC} = 2x$ ($0 \leq x \leq 1$) 라 하면 $\overline{BC}^2 = 4x^2$ 이고

$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 = 2 + 2\sqrt{1-x^2}$ 이다. 따라서

$$\overline{BC}^4 + \frac{15}{4}(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2) = 4\left(4x^4 + \frac{15}{4}(1 + \sqrt{1-x^2})\right)$$

이고 $x = \sin t$ ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$)로 놓으면

$$f(t) = 16\sin^4 t + 15(1 + \cos t) = 16(1 - \cos^2 t)^2 + 15(1 + \cos t)$$

의 최댓값을 구하면 된다. 여기서 다시 $\cos t = s$ 로 놓고 $g(s) = 16(1 - s^2)^2 + 15(1 + s)$ 의 최댓값을 구하면 된다.

미분하면 $g'(s) = (4s)^3 - 16(4s) + 15 = (4s - 1)(16s^2 + 4s - 15)$ 이다. $g'(s)$ 의 부호를 고려하며 $s = \frac{1}{4}$ 에서

극대이다. $g(0) = 31$ 이고 $g(1) = 30$ 이다. $g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{525}{16} (> 32)$ 이므로 구하는 최댓값은 $\frac{525}{16}$ 이다.

[문제 3-2] 별해 채점 기준

- 식 $f(x) = 16x^4 + 15(1 + \sqrt{1-x^2})$ 을 세우면 +4점
- $g'(s)$ 부호를 살피고 $s = \frac{1}{4}$ $\left(x^2 = \frac{15}{16}\right)$ 에서 극대임을 구하면 +8점
- 양 끝점 $s = 0$, $s = 1$ 에서의 값과 비교하여 최댓값 $\frac{525}{16}$ 을 구하면 +3점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-1] 예시 답안

점 P_1 의 좌표를 (x_1, y_1) 이라고 하자. 접선 l_1 의 방정식 $\frac{x_1x}{6} - \frac{y_1y}{6} = 1$ 과 두 직선의 방정식 $y = -x$, $y = x$ 를

연립하여 계산한 두 점 A, B 의 x 좌표의 값에 $\sqrt{2}$ 를 곱해 를 얻는다. $\overline{OA} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{x_1}{6} + \frac{y_1}{6}}$, $\overline{OB} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{x_1}{6} - \frac{y_1}{6}}$ 따라서

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\frac{x_1}{6} + \frac{y_1}{6}} \times \frac{\sqrt{2}}{\frac{x_1}{6} - \frac{y_1}{6}} = 6 \text{ 이다. 비슷한 방법으로 } \triangle OCD = 6 \text{ 이다.}$$

$$\overline{OA} = 2t, \overline{OD} = 3t (t > 0) \text{라 놓으면, } \triangle ODA = 3t^2 \text{ 이고, } \triangle OAB = \triangle OCD = 6 \text{ 이므로 } \overline{OB} = \frac{6}{t},$$

$$\overline{OC} = \frac{4}{t} \text{ 이다. 따라서 } \triangle OBC = \frac{12}{t^2} \text{ 이고, 사각형 } ABCD \text{의 넓이를 } S \text{라 하면}$$

$$S = \triangle ODA + \triangle OAB + \triangle OCD + \triangle OBC = 3t^2 + 12 + \frac{12}{t^2} \text{ 이다.}$$

$\overline{OA} : \overline{OD} = \overline{OC} : \overline{OB}$ 이므로 두 직각삼각형 ODA 와 OBC 는 닮은꼴이고 $\angle ODA = \angle OBC$ 이다. 따라서 두 선분 AD 와 BC 는 평행하고 두 삼각형 ADE 와 BCE 도 닮았다. 삼각형 ODA 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = 13t^2 \text{ 이고 삼각형 } OBC \text{에서 } \overline{BC}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \frac{52}{t^2} \text{ 이므로 두 삼각형 } ADE \text{와}$$

$$BCE \text{의 넓이의 비는 } t^2 : \frac{4}{t^2} \text{ 이다. } x = t^2 (x > 0) \text{이라 놓으면, } \triangle BCE = S + 4 = 3x + 16 + \frac{12}{x} \text{ 이므로}$$

$$x : \frac{4}{x} = \triangle ADE : \triangle BCE = 4 : 3x + 16 + \frac{12}{x} \text{에서}$$

$$0 = 3x^3 + 16x^2 + 12x - 16 = (x+2)(x+4)(3x-2) \text{를 얻는다. } x > 0 \text{이므로 } x = \frac{2}{3} \text{ 이고}$$

$$S = 3x + 12 + \frac{12}{x} = 32 \text{ 이다.}$$

[문제 4-1] 채점 기준

- $\triangle OAB = \triangle OCD = 6$ 을 구하면 **+5점**
- 사각형 $ABCD$ 의 넓이 S 를 $S = 3t^2 + 12 + \frac{12}{t^2}$ 로 표현하면 **+3점**
- 두 삼각형 ADE 와 BCE 의 넓이의 비 $t^2 : \frac{4}{t^2}$ 를 구하면 **+3점**
- 사각형 $ABCD$ 의 넓이 $S = 32$ 를 구하면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시 답안

피타고라스의 정리에 의해 $\overline{BG} = \overline{GD} = \overline{DB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{MB} = \overline{MD} = \sqrt{5}$, $\overline{MG} = 3$ 임을 알 수 있다. 이로부터 이등변삼각형 DMB 와 정삼각형 BGD 의 넓이는 각각 $\sqrt{6}$, $2\sqrt{3}$ 임을 쉽게 알 수 있다. $\theta = \angle MBG$ 라 하면 삼각형 BMG 에서 $\cos \theta = \frac{5+8-9}{2 \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ 이므로 $\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ 이다. 따라서 삼각형 BMG 의 넓이 S 는 $S = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} = 3$ 이다. 비슷한 방법으로 삼각형 DMG 의 넓이도 3 이다.

직선 AC 와 직선 BD 의 교점을 B' 이라 하면, 삼각형 MBB' 과 삼각형 MDB' 이 합동이므로 선분 MB' 과 선분 BD 는 서로 수직이다. 그리고 삼각형 GBB' 과 삼각형 GDB' 이 합동이므로 선분 GB' 과 선분 BD 는 서로 수직이다.

$\overline{BB'} = \sqrt{2}$ 이므로 직각삼각형 MBB' 에서 $\overline{MB'} = \sqrt{\overline{MB}^2 - \overline{BB'}^2} = \sqrt{3}$ 이고 직각삼각형 GBB' 에서 $\overline{GB'} = \sqrt{\overline{BG}^2 - \overline{BB'}^2} = \sqrt{6}$ 이다. 따라서 $\overline{MG}^2 = \overline{MB'}^2 + \overline{GB'}^2$ 이고 $\angle MB'G = 90^\circ$ 이다. 즉, 두 평면 DMB 와 BGD 는 수직으로 만난다. 두 평면 DMB 와 BGD 가 수직으로 만나므로 점 M 에서 평면 BGD 에 내린 수선의 발은 점 B' 이다. 따라서 사면체 BDMG 의 부피 V 는

$$V = \frac{1}{3} \times \triangle BGD \times \overline{MB'} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2$$

점 B 에서 평면 DMG 에 내린 수선의 발을 I 라고 하면, $V = \frac{1}{3} \times \triangle DMG \times \overline{BI}$ 에서 $\overline{BI} = 2$ 이다. 점 B 에서 직선 MD 에 내린 수선의 발을 J 라고 하면, $\overline{BJ} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ 임을 $\triangle DMB = \frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{BJ}$ 에서 알 수 있다. 삼수선의

정리에 의해 두 직선 MD 와 IJ 는 수직으로 만난다. 따라서 $\alpha = \angle BJI$ 이고 $\sin \alpha = \frac{\overline{BI}}{\overline{BJ}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$ 이고

$SV \sin \alpha = \sqrt{30}$ 이다.

[문제 4-2] 채점 기준

- $S = 3$ 을 구하면 +4점
- $V = 2$ 를 구하면 +5점
- $SV \sin \alpha = \sqrt{30}$ 을 구하면 +6점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 별해

피타고라스의 정리에 의해 $\overline{BG} = \overline{GD} = \overline{DB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{MB} = \overline{MD} = \sqrt{5}$, $\overline{MG} = 3$ 임을 알 수 있다. 이로부터 이등변삼각형 DMB와 정삼각형 BGD의 넓이는 각각 $\sqrt{6}$, $2\sqrt{3}$ 임을 쉽게 알 수 있다. $\theta = \angle MBG$ 라 하면 삼각형 BMG에서 $\cos \theta = \frac{5+8-9}{2 \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ 이므로 $\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ 이다. 따라서 삼각형 BMG의 넓이 S 는 $S = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} = 3$ 이다. 비슷한 방법으로 삼각형 DMG의 넓이도 3이다.

직선 AC와 직선 BD의 교점을 B'이라 하면, 삼각형 MBB'과 삼각형 MDB'이 합동이므로 선분 MB'과 선분 BD는 서로 수직이다. 그리고 삼각형 GBB'과 삼각형 GDB'이 합동이므로 선분 GB'과 선분 BD는 서로 수직이다.

$\overline{BB'} = \sqrt{2}$ 이므로 직각삼각형 MBB'에서 $\overline{MB'} = \sqrt{\overline{MB}^2 - \overline{BB'}^2} = \sqrt{3}$ 이고 직각삼각형 GBB'에서 $\overline{GB'} = \sqrt{\overline{BG}^2 - \overline{BB'}^2} = \sqrt{6}$ 이다. 따라서 $\overline{MG}^2 = \overline{MB'}^2 + \overline{GB'}^2$ 이고 $\angle MB'G = 90^\circ$ 이다. 즉, 두 평면 DMB와 BGD는 수직으로 만난다. 두 평면 DMB와 BGD가 수직으로 만나므로 점 M에서 평면 BGD에 내린 수선의 발은 점 B'이다. 따라서 사면체 BDMG의 부피 V 는

$$V = \frac{1}{3} \times \triangle BGD \times \overline{MB'} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2$$

삼각형 DMB'은 삼각형 DMG의 평면 DMB 위로의 정사영이므로

$$\cos \alpha = \frac{\triangle DMB'}{\triangle DMG} = \frac{\triangle DMB}{2\triangle DMG} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

따라서 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{30}}{6}$ 이고 $SV_{\sin \alpha} = \sqrt{30}$ 이다.

[문제 4-2] 별해 채점 기준

- $S = 3$ 을 구하면 +4점
- $V = 2$ 를 구하면 +5점
- $SV_{\sin \alpha} = \sqrt{30}$ 을 구하면 +6점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

CAU

MORE OPPORTUNITY

BECAUS

BETTER CHOICE



06974 서울특별시 동작구 흑석로 84
TEL | 02-820-6393 FAX | 02-813-8158
<https://admission.cau.ac.kr>



CAU2027-6