2020학년도 논술고사 안내

이화여자대학교 입학처

TEL: (02)3277-7000

http://admission.ewha.ac.kr

E-mail: admission@ewha.ac.kr

2020학년도 입학전형

<table>
<tr><th>모집시기</th><th>전형유형</th><th colspan="2">전형명</th><th>모집인원</th><th>원서접수 일정</th></tr>
<tr><td rowspan="12">수시
모집</td><td>논술위주</td><td colspan="2">논술전형
※ 2019. 11. 24(일) 실시</td><td>543</td><td rowspan="11">2019. 9. 6(금)
~ 9. 9(월)</td></tr>
<tr><td>학생부위주
(교과)</td><td colspan="2">고교추천전형</td><td>390</td></tr>
<tr><td rowspan="3">학생부위주
(종합)</td><td colspan="2">미래인재전형</td><td>833</td></tr>
<tr><td colspan="2">고른기회전형</td><td>50</td></tr>
<tr><td colspan="2">사회기여자전형</td><td>15</td></tr>
<tr><td rowspan="5">실기위주</td><td colspan="2">어학특기자전형</td><td>60</td></tr>
<tr><td colspan="2">과학특기자전형</td><td>69</td></tr>
<tr><td colspan="2">국제학특기자전형</td><td>54</td></tr>
<tr><td colspan="2">예체능실기전형</td><td>162</td></tr>
<tr><td colspan="2">예체능서류전형</td><td>72</td></tr>
<tr><td colspan="3">소 계</td><td>2,248</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="7">정시
모집
('가'군)</td><td>수능위주</td><td colspan="2">수능전형</td><td>523</td><td rowspan="7">2019. 12. 26(목)
~ 12. 31(화)
중 3일 이상</td></tr>
<tr><td>실기위주</td><td colspan="2">예체능실기전형</td><td>260</td></tr>
<tr><td rowspan="4">수능/
실기위주</td><td rowspan="4">기회
균형
전형
(정원외)</td><td>농·어촌학생</td><td>(110)</td></tr>
<tr><td>특성화고교</td><td>(30)</td></tr>
<tr><td>기초생활수급자
및 차상위계층</td><td>(25)</td></tr>
<tr><td>장애인등대상자</td><td>(15)</td></tr>
<tr><td colspan="3">소 계</td><td>783
(180)</td></tr>
<tr><td colspan="4">총 계</td><td>3,031
(180)</td><td></td></tr>
</table>

목 차

◆ 2020학년도 논술고사의 방향과 준비 ··· 5

◆ 2020학년도 수시 모의논술고사

인문I ···································· 9

인문II ···································· 14

자연I ···································· 19

자연II ···································· 22

◆ 2020학년도 수시 모의논술고사 출제의도 및 우수답안 분석

인문I ···································· 26

인문II ···································· 33

자연I ···································· 41

자연II ···································· 50

2020학년도 논술고사의 방향과 준비

1. 논술고사의 목적

가. 고교과정에서의 학업성취도 평가

- ▸ 기초 교과지식 및 원리의 이해력과 적용 능력
- ▸ 다양한 교과내용에 대한 학습자 주도적 응용 능력

나. 대학에서의 수학 능력 평가

- ▸ 사고의 논리성·합리성, 논증 능력
- ▸ 학문적 발전가능성과 잠재력

다. 융복합적 사고력 및 의사소통 능력 평가

- ▸ 언어적 사고력과 영역간 재구성·종합적 분석 능력
- ▸ 과정 중심적 이해력, 비판적 사고력과 표현력
- ▸ 수리적·논리적 사고력 및 종합적 분석 능력

2. 2020학년도 논술고사 실시전형과 시험방식

가. 논술고사 실시전형

전형	모집인원	전형요소
수시모집 논술전형	543	학생부교과 30% **+ 논술 70%**

※ 대학수학능력시험 최저학력기준 있음

나. 모집단위별 논술유형

<table>
<tr><th>논술유형</th><th colspan="2">모집단위</th><th>출제유형</th><th>시험시간</th><th>출제범위</th></tr>
<tr><td>인문Ⅰ</td><td>인문과학대학,
사범대학 교육학과, 유아교육과, 초등교육과,
교육공학과, 특수교육과</td><td rowspan="3">스크랜튼대학
스크랜튼학부
(자유전공)
: 인문Ⅰ, 인문Ⅱ,
자연Ⅰ 중
택 1하여 응시</td><td>언어논술Ⅰ</td><td rowspan="4">100분</td><td rowspan="4">고등학교
교육과정</td></tr>
<tr><td>인문Ⅱ</td><td>사회과학대학,
엘텍공과대학 휴먼기계바이오공학부,
경영대학,
신산업융합대학 의류산업학과, 국제사무학과</td><td>언어논술Ⅱ</td></tr>
<tr><td>자연Ⅰ</td><td>자연과학대학, 엘텍공과대학,
사범대학 과학교육과,
신산업융합대학 융합콘텐츠학과,
식품영양학과, 융합보건학과,
간호대학, 스크랜튼대학 융합학부</td><td>수리논술Ⅰ</td></tr>
<tr><td>자연Ⅱ</td><td colspan="2">의예과</td><td>수리논술Ⅱ</td></tr>
</table>

3. 논술고사의 형식

문제구성	▸ 논술유형별로 구분하여 출제 - 인문Ⅰ은 영어지문이 제시되며 인문Ⅱ는 통계자료, 표 등을 활용하여 논리적 사고력을 측정하는 문항이 포함됨 - 자연Ⅰ,Ⅱ는 수학 분야 제시문이 포함됨 ▸ 전 유형 모두 3개의 대문항이 제시되며 각 문항은 세부 문제들로 구성 - 언어논술은 일관된 주제의 여러 지문에 대한 단계적 논술형태로, 일부 문항은 수리적 개념이 가미된 형태로 출제될 수 있음
제시문의 소재 및 범위	▸ 동서고금의 명작, 명문 뿐 아니라 통계・그림・사진 등의 자료 ▸ 일상생활・사회현상・자연과학 소재 속의 다양한 상황에 대한 설명 ▸ 사회현상과 자연현상에 관한 자료, 언어・사회・수학 등의 교과 내용 ▸ 수리논술 문항은 수학 교과과정에서 출제
문제유형	▸ 주어진 상황이 가지는 특징을 분석하여 표현하는 분석 논술형 ▸ 핵심개념, 문장, 지문내용(요지)에 대한 이해를 요구하는 설명 논술형 ▸ 제시된 주장의 반론 제시, 타당성 검토 등 비판 논술형 ▸ 주어진 자료나 지문의 논리적 연관성을 찾는 논리 진술형 ▸ 지문들을 근거로 하여 자신의 주장을 서술하는 종합 논술형

4. 논술고사의 평가기준

가. 주어진 상황과 제시문 내용에 대한 정확한 이해력

▸ 문제에서 제시하고 있는 상황에 대한 정확한 분석력

▸ 핵심적인 개념, 주장과 근거, 제시문에 대한 종합적 이해력

▸ 올바른 자료해석 능력 및 사고의 정확성과 통합성

나. 객관적・논리적 근거에 입각한 논증력

▸ 다양한 상황 및 관점을 객관적·논리적 근거에 입각한 서술 능력

▸ 주어진 조건과 관계없는 장황한 자기주장은 감점 요인

다. 제시문 주장에 대한 비판적 사고력

▸ 지문에 대한 정확한 이해를 바탕으로 한 비판 능력

▸ 지문(주장)들 상호간의 관계에 대한 사고력

▸ 문항 자료의 정확한 분석을 통한 지문 주장에 대한 비판 능력

▸ 구체적 사례와 일반적 주장의 논리적 관계에 대한 사고 능력

라. 언어적 의사소통 능력 및 종합 능력

▸ 정확한 어법과 표현의 명료성 등

▸ 종합적 문제해결 능력과 일관성 있는 사고력과 논리력

5. 답안 작성 시 유의사항

가. 질문 요지의 정확한 파악

- ▸ 제시문과 질문의 요지에 대해 정확히 이해한 후 답변을 시작할 것
- ▸ 주관적 진술보다는 명확한 근거를 바탕으로 비판적 사고력 중심의 논술을 전개할 것

나. 간단명료하고 논리적인 답변 필요

- ▸ 주어진 제시문의 내용을 논거로 하여 간단, 명료하게 답변할 것
- ▸ 문제와 직접적인 관련성이 없는 자신의 상식을 중언부언하지 말 것
- ▸ 요구된 답안에 맞게 답안 길이를 조정할 것

다. 고교 수학 과정에서 터득한 관련 주제의 지식들을 종합한 새로운 관점 제시

- ▸ 제시문에 나온 주제들을 정확히 이해하고 이와 관련한 다양한 지식들을 활용할 것
- ▸ 제시된 주제와 관련한 다양한 지식들을 종합하여 새로운 관점을 제시하도록 노력할 것
- ▸ 새로운 관점의 제시가 지나친 비약이나 논리적 허구성에 빠지지 않도록 할 것

6. 논술고사의 준비

가. 장기적 준비

1) 교과내용에 대한 충분한 학습
   - ▸ 교과서 지문 뿐 아니라, 고등학교 교과과정을 이수한 학생이라면 읽을 수 있는 유사한 내용의 다양한 제시문을 활용할 것
   - ▸ 시사적인 문제보다는, 교과서 중심의 보편적 주제를 중심으로 사고 능력을 배양할 것
2) 폭넓은 독서
   - ▸ 고전, 주변 사회·자연 현상 등에 관한 자료, 고교 교과내용 및 언론 보도문 등 다양한 종류의 글을 읽고 논리적·비판적으로 사고하는 습관
3) 단편적 지식보다는 기본 원리에 대한 이해
4) 해당 대학에서 요구하는 논술고사 경향에 대한 기초 지식 숙지
   - ▸ 기출문제, 출제의도 등 대학에서 공개한 내용을 미리 확인

나. 글쓰기 훈련

1) 주어진 제시문에 대한 이해력
   - ▸ 독창성 있는 글을 쓰기 이전에 제시문을 정확히 이해하는 능력이 선행되어야 함
   - ▸ 문제의 의도와 무관하게 미리 준비한 상투적 답안은 가능한 한 피해야 함
2) 통합적 사고 능력
   - ▸ 서로 다른 여러 개의 제시문들 간의 관련성을 파악하고 이를 종합하여 의견을 제시하는 연습이 필요함

3) 동일한 주제에 대해 반복해서 글을 써 보는 연습

▸ 하나의 주제에 대해 수차례 반복해서 글을 써 보는 연습이 필요함

▸ 글의 일부를 단순 교정하는 것이 아닌, 글 전체를 다시 쓰는 연습이 필요함

4) 여러 가지 관점에서 생각하고, 글을 써 보는 습관

▸ 자신의 관점과 다른 혹은 전혀 수용할 수 없는 관점에서도 글을 쓸 수 있어야 함

5) 글쓰기의 기본형식에 유의

▸ 철자법, 맞춤법 등을 틀리지 않는 것은 논술문 작성의 기본

6) 문제에서 요구하고 있는 것을 정확히 파악

▸ 선행지식이 아닌, 제시된 지문에 근거하여 논지를 전개하도록 함

▸ 자신의 관점이 아닌, 문제가 요구하는 관점이 무엇인지 파악해야 함

2020학년도 수시 모의논술고사

논술고사 문제지 (인문계열 I)

소속고교		수험번호		성 명	

◆ 유 의 사 항 ◆

1. 시험시간은 100분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인

이 화 여 자 대 학 교

[1-3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

[가] 대체로 천하의 만물이란 모두 지킬 것이 없고, 오직 나[吾]만은 지켜야 하는 것이다. 내 밭을 지고 도망갈 자가 있는가? 밭은 지킬 것이 없다. 내 집을 지고 달아날 자가 있는가? 집도 지킬 것이 없다. 나의 정원의 꽃나무 · 과실나무 등 여러 나무들을 뽑아갈 자가 있는가? 그 뿌리는 땅에 깊이 박혔다. 나의 책을 훔쳐 없애 버릴 자가 있는가? 성현(聖賢)의 경전(經典)이 세상에 퍼져 물이나 불처럼 흔한데 누가 능히 없앨 수 있겠는가? 나의 옷과 식량을 도둑질하여 나를 군색하게 하겠는가? 천하의 실이 모두 내가 입을 옷이며, 천하의 곡식은 모두 내가 먹을 양식이다. 도둑이 비록 훔쳐 간다 하더라도 한두 개에 불과할 것이니 천하의 모든 옷과 곡식을 모두 없앨 수 있겠는가? 그런즉 천하의 만물은 모두 지킬 것이 없다. 유독 이른바 나[吾]라는 것은 그 성품이 달아나기를 잘하여 드나듦에 일정한 법칙이 없다. 아주 친밀하게 붙어 있어서 서로 배반하지 못할 것 같으나 잠시라도 살피지 않으면 어느 곳이든 가지 않는 곳이 없다. 이익으로 유도하면 떠나가고, 위험과 재앙이 겁을 주어도 떠나가며, 심금을 울리는 고운 음악 소리만 들어도 떠나가고, 새까만 눈썹에 흰 이를 지닌 미인의 요염한 모습만 보아도 떠나간다. 그런데 한 번 가면 돌아올 줄을 몰라 붙잡아 만류할 수 없다. 그러므로 천하에서 가장 잃어버리기 쉬운 것이 나[吾] 같은 것이 없다. 어찌 실과 끈으로 매고 빗장과 자물쇠로 잠가서 굳게 지켜야 하지 않겠는가.

나는 잘못 간직했다가 나[吾]를 잃은 자이다. 어렸을 때, 과거(科擧)가 좋게 보여서 과거에 빠져들어 간 것이 10년이었다. 마침내 처지가 바뀌어 조정에 나아가 검은 사모[烏帽]에 비단 도포를 입고 미친 듯이 대낮에 큰길을 뛰어다녔는데, 이와 같이 12년을 하였다. 또 처지가 바뀌어 한강을 건너고 조령을 넘어, 친척과 분묘(墳墓)를 버리고 곧바로 아득한 바닷가의 대나무 숲에 달려와서야 멈추게 되었다. 이때에는 나[吾]도 땀이 흐르고 두려워 숨도 제대로 쉬지 못하면서 나의 발뒤꿈치를 따라 함께 이곳에 오게 되었다.

[나] 역사란 무엇인가? 역사란, 인류 사회의 아(我, 나)와 비아(非我, 나의 대상으로 존재하는 모든 것)의 투쟁이 공간적, 시간적으로 확대 발전하는 심적 활동 상태의 기록이다. 세계사와 조선사는 각각 세계 인류와 조선 민족이 그렇게 되어 온 상태의 기록이다.

그렇다면 무엇을 '아'라고 하고 무엇을 '비아'라고 하는가? 깊이 파고 들어갈 것 없이 얕게 말하자면, 자기의 견해나 관점을 기초로 하는 위치에 선 자를 '아'라고 하고, 그 외에는 '비아'라고 한다. 이를테면, 조선인은 조선을 '아'라고 하고, 영국, 미국, 프랑스, 러시아를 '비아'라고 한다. 반대로 영국, 미국, 프랑스, 러시아는 자기 나라를 '아'라고 하고, 조선을 '비아'라고 한다. 무산 계급은 무산 계급을 '아'라고 하고, 지주나 자본가를 '비아'라고 하며, 지주나 자본가는 무산 계급을 '비아'라고 한다. '아'와 '비아'는 국가와 국가 사이에만 있는 것이 아니다. 의사라는 직업을 가진 사람들은 의사들을 가리켜 '아'라고 하고, 그렇지 않은 사람들을 모두 '비아'라고 한다.

'아'에 대한 '비아'의 접촉이 몹시 번거롭고 바쁠수록 '비아'에 대하여 '아'도 더욱 맹렬하게 있는 힘을 다하여 싸운다. 그리하여 인류 사회의 활동은 그치는 때가 없고 역사의 미래도 완결될 날이 없다. 그러므로 역사는 '아'와 '비아'의 투쟁의 기록이다. (중략) 예나 지금이나 역사를 두루 살펴보면 바뀌지 않는 원칙이 하나 있다. '비아'를 정복하여 '아'를 세상에 드러내어 밝히면 투쟁의 승리자가 되어 미래 역사의 생명을 이어가고, 반대의 경우에는 패망자가 되어 과거 역사의 묵은 발자취만 남기게 된다는 사실이다. 이에 따라 패배자가 아니라 승리자가 되려고 하는 것은 모든 인류의 공통된 본성이다. 그러나 앞으로 닥쳐올 일을 미리 생각하고 기다리는데도 항상 기대와 달리 패배자가 되는 것은 무슨 까닭인가?

선천적 실질부터 말하면 ‘아’가 생기지 않고서야 어찌 조선 민족과 맞서는 묘족, 한족 같은 ‘비아’가 있겠는가? 이는 선천적인 것에 속한다. 그러나 후천적 형식으로 살피면 ‘비아’가 있고 나서야 ‘아’가 있게 된다. 묘족이나 한족 같은 ‘비아’가 없었다면 우리가 어찌 조선이라는 나라 이름을 세우고 삼경(三京)을 만들거나 오군(五軍)을 두었겠는가? ‘비아’가 없었다면 조선, 즉 ‘아’의 작용도 생기지 않았을 것이다. 이는 후천적인 것에 속한다. 우리는 정신의 확립으로 선천적인 것을 지켜야 하며, 환경에 순응함으로써 후천적인 것을 유지해야 한다. 이 두 가지 가운데 어느 한 가지가 부족하면 패망을 면하기 어렵다. 이제 조선 민족을 ‘아’의 단위로 잡고 조선사를 서술하려고 한다.

[다] “…… 오죽이나 좋은 세상이여? 오죽이나 …….”

윤 직원 영감은 팔을 부르걷은 주먹으로 방바닥을 땅 ― 치면서 성난 황소가 영각을 하듯 고함을 지릅니다.

“화적패가 있너냐아? 부랑당 같은 수령(守令)들이 있더냐? …… 재산이 있대야 도적놈의 것이요, 목숨은 파리 목숨 같던 말세(末世)넌 다 지내가고오……. 자 ― 부아라, 거리거리 순사요 골골마다 공명헌 정사(政事), 오죽이나 좋은 세상이여……. 남은 수십만 명 동병(動兵)을 히여서, 우리 조선 놈 보호히여 주니, 오죽이나 고마운 세상이여? 으응? …… 제 것 지니고 앉어서 편안허게 살 세상, 이걸 태평천하라구 하는 것이여, 태평천하! …… 그런데 이런 태평천하에 태어난 부자 놈의 자식이, 더군다나 왜 지가 떵떵거리구 편안허게 살 것이지 어찌서 지가 세상 망쳐 놀 부랑당 패에 참섭을 헌담 말이여, 으응?”

땅 ― 방바닥을 치면서 벌떡 일어섭니다. 그 몸짓이 어떻게도 요란스럽고 괄괄한지, 방금 발광이 되는가 싶습니다. 아닌 게 아니라, 모여 선 가권들은 방바닥 치는 소리에도 놀랐지만, 이 어른이 혹시 상성이 되지나 않는가 하는 의구의 빛이 눈에 나타남을 가리지 못합니다.

“…… 착착 깎어 죽일 놈! …… 그놈을 내가 편지히여서, 백 년 지녁을 살리라구 헐 걸! 백 년 지녁 살리라고 헐 테여……. 오냐, 그 놈을 삼천 석 거리는 직분[分財]히여 줄라구 히였더니, 오 ― 냐, 그놈 삼천 석 거리를 톡톡 팔어서 경찰서으다가, 사회주의 허는 놈 잡어 가두는 경찰서으다가 주어 버릴 걸! 으응, 죽일 놈!”

마지막의 으응 죽일 놈 소리는 차라리 울음소리에 가깝습니다.

“…… 이 태평천하에! 이 태평천하에…….”

[라] 열림과 닫힘의 문제는 ‘나’라는 개체들이 ‘우리’를 이루어가는 방식의 문제이다. 또한 ‘우리’가 새로운 개체를 어떻게 맞이하느냐 하는 문제이다. 이는 또한 ‘만남’의 문제이다. ‘우리’의 문제는 개체들 간의 만남 때문에 생기는 문제이다. 그러한 개체는 개인일 수도 있고, 일정한 사회일 수도 있다. 다시 말하면 개인을 포함하여 ― 데모크리토스는 “인간은 소우주다.”라고 했다. ― 소우주들 사이의 만남은 ‘열림’과 ‘닫힘’의 문제를 야기한다. 이것은 자기 정체성을 유지하는 문제이자, 동시에 타자를 인정하고 수용하는 문제이다. 각각의 소우주들의 ‘열림’으로 이루어진 사회는 좀 더 큰 ‘열린’ 소우주이며, 이는 또 다른 만남을 준비하고 기다리는 것이다. 오늘날의 세상은 이러한 만남들의 연속으로 이루어져 있다. 지금까지 역사의 흐름은 열림의 중요성을 부각하는 쪽으로 진행되어 왔고, 진행되어 가고 있다고 볼 수 있다. (중략)

열린사회와 닫힌사회는 각 개인의 ‘여는 행위’와 ‘닫는 행위’를 전제로 한다. 어쩌면 열린사회란 너무 추상적인 표현일지도 모른다. 자신의 정체성과 특성을 유지하면서 타자를 향해 개방성을 지닌 개체들이 ‘우리’를 이루었을 때에 열린사회는 그 결과로 온다. 바꾸어 말하면, ‘나’가 ‘너’를 거쳐서 ‘우리’를 인식하고자 할 때에 ‘나-우리’의 이항 대립 구조는 극복될 수 있다. 즉 나와 우리의 연결 고리는 ‘너’인 것이다.

지금까지의 역사에서 ‘너’에 대한 의식이 없이 ‘나’에서 ‘우리’로 즉각적 인식의 전이가 이루어졌을 때에 많은 문제가 일어났다고 본다. 또한 ‘우리’ 속에서 ‘나’와 다른 것에 대한 인식이 결여되는 것도 나와 우리를 동일화함과 동시에 ‘너’에 대한 의식이 개입되지 않기 때문이다. ‘우리’는 추상적이지만, ‘너’는 실체적인 것이다. 이러한 의미에서 실질적으로 존재할 수 있는 것은 추상적 열린사회가 아니라 개개인의 특성을 지닌, 그러나 열 줄 아는 개체들로 구성된 다원화 사회이다.

[마] 퓨전(fusion)은 이미 우리에게 낯선 말이 아니다. ‘융해, 융합, 합병’을 뜻하는 이 단어의 ‘원조’는 록과 재즈를 결합한 1960년대의 퓨전 재즈다. 그러나 퓨전의 적용 범위는 이보다 훨씬 넓다. 우리나라에서는 1990년대 중반부터 ‘된장 소스를 바른 프랑스식 닭구이’ 같은 국적 불명의 요리가 퓨전이라는 간판으로 유행을 타기 시작했고, 지금은 드라마, 영화, 건축 등 거의 모든 분야에서 퓨전이 ‘서로 다른 것을 섞어 새로운 문화 코드를 만들어 냄’의 의미로 쓰이고 있다. (중략)

지금 퓨전 바람은 역사 속의 문화 융합과는 사뭇 다르다. 과거에는 ‘귤화위지(橘化爲枳)’, 즉 남쪽의 귤을 북쪽에 심으면 탱자가 된다는 식의 변화와 통합이 주를 이루었다. 복도 중심의 서양식 아파트가 한국에서 거실 중심의 구조로 바뀐 것은 마당을 중심으로 방이 빙 둘러서는 한옥 형태에 적응한 결과다. 한국의 갈비가 바비큐 문화에 적응하여 엘에이 갈비로 거듭나고, 서양의 악기가 일본에 들어가 ‘트로트’라는 독특한 장르가 만들어진 것도 ‘귤이 탱자가 되는 식’의 융합 사례들이다. 생활의 필요 때문에 이질적인 문화 요소들이 자연스럽게 합치게 되었다는 뜻이다.

그러나 지금의 퓨전은 의도적인 융합 과정이다. 된장 소스는 부대찌개처럼 어쩔 수 없는 적응 과정에서 튀어나온 산물이 아니다. 현대 퓨전 문화의 특징은 ‘재미’를 추구하는 데 있다. 블록 장난감을 조립하는 아이처럼 서양과 동양, 전통과 과거, 장르와 장르를 섞어 색다르고 묘한 그 무엇을 만들어 내려 한다.

[바] Have you heard about a living library? Actually, a living library is not a building, but any space where people can meet. The books you borrow in a living library are not made of paper and ink, but flesh and blood: yes, they are real human beings. The concept of a living library was created in Europe, where people of many different races and nations live together in communities. This often causes strong feelings of prejudice against immigrants or racial minority groups. A youth NGO, called Stop the Violence, thought that getting to know people face-to-face would help to break down stereotypes and encourage understanding. In 2000, they began a living library in Denmark. People became books and were “lent out” to readers for 30 minutes.

The books of a living library come from all backgrounds and walks of life, but they all have one thing in common: for different reasons, they are often subjected to stereotyping or prejudice. Sometimes they are politicians, homeless people, feminists, or unknown entertainers. All the books are volunteers who wish to speak openly about their own life experiences. They usually wear

T-shirts printed with messages such as "Don't judge a book by its cover." Readers are anyone with curiosity, questions, and a real interest in learning about other people's lives. Through conversations with the "books," readers came to realize their own prejudices and misunderstandings. In fact, none of us are completely free from prejudice: we all have preconceived ideas about others. By attending a living library, readers can learn who those unfamiliar people really are.

[사] B국의 국수틀은 C국의 국수틀과 놀라울 정도로 닮았을 뿐만 아니라 국수틀의 오목하게 파인 구멍에 메밀 반죽을 넣고 온몸에 체중을 실어 압력을 가해 면을 뽑는 방식도 똑같았다. 차이점이 있다면 C국의 국수틀은 끓는 솥 위에 올려놓고 면을 뽑는 데 반해 B국의 국수틀은 그렇지 않다는 것이었다. 그 때문에 B국의 메밀국수는 C국의 메밀국수처럼 즉시 열에 응고되지 않아서 줄줄 나오지 않고 뚝뚝 잘렸다. 나는 C국의 메밀국수와 모양과 맛은 다르지만 면을 가공하는 방볍이 똑같은 B국의 메밀국수를 한 그릇 비우고 국수를 대접해 준 여인들과 함께 밖으로 나왔다. 그녀들에게 보여 줄 물건이 있었기 때문이다. 그 물건은 바로 C국의 할아버지가 만든 국수틀이었다. 나는 C국의 국수틀이라는 사실을 숨기고 이것이 무엇에 쓰는 물건인 것 같으냐고 물었다. 그러자 여인들은 단박에 국수틀이라는 것을 알아챘다. 이 국수틀을 이용해 국수를 만들어 보라고 권하자 그들은 한 치의 망설임도 없이 면발을 뽑아냈다.

그녀들에게 이 국수틀이 어디에서 온 것 같으냐고 묻자 옆 마을의 국수틀이 분명하다고 말했다. 그러다 내가 C국의 것이라고 말하자 매우 놀라워했다. 그러면서 방금 전까지 국수가 잘 뽑힌다며 국수틀에 대해 칭찬 일색이던 여인들이 국수틀에 대해 이런저런 불평을 늘어놓기 시작했다. 다른 이들도 마찬가지였다. 국수틀이 어디에서 온 것인지 알기 전에는 국수틀에 대해 아무 불평도 없던 사람들이 C국의 것이라는 사실을 알자 흠을 잡기 시작했다.

1 제시문 [가] ~ [다]를 읽고 다음 물음에 답하시오. [40점]

(1) 제시문 [가]의 '나[吾]'와 제시문 [나]의 '아(我)'를 비교하여 설명하시오. [20점]

(2) 제시문 [가]와 [나]의 저자의 관점에서 제시문 [다]의 '윤 직원 영감'을 각각 평가하시오. [20점]

2 제시문 [라]를 참고하여 제시문 [마]의 '퓨전'에 대한 인식의 구조를 분석하고, 제시문 [라]의 관점에서 제시문 [마]의 '퓨전'에 대해 평가하시오. [30점]

3 제시문 [바]의 'reader'와 제시문 [사]의 B국 사람들이 타 문화를 대하는 태도를 비교하시오. [30점]

2020학년도 수시 모의논술고사

논술고사 문제지 (인문계열Ⅱ)

소속고교		수험번호		성　명	

◆ 유 의 사 항 ◆

1. 시험시간은 100분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인

이 화 여 자 대 학 교

[1-2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

[가] 나는 이 책에서 자유에 관한 아주 간단명료한 단 하나의 원리를 천명하고자 한다. 이를 통해 사회가 개인에 대해 강제나 통제, 즉 법에 따른 물리적 제재 또는 여론의 힘을 통한 도덕적 강권을 가할 수 있는 경우를 최대한 엄격하게 규정하는 것이 이 책의 목적이다. 그 원리는 다음과 같다. 인간 사회에서는 개인이든 집단이든 다른 사람의 행동의 자유를 침해할 수 있는 경우는 오직 한 가지, 자기 보호를 위해 필요할 때뿐이다. 다른 사람에게 해를 끼치는 것을 막기 위한 목적이라면, 당사자의 의지에 반해 권력이 사용되는 것도 정당하다고 할 수 있다. 이 유일한 경우를 제외하고는 문명 사회에서 구성원의 자유를 침해하는 그 어떤 권력의 행사도 정당화될 수 없다. 본인 자신의 물리적 또는 도덕적 이익을 위한다는 명목 아래 간섭하는 것도 일절 허용되지 않는다. 당사자에게 더 좋은 결과를 가져다주거나 더 행복하게 만든다고, 본인의 의사와 관계없이 무슨 일을 시키거나 금지해서는 안 된다. 선한 목적에서라면 그 사람에게 충고하고, 논리적으로 따지며, 그 사람을 설득하면 된다. 그것도 아니면 간청할 수도 있다. 그러나 말을 듣지 않는다고 강제하거나 위협을 가해서는 안 된다. 그런 행동을 억지로라도 막지 않으면 다른 사람에게 나쁜 일을 하고 말 것이라는 분명한 근거가 없는 한, 결코 개인의 자유를 침해해서는 안 되는 것이다. 다른 사람에게 영향을 주는 행위에 한해서만 사회가 간섭할 수 있다. 이에 반해 당사자에게만 영향을 미치는 행위에 대해서는 개인이 당연히 절대적인 자유를 누려야 한다. 자기 자신, 즉 자신의 몸이나 정신에 대해서는 각자가 주권자인 것이다.

[나] "아니요, 당신은 자유롭지 않아요. 당신이 묶인 줄은 다른 사람들이 묶인 줄과 다르지 모릅니다. 그것뿐이오. 두목, 당신은 긴 줄 끝에 있어요. 당신은 오고 가고, 그리고 그걸 자유라고 생각하겠지요. 그러나 당신은 그 줄을 잘라 버리지 못해요. 그런 줄을 자르지 않으면……."

"언젠가는 자를 거요."

내가 오기를 부렸다. 조르바의 말이 정통으로 내 상처를 건드려 놓았기 때문이다.

"두목, 어려워요. 아주 어렵습니다. 그러려면 바보가 되어야 합니다. 바보, 아시겠어요? 모든 걸 도박에다 걸어야 합니다. 하지만 당신에게 좋은 머리가 있으니까 잘은 해 나가겠지요. 인간의 머리란 식료품 상점과 같은 거예요. 계속 계산합니다. 얼마를 지불했고 얼마를 벌었으니까 이익은 얼마고 손해는 얼마다! 머리만 좀스러운 가게 주인이지요. 가진 걸 다 걸어 볼 생각은 않고 꼭 예비금을 남겨 두니까. 이러니 줄을 자를 수 없지요. 아니, 아니야! 더 붙잡아 맬 뿐이지……. 이 잡것이! 줄을 놓쳐 버리면 머리라는 이 병신은 그만 허둥지둥합니다. 그러면 끝나는 거지. 그러나 인간이 이 줄을 자르지 않을 바에야 살맛이 뭐 나겠어요? 노란 카밀러 맛이지. 멀건 카밀러 차 말이오. 럼주 같은 맛이 아니오. 잘라야 인생을 제대로 보게 되는데!"

[다] 모든 사회 집단은 그것을 형성하는 개인들 간의 관계에 비하여 충동을 견제하고 극복할 만한 이성이 부족하며, 다른 사람의 입장을 헤아릴 만한 능력도 미비한 상태에서 끝없는 이기심을 드러낸다. 그런 만큼 사회 집단이 개인보다 비도덕적인 이유 중 하나는 자연적 충동을 억제할 만큼 강력한 합리적 사회 세력을 만드는 것이 어렵기 때문이라고 할 수 있다.

개인적 이기심은 개별적으로는 점잖게 드러나지만, 이것이 집단적으로 드러날 때에는 더욱 이기적인 모습을 띤다. 왜냐하면, 개인들의 이기적 충동은 개별적으로 드러날 때보다 하나의 집단적 충동으로 결합하여 드러날 때 더욱 생생하고 누적된 상태로 표출되기 때문이다. 도덕주의자들의 견해에 따르면, 개인의 이기심은 합리성의 발전이나 종교적 선의지의 성장 때문에 점진적으로 견제되고 있으며, 이러한 과정이 계속 진행되어야 모든 인간 사회와 집단이 사회적 조화를 이룰 수 있다고 한

다. 하지만 이러한 가정에 바탕을 둔 사회 분석과 예측은 결국 우리 시대에 매우 심각한 도덕적・정치적 혼란을 가져왔다. 이들은 인간의 집단적 행동이 자연의 질서에 속하지만 이것을 이성이나 양심으로 완전하게 통제할 수 없도록 만드는 요소들을 제대로 파악하지 못하고 있기 때문이다. 그리하여 이들은 인간 사회의 정의를 획득하기 위한 싸움에 정치가 필요하다는 점을 간과해 왔다. 또한 이들은 어떠한 형태로든 집단적 힘이 약자를 착취할 경우, 그것에 대항하는 세력이 형성되지 않는 한 그 힘이 절대 사라지지 않을 것이라는 사실을 간파하지 못하고 있다.

[라] 항상 당신이 첫 번째 사람이 되어 움직일 수는 없다. 우리를 제약하고 있는 많은 조건은 우리가 집단의 틀을 깨고 상황을 바꾸는 것을 방해한다. 그러나 첫 번째 사람이 나타난 뒤에 다시 두 번째 사람, 그리고 마지막 세 번째 사람이 나타나면 상황은 바뀐다. 당신은 첫 번째 행위자가 될 수 없을지 모르지만, 세 번째 사람이 되어 변화를 촉진할 수는 있다. 그 작은 행동은 때로 사람의 생명을 구하는 엄청난 일을 해 내기도 한다. (중략)

그랬다. 그곳에는 안타까움에 손을 얹은 처음 한 사람, 혹시나 하고 손을 보탠 또 한 사람, 그리고 구할 수 있을 거라는 희망을 안은 세 번째 사람이 있었다. 누군가의 목숨이 위태로운 상황에서 한 생명을 구할 수 있었던 힘은 세 사람의 행동에서 비롯되었다. 사람들은 그들을 따라 손을 보태기 시작했고, 누가 시키지도 않았지만 구령까지 맞춰 전동차를 밀었다. 어찌할 바를 모르고 서 있던 사람들에게 세 사람의 행동이 어떤 선택을 하게 만든 것이다. 세 사람만 있으면 이렇게 상황을 바꾸는 인간 띠를 만들 수 있다.

여기에서 지하철 타는 곳 내에 있던 사람들은 그 자체로 하나의 상황, 즉 집단이었다고 생각할 수 있다. 이런 집단 내에서 모두가 방관(傍觀)하거나 움직이려 하지 않을 때, 가장 먼저 움직인 사람은 일탈자(逸脫者)의 역할을 한다. 그리고 이 사람의 행동이 올바르다고 판단되면 여기에 동조(同調)하는 사람이 생겨난다. 행동으로 옮기는 사람이 세 사람이 되었을 때 집단을 움직이는 힘은 폭발적으로 증가하고, 결국에는 33톤 전동차를 움직이는 기적을 일으키게 되는 것이다. (중략)

우리는 상황에 지배당하는 평범한 인간이지만 상황을 긍정적으로 바꾸는 것 역시 우리라는 사실을 잊어서는 안 된다. “인간은 상황에 지배당한다.” 라는 말은 언제든 “인간이 상황을 지배한다.” 로 바뀔 수 있다. 그 일을 해 내는 건 다름 아닌 우리이다.

[마] 저는 모든 군주들이 잔인하지 않고 인자하다고 여겨지기를 더 원해야 한다고 생각합니다. 그렇지만 군주는 자비를 부적절한 방법으로 베풀지 않도록 주의해야 합니다. 체사레 보르자는 잔인하다고 여겨졌지만, 그의 엄격한 조치들은 로마냐 지방의 질서를 회복시켰고, 그 지역을 통일하였으며, 또한 평화롭고 충성스러운 지역으로 만들었습니다. 보르자의 행동을 잘 생각해 보면, 잔인하다는 평판을 듣는 것을 피하려고 피스토이아가 사분오열되도록 방치한 피렌체 인들과 비교해 볼 때, 그가 훨씬 더 자비롭다고 할 수 있습니다. 따라서 현명한 군주는 자신의 신민들의 결속과 충성을 유지할 수 있다면 잔인하다는 비난을 받는 것을 우려해서는 안 됩니다. 왜냐하면 지나친 자비로움으로 무질서를 방치하여 많은 사람이 죽거나 약탈당하게 하는 군주보다 소수의 몇몇을 시범적으로 처벌함으로써 기강을 바로잡는 군주가 실제로는 훨씬 더 자비로운 셈이 될 것이기 때문입니다. 전자는 공동체 전체에 해를 끼치는 데에 반해, 군주가 명령한 처형은 단지 특정한 개인들만을 해치는 데에 불과합니다. (중략)

이것은 인간 일반에 대해서 말해 줍니다. 즉, 인간이란 은혜를 모르고 변덕스러우며 위선적인 데다 기만에 능하며 위험을 피하려고 하고 이익에 눈이 어둡습니다. 당신이 은혜를 베푸는 동안에는 사람들 모두 당신에게 온갖 충성을 바칩니다. 이미 말한 것처럼, 당신에게 막상 그럴 필요가 별로 없을 때에도, 사람들은 당신을 위해서 피를 흘리고, 자신의 소유물, 생명, 그리고 자식마저도 바칠 것처럼 행동합니다. 그렇지만 당신이 정작 그러한 것들을 필요로 할 때면 그들은 등을 돌립니다. 따라서 전적으로 그들의 약속을 믿고 다른 대책을 소홀히 한 군주는 몰락을 자초할 뿐입니다. 인간은 두려움을 불러일으키는 자보다 사랑을 베푸는 자를 해칠 때에 덜 주저합니다. 왜냐하면 사랑이란 일종의 감사의 관계에 의해서 유지되는데, 인간은 악하기 때문에 자신의 이익을 취할 기회가 생기면 언제나 그 감사의 상호 관계를 팽개쳐 버리기 때문입니다. 그러나 두려움은 항상 효과적인 처벌에 대한 공포로써 유지되며, 실패하는 경우가 결코 없습니다.

1

제시문 [가] ~ [다]를 읽고 다음 물음에 답하시오. [40점]

(1) 제시문 [가]의 관점에서 제시문 [나]의 조르바가 말하는 자유에 대해 논하시오. [20점]

(2) 제시문 [가]와 제시문 [다]에 나타난 사회의 성격을 비교하시오. [20점]

2

제시문 [라]와 제시문 [마]의 저자가 공동체 구성원의 위상을 어떻게 보는지 대비하여 논하시오. [30점]

3

다음 글을 읽고 물음에 답하시오. [30점]

자유 무역 정책은 정부가 인위적으로 수출이나 수입에 제한을 가하지 않는 정책을 말한다. 무역이 자유롭게 이루어질 경우 무역 당사국 모두 이익을 얻을 수 있다는 것이 대다수 경제학자들의 공통된 견해이다. 이를 뒷받침하는 이론 중 하나가 비교 우위론이다. A국과 B국이 귤과 바나나 두 상품을 생산할 수 있을 경우, A국이 귤을 생산하기 위해 포기해야 하는 바나나의 양이 B국이 귤을 생산하기 위해 포기해야 하는 바나나의 양보다 적다면, A국은 귤 생산에서 B국에 비해 비교 우위를 가진다. 각 국가가 비교 우위를 가진 상품만을 생산하여 수출하고, 비교 우위를 갖지 않은 상품을 수입하면 두 국가 모두 무역이 없는 경우보다 더 많은 이득을 얻을 수 있다는 이론이 비교 우위론이다.

보호 무역 정책은 관세와 수량 제한은 물론 여러 가지 정부 규제를 통하여 국가 간 무역을 제한하는 정책을 말한다. 국내 산업 보호, 상대국의 불공정 무역에 대한 대항, 그리고 국가 안보나 사회적 여론 등 다양한 이유로 보호 무역 정책이 제안되고 또 시행되고 있다. 보호 무역 정책은 보통 관세 장벽과 비관세 장벽이라는 무역 장벽을 활용한다. 관세는 국내에 수입되는 다른 나라 상품에 부과하는 세금을 말한다. 비관세 장벽으로는 수입을 억제하기 위해 수입품의 수량을 직접 제한하는 수입 할당제, 자국의 수출 산업을 키우기 위해 지급되는 수출 보조금, 기술 규제, 환경 기준 규제 등이 있다.

오른쪽 표는 각국의 노동자 한명이 한 재화에 특화하여 생산할 때 생산가능한 양을 보여 준다. 표에 따르면 갑국 노동자 한 명이 컴퓨터만을 생산한다면 컴퓨터 3대를 생산할 수 있고, 쌀만을 생산한다면 쌀 2kg을 생산할 수 있다. 갑국과 을국에는 각각 100명의 노동자가 있으며, 한 국가 내의 모든 노동자는 같은 생산 능력을 갖고 있다고 가정하자.

	갑국	을국
컴퓨터 (대)	3	6
쌀 (kg)	2	2.5

(1) 각국이 비교 우위를 가진 상품만을 생산한 후 쌀 1kg당 컴퓨터 2대의 비율로 무역을 한다고 하자. 무역이 이루어진 후 각 국가는 가지고 있는 상품들을 모두 소비하며, 갑국과 을국의 노동자들이 한 명당 소비하는 쌀의 양이 1kg이어야 한다고 하자. 이러한 자유 무역 하에서 갑국이 을국으로 수출하는 상품의 종류와 수량 및 갑국이 을국으로부터 수입하는 상품의 종류와 수량을 각각 구하고, 갑국과 을국이 최종적으로 소비하는 쌀과 컴퓨터의 수량을 각각 구하시오. [10점]

(2) 갑국과 을국 간 무역 분쟁으로 인해 서로 상대국에서의 상품 수입을 전면적으로 금지하여 무역이 완전히 중단되었으며, 이 경우 각국은 노동력의 재분배를 통해 필요한 상품을 바로 국내에서 생산할 수 있다고 하자. 갑국과 을국의 노동자 한 명당 소비하는 쌀의 양이 여전히 1kg이 되도록 생산할 때, 갑국과 을국이 생산하는 컴퓨터의 양을 각각 구하고, 자유 무역이 이루어지는 (1)의 경우에 비해 갑국과 을국의 컴퓨터 소비량이 어떻게 바뀌는지를 각각 구하시오. [10점]

(3) 갑국과 을국 간 빈번한 영토 분쟁으로 인해 무역 전쟁 및 그에 따른 무역의 전면 중단 가능성이 상존하며, 무역 전쟁의 발발로 인해 예기치 못하게 모든 무역이 중단될 경우 노동력의 재분배를 통해 필요한 상품을 바로 국내에서 생산하는 것이 불가능하다고 가정하자. (예를 들어 쌀을 생산하는 데 몇 달의 시간이 필요하며, 컴퓨터의 경우에도 공장 설립 등에 상당한 시간이 소요된다.) 이러한 사실이 자유 무역 정책을 찬성하는 쪽의 논거로 쓰일지, 혹은 보호 무역 정책을 찬성하는 쪽의 논거로 쓰일지에 대해 논하시오. [10점]

2020학년도 수시 모의논술고사

논술고사 문제지 (자연계열Ⅰ)

소속고교		수험번호		성 명	

◆ 유 의 사 항 ◆

1. 시험시간은 100분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인

이 화 여 자 대 학 교

1 [35점]

(1) 수학적 귀납법을 이용하여 n이 자연수이고 x가 -1보다 같거나 큰 실수이면 다음의 부등식이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

(2) n이 1보다 큰 홀수이고 $x \geq -2$이면 다음이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

(3) $x > -1$이면 다음이 성립함을 보여라.

$$0 < r < 1 \text{ 이면 } (1+x)^r \leq 1+rx$$

$$r < 0 \text{ 또는 } r > 1 \text{ 이면 } (1+x)^r \geq 1+rx$$

2 좌표공간에 중심이 $\mathrm{C}(0,0,10)$이고 반지름이 1인 구를 S라고 하자. 점 C의 위치벡터를 $\vec{c}$라 하고, 점 C를 지나고 단위벡터 $\vec{n}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$와 평행한 직선을 l이라 하자. 실수 t에 대하여 벡터 $\vec{c}+t\vec{n}$을 위치벡터로 갖는 점 A_t를 지나고 l에 수직인 평면을 P_t라고 하자. [35점]

(1) 평면 P_t와 구 S가 한 개보다 많은 점에서 만나도록 하는 t의 범위를 구하고, 이 범위 안의 실수 t에 대하여, S와 P_t가 만나서 생기는 원 W_t의 반지름의 길이를 $f(t)$라고 할 때, $f(t)$를 구하여라.

(2) 문제(1)에서 구한 범위 안의 실수 t에 대하여, 구 S로 둘러싸인 영역을 평면 P_t가 두 부분으로 나눈다. 이 두 부분의 부피를 구하여 t에 관한 식으로 표현하여라.

(3) $f(t)$가 $t=t_0$에서 최대라 할 때 평면 P_{t_0}로 나누어진 구 S의 조각 중 점 $(0,0,11)$을 포함하는 조각을 xy평면으로 정사영하여 얻어지는 도형의 넓이를 구하여라(단, 이 조각은 원 W_{t_0}를 포함하는 것으로 생각함).

3 좌표평면에 길이 10인 선분을 $I=\{(x,0)\,|\,-5\le x\le 5\}$로 정하고 선분 밖에 있는 점 P와 선분 I의 두 점 A,B가 이루는 각을 $\angle \mathrm{APB}=\theta\ (0\le\theta<\pi)$라고 할 때 다음 물음에 답하여라. [30점]

(1) 선분 밖의 점 P가 y축의 점이고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 J라 하자. 집합 $J\cup\{(0,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.

(2) 선분 I의 양 끝점 $(-5,0)$, $(5,0)$와 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되는 선분 밖의 점 P의 집합을 S라 하자.
집합 $S\cup\{(-5,0),(5,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.

(3) 선분 밖의 점 P가 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P를 집합 V의 원소라 하자. 집합 $V\cup I$를 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

2020학년도 수시 모의논술고사

논술고사 문제지 (자연계열Ⅱ)

소속고교		수험번호		성 명	

◆ 유 의 사 항 ◆

1. 시험시간은 100분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인

이 화 여 자 대 학 교

1 [35점]

(1) 수학적 귀납법을 이용하여 n이 자연수이고 x가 -1보다 같거나 큰 실수이면 다음의 부등식이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

(2) n이 임의의 자연수일 때, 위의 부등식을 이용하여 다음이 성립함을 보여라.

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \leq \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}$$

(3) 임의의 두 자연수 m과 n에 대하여 다음이 성립함을 보여라.

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < \left(1+\frac{1}{m}\right)^{m+1}$$

(4) n이 임의의 자연수일 때, 다음이 성립함을 보여라.

$$2 \leq \left(1+\frac{1}{n}\right)^n < 3$$

2 좌표공간에 중심이 $\mathrm{C}(0,0,10)$이고 반지름이 1인 구를 S라고 하자. 점 C의 위치벡터를 $\vec{c}$라 하고, C를 지나고 벡터 $\vec{v}=(1,1,1)$와 평행한 직선을 l이라 하자. 실수 t에 대하여 벡터 $\vec{c}+t\vec{v}$를 위치벡터로 갖는 점 $\mathrm{A_t}$를 지나고 l에 수직인 평면을 P_t라고 하자. [35점]

(1) 평면 P_t와 구 S가 한 개보다 많은 점에서 만나도록 하는 t의 범위를 구하고, 이 범위 안의 실수 t에 대하여, S와 P_t가 만나서 생기는 원 W_t의 반지름의 길이를 $f(t)$라고 할 때, $f(t)$를 구하여라.

(2) 문제(1)에서 구한 범위 안의 실수 t에 대하여, 구 S로 둘러싸인 영역을 평면 P_t가 두 부분으로 나눈다. 이 두 부분의 부피를 구하여 t에 관한 식으로 표현하여라.

(3) $f(t_0)=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$인 양수 t_0에 대하여 평면 P_{t_0}로 나누어진 구 S의 조각 중 평면 P_{t_0}에서 벡터 $\vec{v}$ 방향에 위치한 조각을 xy평면으로 정사영하여 얻어지는 도형의 넓이를 구하여라(단, 이 조각은 원 W_{t_0}를 포함하는 것으로 생각함).

3 좌표공간에 길이 10인 선분을 $I=\{(x,0,0)\mid -5\le x\le 5\}$로 정하고 선분 밖에 있는 점 P와 선분 I의 두 점 A,B가 이루는 각을 $\angle\mathrm{APB}=\theta\ (0\le\theta<\pi)$라고 할 때 다음 물음에 답하여라. [30점]

(1) 선분 밖의 점 P가 y축의 점이고 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 J라 하자. 집합 $J\cup\{(0,0,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.

(2) 선분 밖의 점 P가 yz평면에 있고 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I위의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 S라 하자. 집합 $S\cup\{(0,0,0)\}$이 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

(3) 선분 밖의 점 P가 xy평면에 있고 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I위의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 U라 하자. 집합 $U\cup I$이 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

2020학년도 수시 모의논술고사 출제의도 및 우수답안 분석

I. 전반적인 출제의도 및 특징

2020학년도 본교의 모의논술고사는 고등학생들이 정규 교육과정을 통해 학습한 다양한 지적 능력을 체계적이며 종합적으로 측정할 수 있는 문제들을 출제하여 입학 전형의 요소로 활용하고자 하였다. 논술고사는 인간과 사회에 대한 심층적이면서도 현실적이고 구체적인 문제의식을 수험생들이 가지고 있는지, 주어진 문제를 이해하면서 다양한 제시문의 내용을 파악하고 서로 다른 주장의 핵심을 비교할 수 있는지, 그리고 주어진 문제의 요구사항을 올바로 이해하면서 답안을 작성할 수 있는지 등을 종합적으로 묻고자 하였다. 이를 위해 고등학교 교과서에 수록된 동서고금의 고전, 문학작품, 사회비평 등을 활용한 문제를 출제하였다. 주요 제시문들이 고교 교과과정을 충실하게 이수한 학생들에게 친숙하면서도 평이한 내용을 담고 있지만 논술 문제는 수험생들이 기존의 교과과정을 학습하면서 그 응용 능력을 충분하게 배양해 왔는지 가늠할 수 있는 정도의 변별력을 가지도록 난이도를 조절하였다. 이처럼 본교의 논술고사는 모든 제시문의 소재와 주제를 고등학교 교육과정 내에 국한시키며, 별도의 선행지식이나 교과 이외의 학습에 대한 부담 없이도 답안을 작성할 수 있도록 문제를 준비함으로써 고교 교육 정상화에 일조하고자 하였다.

Ⅱ. 문제의 구성

본교의 논술고사는 기본적으로 통합논술의 성격을 지닌다. 특정 주제와 관련하여 수험생들이 인문학적 이해 능력과 사회과학적 분석 능력을 갖추고 있는가를 측정하며, 이에 더하여 통합적 사고, 비교 및 대비 능력, 표현 능력 등을 갖추고 있는가를 살피는 데 목표를 두고 있다. 인문Ⅰ 모의논술고사는 인문학적 소양과 사고 능력을 제대로 갖추고 있는가를 묻는 3개의 문항으로 구성되어 있으며, 이를 위해 1개의 영어 제시문을 포함하여 총 7개의 제시문이 활용되었다. 인문Ⅱ 모의논술고사에서는 수험생들의 종합적 이해 능력을 진단하는 2개의 큰 문항(이중 1개의 문항은 2개의 소문항으로 구성)과 논리적 추론 능력을 묻는 1문항(3개의 소문항으로 구성)을 합하여 총 3문항이 출제되었으며, 이를 위해 총 5개의 제시문이 활용되었다.

자연Ⅰ, Ⅱ 논술고사는 부등식, 다항함수, 로그함수, 미분과 적분, 함수의 미분 및 정적분 등 고등학교 교육과정에서 다루는 기본적인 개념을 이해하고 이를 종합적으로 활용하여 해결할 수 있는 문제들로 구성되었다. 각 문제당 3-4개의 하위 문제가 제시되어 사고를 발전시켜나가는 방식으로 출제되었다.

Ⅲ. 유형별 문항분석

1. 인문 I

■ 제시문 소개

제시문 [가]는 정약용의 「수오재기」에서 발췌한 글이며, 글쓴이의 큰형이 자신의 집에 ‘수오재’라고 이름 붙인 것에 대해 글쓴이가 생각하고 깨달은 내용을 담고 있다. (출처: 『문학』, 비상교과서, 202-205쪽)

제시문 [나]는 신채호의 「조선상고사」에서 발췌한 글이며, 글쓴이가 역사의 정의와 조선 역사의 범위를 설명하는 부분이다. (출처: 『고전』, 교학사, 291-295쪽)

제시문 [다]는 채만식의 「태평천하」에서 발췌한 글이며, 글쓴이가 재산에만 집착하고 일제 강점기를 태평천하로 여기며 사회주의자를 ‘부랑당 패’로 생각하는 윤 직원 영감을 풍자하고 있다. (출처: 『문학』, 좋은책신사고, 148-154쪽)

제시문 [라]는 김용석의 ‘열린사회의 신화’에서 발췌 및 재구성하였다. 인간 사회가 점차 ‘닫힌사회’에서 ‘열린사회’로 변화하고 있다고 보고, 우리 사회에서 많이 쓰이고 있는 ‘열린사회’라는 개념에 대해 깊이 있게 살핀 글이다. (출처: 『독서와 문법』, 비상교육, 181-184쪽)

제시문 [마]는 안광복의 ‘퓨전 문화: 문화 창조의 원리인가, 문화 고갈의 주범인가’에서 발췌하였다. ‘퓨전’이 가지는 긍정적 기능과 창조성에 주목하여 의도적인 문화 간 융합 현상을 다루고 있는 이 글에서는 여러 예를 통해 ‘퓨전’의 특성, 유사한 흐름들, 그리고 퓨전의 효과에 대해 다양하게 살피고 있다. (출처: 『독서와 문법』, 창비, 226-227쪽)

제시문 [바]는 고등학교 영어교과서의 ‘A Living Library’라는 장에서 발췌 및 재구성하였다. 유럽처럼 다문화, 다인종이 함께 모여 사는 사회에서, 다양한 문화적 배경을 가진 사람들이 직접 ‘책’이 되어 자신에 대해 알고자 하는 이들과 실제 만나 소통하며 편견을 극복하는 ‘살아있는 도서관’을 소개한다. (출처: 『High School English II』, 천재교육, 99-106쪽)

제시문 [사]는 이욱경의 ‘국수, 아시아의 부엌을 잇다’라는 장에서 발췌 및 재구성하였다. 서로 다른 두 나라에서 사용되는 생김새가 비슷한 국수틀을 중심으로 사람들이 얼마나 쉽게 피상적 정보에 의하여 타문화에 대한 편견을 갖게 되는지를 보여준다. 타문화에 대한 편견의 형성 및 극복의 과정을 책읽기라는 비유법을 통해 성찰해 볼 수 있는 문제이다. (출처: 『독서와 문법』, 창비, 292-294쪽)

[문제1] 제시문 [가] ~ [다]를 읽고 다음 물음에 답하시오. [40점]
(1) 제시문 [가]의 ‘나[吾]’와 제시문 [나]의 ‘아(我)’를 비교하여 설명하시오. [20점]
(2) 제시문 [가]와 [나]의 저자의 관점에서 제시문 [다]의 ‘윤 직원 영감’을 각각 평가하시오. [20점]

■ 출제의도

이 문항은 역사 속 우리 선조들의 글 속에서 ‘나’를 이해하는 다양한 방식을 읽어내고, 이를 비교 분석할 수 있는지 평가한다. ‘나’와 ‘세계’에 대한 각기 다른 인식에 따라 개인이 대면한 갈등을 해결하는 서로 다른 방식을 읽어낼 수 있는지 평가한다. 아울러 문항 1에서 도출된 각 저자의 관점을 적용하여 한국 현대 소설 속의 한 인물의 말과 행동을 분석하도록 한다. 이를 통해 각 저자의 관점에 대해 정확하게 이해하였는지 또 이를 구체적 사례에 적용하여 분석할 수 있는지 측정한다.

■ 우수답안

(1) 제시문 [가]와 [나]의 ‘나[吾]’와 ‘아(我)’는 모두 ‘세계 만물과 나[吾]’ 또는 ‘비아와 아(我)’ 등 양자 구도 속에서 인식되었다. 또한 두 글의 저자 모두 나[吾]와 아(我)를 지켜야할 대상으로 파악하고 있다. 제시문 [가]의 저자는 나[吾]를 가장 잃어버리기 쉬운 존재로 이해하고 굳게 지켜야 할 대상으로 파악한다. 제시문 [나]의 저자는 선천적인 것이든 후천적인 것이든 아(我)는 모두 지키고 유지해야 하는 것으로 생각하며 그렇지 않으면 패망한다고 강조한다.

그러나 제시문 [가]의 나[吾]는 천하의 만물과 대비되는 고정적인 나를 지칭하는 개념이다. 또 천하의 만물은 달아나지 않아 지킬 것이 없으나 나[吾]는 가장 잃어버리기 쉬운 존재이므로 굳게 지켜야 한다고 강조하면서, 갈등의 해결을 나[吾]에게서 찾아 나[吾]를 지키는 스스로의 깨달음과 성찰을 드러내었다. 반면, 제시문 [나]의 아(我)는 비아와 대비되는 상대적인 개념이다. 또 미래 역사의 생명을 이어가기 위해서는 아(我)가 비아를 정복하여 아(我)를 드러내야 한다고 강조하면서, 아(我)의 비아에 대한 투쟁의 자세를 촉구하여 인류 역사의 전개 원리를 설명하는 맥락에서 아(我)를 제시하였다.

(2) [가]의 저자의 관점에서 보면, 윤 직원 영감의 말과 행동은 겉으로 보기에 윤 직원 영감이 자기 집안을 지키는 행위 같아 보이지만 실제로는 자기의 재산과 집안의 안위를 추구하는 개인의 욕망에 따른 행위로서, 결국 자기를 지키지 못한 행위이다. 즉, 개인의 깨달음과 성찰의 측면에서 윤 직원 영감을 자기를 잃은 자로 평가할 수 있다.

한편, [나]의 저자의 관점으로 보면, 윤직원 영감이 당시 현실을 ‘좋은 세상’ 또는 ‘태평천하’로 말하고 있는 것은 그가 ‘아’와 ‘비아’에 대해 잘못 인식한 결과이다. 그리하여 윤 직원 영감이 재산을 지키고 집안의 안위를 지키는 ‘아’를 드러내는 행위는 ‘비아’를 정복하는 것이 아니므로 미래 역사의 생명을 이어갈 수 있는 행위가 아니다. 즉, 당시의 역사적 현실을 고려하여 윤 직원 영감은 승리자가 될 수 없을 것이라 평가할 수 있다.

■ 우수답안 분석

(1) 제시문 [가]의 ‘나[吾]’와 제시문 [나]의 ‘아(我)’에 대한 공통점과 차이점을 정확히 제시하였다. 공통점으로, 각 저자는 양자 구도 속에서 나[吾]와 아(我)를 인식하였고, 또 이를 지켜야할 대상으로 파악한 것을 서술하였다. 차이점으로, 전자는 고정적인 개념이고 후자는 상대적인 개념이며, 전자는 갈등의 해결을 나[吾]에게서 찾아 나[吾]를 지키는 스스로의 깨달음과 성찰을 드러내었고, 후자는 아(我)의 비아에 대한 투쟁의 자세를 촉구하여 인류 역사의 전개 원리를 설명하는 측면에서 아(我)를 인식한 점을 정확히 지적하였다.

(2) 제시문 [다]의 윤 직원 영감에 대해, [가]의 저자의 관점에서 욕망을 쫓아 스스로를 잃어버린 윤 직원 영감의 행동을 평가하였다. 또, [나]의 저자의 관점에서 아와 비아에 대한 잘못된 인식의 결과 윤 직원 영감의 아를 드러내는 행위는 미래 역사의 생명을 이어갈 수 있는 행위가 아니라고 평가하였다. 전자는 개인의 깨달음과 성찰의 측면에서, 후자는 당시의 역사적 현실을 고려해서 윤 직원 영감의 말과 행동을 평가하였다.

[문제2] 제시문 [라]를 참고하여 제시문 [마]의 ‘퓨전’에 대한 인식의 구조를 분석하고, 제시문 [라]의 관점에서 제시문 [마]의 ‘퓨전’에 대해 평가하시오. [30점]

■ 출제의도

이 문항은 한 편의 글을 읽고 그 내용을 정확히 분석하는 능력과, 특정한 관점으로 다른 현상이나 사유를 평가하는 능력을 확인하기 위하여 출제하였다. 제시문 [라]는 인간 사회가 점차 ‘닫힌사회’에서 ‘열린사회’로 변화하고 있다고 보고, 우리 사회에서 많이 쓰이고 있는 ‘열린사회’라는 개념에 대해 깊이 있게 살핀 글이다. 특히 이질적인 타자를 바로 ‘우리’로 동일화하는 태도의 문제점을 지적하고, ‘너’라는 대상을 ‘나’와 동등한 소우주의 하나로 인식해야 하며, ‘너’와 ‘나’를 있는 그대로 인정하는 다양성과 개방성이 바람직한 ‘우리’에 꼭 필요함을 주장하고 있다. ‘나-우리’의 이분법적 인식 대신 ‘나-너-우리’로 이루어지는 삼원적 인식이 수반될 때 바람직한 ‘열린사회’ 또는 ‘우리’에 이를 수 있음을 강조하여, 타자와의 만남이나 다른 문화를 대할 때 필요한 우리의 자세를 설득력 있게 제시하였다. 제시문 [마]는 ‘퓨전’이 가지는 긍정적 기능과 창조성에 주목하여 의도적인 문화 간 융합 현상을 다루고 있다. 이 글에서는 여러 예를 통해 ‘퓨전’의 특성, 유사한 흐름들, 그리고 퓨전의 효과에 대해 다양하게 살피고 있다.

그러나 제시문 [라]의 관점에서 본다면, 제시문 [마]의 내용은 두 문화가 섞여서 탄생하는 ‘우리’에만 주목할 뿐, 원래의 문화와 새로운 문화는 어떻게 변화하게 되는지, 새로운 탄생 가운데 원 문화들이 위축되거나 소멸되지는 않는지, 그리고 둘 사이의 바람직한 관계가 어떠해야 하는지에 대해서는 충분히 살피지 못하고 있다.

이 문항의 출제 의도와 같이, 한 편의 글의 기반을 이루고 있는 인식의 구조를 정확히 분석하고, 하나의 관점으로 다른 글을 비판적으로 읽는 경험을 축적해 간다면 통해 보다 합리적이고 생산적인 소통 능력을 키울 수 있을 것이다.

■ 우수답안

제시문 [마]의 ‘퓨전’ 현상은 한 문화에 다른 문화를 의도적으로 융합하는 현상이다. 역사 속의 문화 융합은 이질적인 문화들이 만나 자연스럽게 적응을 한 결과 나타나는 변화인 데 반해, 이 글에서 다루고 있는 퓨전 현상은 ‘재미’와 ‘색다름’의 효과를 기대하면서 의도적으로 상이한 문화들을 섞는 것이다.

제시문 [라]에서는 한 문화가 다른 문화를 만나는 경우 상대 문화의 고유함과 가치를 실체적으로 존중하는 가운데 그에 대한 ‘열림’의 태도를 취해야 바람직한 ‘우리’에 이를 수 있다고 본다. 그러한 ‘너’에 대한 인식이 결여된 상태로 곧바로 ‘너’와 함께 ‘우리’가 되어야 한다고 할 경우에는 적지 않은 문제들이 일어날 수 있다. 즉 타자에 대해 ‘나 - 우리’의 이항 대립 구조의 인식에 그쳐서는 타자를 인정하고 수용하는 ‘열린사회’에 이르기 어렵다. 큰 흐름에서 볼 때 역사는 열림의 중요성을 강조하는 쪽으로 전개되어 왔지만, 그 열림은 추상적 열린사회가 아니라 개별 문화의 특성을 유지하는 가운데 다른 문화에 개방적 자세를 취하는 문화들로 이루어진 다원화 사회의 열림이어야 한다.

제시문 [마]는 각 문화의 고유성과 가치보다는 여러 문화가 섞여서 나타나는 ‘재미’나 ‘새로움’을 중시하는 태도이다. 제시문 [라]의 관점에서 본다면 제시문 [마]는 ‘나–너–우리’로 이어지는 삼원적 인식보다는 ‘나’와 ‘너’의 경계를 허물어 버림으로써 얻게 되는 새 것에 주목하고 있으며, 이는 ‘옛 것(섞임 이전)–새 것(섞임 이후)’의 이항 대립적 구조에 바탕을 둔 인식이라고 할 수 있다. ‘퓨전’은 분명히 새로운 문화 창조의 원동력으로 작용할 가능성이 크다. 그렇지만 각 문화의 개별성을 존중하면서 조화로운 새로움을 꾀하는 ‘나–너–우리’의 삼원적 인식에 이르지 못하고 섞임 이후의 새로움에만 치중하는 ‘우리’ 중심의 시각에 치중하다 보면 ‘너’의 고유성과 가치를 가볍게 여기게 될 수 있다. 나아가 퓨전이 지나치게 횡행하면, 개별 문화들이 위축되거나 소멸될 가능성도 배제할 수 없다. 개별 문화의 특성을 존중하고 살리는 가운데 얻게 되는 새로움이야말로 열린 만남으로 얻게 되는 다양성의 새로움의 요체가 될 것이다.

■ 우수답안 분석

이 답안은 문항에서 요구한 두 가지 사항에 대해 적절한 답을 제시하였다. 우선 이 답안은 제시문 [라]와 [마]의 내용을 간략히 정리하고, 각 글의 요지를 파악하여 제시한다. 이어 문항에서 요구한 대로 제시문 [라]에서 보인 ‘너’에 대한 ‘인식’이나 ‘이항 대립 구조’라는 말에 착안하여 [마]의 ‘퓨전’에 대한 인식의 구조를 정확히 분석하고 있다.

이어 제시문 [라]에서 중요하게 생각하고 있는 내용 즉 자신의 정체성과 특성을 유지하면서 타자를 향해 개방성을 지닌 개체들이 ‘우리’를 이루었을 때에 열린사회는 그 결과로 온다는 사실을 바탕으로 하여, 제시문 [마]의 ‘퓨전’은 개별 문화의 정체성과 특성을 유지하는 개방성이 부족하고, ‘나’에서 바로 ‘우리’ 즉 새로운 퓨전으로 이행하는 이항 대립 구조의 인식에 그치고 있다는 점을 설득력 있게 평가하고 있다.

[문제3] 제시문 [바]의 'reader'와 제시문 [사]의 B국 사람들이 타 문화를 대하는 태도를 비교하시오. [30점]

■ 출제의도

이 문항은 타문화를 이해하는 태도라는 유사한 주제 하에, 서로 대조적인 상황을 묘사하고 있는 두 글을 비교할 수 있는지를 묻는다. 이에 답하기 위해서는 우선 영어 지문에서 드러나는 비유적 화법을 파악하여, 이를 전혀 다른 상황을 직설적으로 보여주는 한글 지문에도 적절히 적용하며 두 글을 수평적으로 대비시킬 수 있어야 한다. 두 글에 사용된 서로 다른 화법의 구조를 파악하는 논리적 사고와, 그 안에서 하나의 주제가 어떻게 다른 양상으로 전개되고 있는가를 읽어낼 수 있는 이해력이 요구되는 문항이다.

■ 우수답안

제시문 [바]와 제시문 [사]는 모두 공통적으로 타 문화 또는 타자를 대하는 태도를 그리고 있으며, 특히 타 문화를 직접 접촉하는 것의 의미에 대해 생각하게 한다. 그러나 두 글에서 드러나는 이러한 직접 접촉에 의한 문화 이해의 양상은 상이하다.

먼저 제시문 [바]는 타 문화의 사람들끼리 직접 만나 소통함으로써 편견을 극복하는 유럽의 'living library'라는 기관을 소개한다. 이곳에서 '책(book)'은 타 문화 출신의 실제 사람들이며 '독자'(reader)는 이 책을 만나고 함께 소통함으로써 자신들이 갖고 있던 오해나 편견을 극복하고자 한다. 그들은 이 책들을 겉모습만으로 판단하거나 차별하지 않으며, 겉모습 너머의 인간에 대한 이해에 도달하고자 하는 것이다. 여기에서 비유적으로 등장하는 책읽기는 전통적인 책을 통한 단편적이고 일방적인 지식의 습득이 아닌 알고자 하는 대상 자체와의 직접 접촉을 통한 쌍방향적 소통을 위한 것이다. 이러한 독자들은 타자를 이해하는데 있어 능동적이고 개방적인 자세로 그들을 직접 경험하며 주체적으로 판단하고자 한다.

반면, 제시문 [사]는 타 문화에 대한 이해가 외부 정보에 의해 얼마나 쉽게 좌우되는지를 보여준다. B국 사람들은 처음에는 화자가 제시한 국수틀을 사용해 보며 자신들의 것과 모습과 성능이 비슷하기에 이웃 마을의 국수틀이라 생각하고 호감을 보인다. 하지만 국수틀이 타국, 즉 C국에서 왔다고 하자 금방 부정적인 태도로 바뀐다. 이 글에서 B국 사람들은 제시문 [바]의 독자, 그리고 국수틀은 책에 비견될 수 있다. 그러나 앞글의 예와는 달리, B국 사람들은 이 국수틀을 판단하는데 자신들의 사용 경험뿐만 아니라 그 겉모습 또한 중요시하고 있으며, 그 판단조차도 외부에서 유입된 정보를 듣고 쉽게 바꾸어 버린다. 그들이 이 국수틀을 이해하는 방식은 마치 전통적인 책읽기에서 단편적이고 일방적으로 주어지는 책의 정보를 그대로 받아들이는 모습과 비슷하다. 즉 그들이 타 문화를 대하는 태도는 제시문 [바]의 독자보다 수동적이고 폐쇄적이라 할 수 있다.

■ 우수답안 분석

본 문항에서는 제시문 [바]의 ‘살아있는 도서관’에 나타나는 책읽기라는 비유법을 적절히 이해하고 이를 제시문 [사]의 국수틀에 대한 이야기에 응용할 수 있어야 완성도 높은 답안을 작성할 수 있다. 예시 답안에서는 우선 두 글이 모두 타 문화 또는 타자를 대하는 태도라는 공통된 주제를 다루지만, 두 글에서 나타나는 이러한 태도가 매우 상이하다는 점을 파악하고 있다. 제시문 [바]의 내용에서 ‘책’이 이해되어야 하는 대상, 즉 타 문화 사람이며, 서로 다른 문화 간의 편견을 극복하기 위해서는 이 사람들을 직접 만나는 것, 즉 이 책을 읽는 것이 중요하다는 점을 잘 해석하고 있다. 두 글의 효과적인 비교를 위해 여기에서 등장하는 책읽기의 비유를 제시문 [사]의 상황에 적용하여, 이번에는 또 다른 책이라 할 수 있는 국수틀을 대하는 B국 사람들의 태도가 앞글에서의 독자들의 태도와 어떻게 다른지를 명료하게 대조한다. 특히 ‘살아있는 도서관’에서의 독서방법이 기존의 전통적인 독서의 일방향적인 지식전달과 달리 쌍방향적이라는 점, 반면에 국수틀에 대한 이해의 방법은 오히려 직접 경험보다는 온전히 외부의 정보에 의존한다는 점에서 보다 일방향적이라는 점까지도 통찰력 있게 설명하고 있다.

2. 인문Ⅱ

■ 제시문 소개

제시문 [가]는 인간의 자유를 시민적 혹은 사회적 자유임을 강조하는 자유주의에 관한 고전인 존 스튜어트 밀의 「자유론」에서 발췌한 글이다. 발췌한 글에서 밀은 타인에게 해가 되지 않는 선에서 개인의 절대적 자유를 보장해야 한다고 주장한다. (출처: 『고전』, 천재교육, 109-110쪽)

제시문 [나]는 여행과 연애를 통해 삶을 사랑하고 자유로운 영혼을 소유한 조르바를 그리고 있는 니코스 카잔차키스의 「그리스인 조르바」에서 발췌한 글이다. 발췌한 글에서 조르바는 현실적인 상황에 얽매여 살아가는 ‘나’에게 진정한 자유에 대해서 설명하고 있다. (출처: 『고전』, 해냄에듀, 147쪽)

제시문 [다]는 라인홀트 니버의 글로서, 자유주의적 개인관을 바탕으로 하되, 개인들의 집합체로서 사회가 지니고 있는 충동적이고 불안정한 모습에 대한 경각심을 불러일으키고 있는 글이다. (출처: 『생활과 윤리』, 천재교육, 150쪽)

제시문 [라]는 '지하철을 움직인 힘'이라는 제목의 글에서 발췌하였으며, 글의 저자는 시민들의 자발적인 협동 하에 지하철을 움직여 사람을 구한 사례를 소개함으로써, 개인이 적극적으로 상황을 변화시켜 다른 공동체 구성원들의 행동을 바꿀 수 있음을 강조한다. (출처: 『독서와 문법』, 교학사, 193-197쪽)

제시문 [마]는 마키아벨리가 지은 '군주론'에서 발췌한 글이며, 개인은 은혜를 모르고 위선적일 뿐 아니라 이기적이므로, 공동체의 발전을 책임지는 군주는 사랑보다 두려움을 통해 이들을 통솔해야 한다고 주장한다. (출처: 『독서와 문법』, 지학사, 302-305쪽)

[문제1] 제시문 [가] ~ [다]를 읽고 다음 물음에 답하시오. [40점]
(1) 제시문 [가]의 관점에서 제시문 [나]의 조르바가 말하는 자유에 대해 논하시오. [20점]
(2) 제시문 [가]와 제시문 [다]에 나타난 사회의 성격을 비교하시오. [20점]

■ 출제의도

우리 시대는 그 어떤 시대보다도 개인의 자유가 보장되는 사회다. 하지만 사회가 안정을 유지하고, 많은 사람들이 자유를 최대한 보장받기 위해서는, 개개인의 자유가 무한정 허용될 수는 없다. 이런 점에서 이 문항은 각각의 제시문에서 주장하는 자유에 대한 내용을 정리하는 능력과, 문학작품에 표현된 자유의 구체적인 사례를 이해하는 능력, 자유를 제약하는 최소한의 조건을 설정하고 제시된 사례에 적용하여 설명하는 능력을 평가하기 위해 출제되었다. 제시문 [가]는 개인의 사회적 의미를 강조하고 법과 여론에 의해 최소한으로 강제되거나 통제되는 자유를 주장하고 있고, 제시문 [나]는 합리적인 이성이나 현실적인 이해마저도 배제된 극단적인 방종에 가까운 자유를 말하고 있어 자유를 어느 정도까지 허용할 것인가에 있어서 이견을 보이고 있다. 따라서 이 문항은 학생들에게 제시문 [가]의 관점에서 보았을 때, 제시문 [나]의 자유가 다른 사람에게 피해를 줄 여지가 있음을 추측하고, 법률과 여론에 의해 최소한의 제약을 받아야 한다는 내용을 주장할 수 있는가를 묻고 있다.

한편 제시문 [가]와 제시문 [다]는 모두 자유와 양심을 지닌 개인을 우선시하면서도, 그러한 개인과 불가분의 관련성을 지닌 사회를 인식하는데 있어 서로 다른 관점을 보이고 있다. 두 번째 문항은 수험생들이 ‘개인 대 사회’라는 이분법적 상황이 제시문에 따라 어떻게 달리 드러나고 있는지를 올바로 밝혀낼 수 있는가를 묻고 있다.

■ 우수답안

(1) 제시문 [가]는 인간이 자기 목숨과 정신의 주권자로서 절대적인 자유를 누려야 하는 존재라고 주장한다. 다만 사회의 어떠한 권력과 법, 여론도 개인의 자유를 침해할 수 없다고 설명하면서도, 개인의 자유가 다른 사람에게 해를 끼치지 않는 조건에서만 허용되어야 함을 강조한다. 제시문 [가]의 자유는 개인의 사회적 의미를 강조하고 법과 여론에 의해 최소한으로 강제되거나 통제될 수 있다.

한편, 제시문 [나]에서 조르바가 보기에 사람들은 머리를 자꾸 쓰면서 계산적인 식료품 상인처럼 이해득실에 붙잡혀 살아간다. 조르바는 현실에 얽매여 있는 생각(이성)의 줄을 자르고, 자신이 하고자 하는 것에 모든 것을 거는 바보가 될 때, 진정한 자유를 보게 된다고 주장한다.

제시문 [가]에서 제시한 자유의 조건으로 봤을 때, 제시문 [나]에 제시된 조르바가 말하는 자유는 합리적인 이성이나 현실적인 이해마저도 배제된 극단적인 방종에 가까워 다른 사람에게 해를 끼칠 수 있다. 사람들은 법과 여론에 따라 최소한의 강제와 통제를 받으면서, 조르바가 말하는 ‘줄’을 자르지 않고 자유를 추구해야 한다.

(2) 제시문 [가]와 제시문 [다]는 ‘개인’의 자유와 양심이라는 가치를 중시한다는 점에서 유사하다. 하지만 제시문 [가]의 경우 ‘사회’가 타인에 대한 해를 끼치지 말아야 한다는 조건을 제시함으로써 개인의 자유의 범위를 규정하는 중요한 기준으로서 인식되는 반면, 제시문 [다]의 경우 ‘사회’는 개인 차원에서 통제하기 곤란한 충동과 비도덕적 혼란의 원천으로 간주되고 있다.

우선 제시문 [가]는 개인의 자유가 지고의 선이기 때문에 그 어떤 것에 의해서도 제약 받아서는 안 된다고 본다. 다만 개인의 자유가 다른 개인에게 해를 끼치는 것을 정당화하지 않기 때문에 개인이 누릴 수 있는 최대한의 자유는 곧 타인에게 해를 끼치지 않는 범위 내에서 가능하다고 주장한다. 따라서 제시문 [가]에서 사회는 개인의 자유를 최소한으로 제약하는 객관적 조건으로서 의미를 지닌다.

이에 비하여 제시문 [다]에서는 개인들로 구성된 사회가 지닌 충동적이고 부도덕한 측면에 초점을 맞춘다. 여기에서 개인은 자신의 충동을 억제할 수 있는 합리적 존재인 반면, 집단으로서 사회는 이러한 장치를 갖추지 못하고 있기 때문에 신뢰하기 어려운 대상으로 간주된다. 물론 어떤 사람들은 개인과 사회가 조화를 이룰 수 있다고 생각하지만, 제시문 [다]는 이러한 환상을 비판하고 있다. 인간들의 집단적 행동은 이성과 양심을 넘어 정치적 갈등과 다툼을 야기할 수 있기 때문이다.

■ 우수답안 분석

(1) 이 문항에서는 제시문 [가]의 입장에서 [나]에 나타난 조르바가 말하는 자유를 논할 것을 요구하고 있다. 우수 답안에서는 제시문 [가]와 [나]의 내용을 요약하고, 제시문 [가]에서 ‘자유를 제약하는 조건’을 추출하여, 제시문 [나]에 언급된 방종에 가까운 자유의 의미를 논하고 있다.

우수 답안은 제시문 [가]에서 인간이 주권자로서 절대적인 자유를 가져야 한다고 주장하면서도, 타인에게 해가 되지 않는 선에서 가능하다고 요약하며, 개인의 사회적 의미와 법과 여론에 의해 최소한으로 강제되거나 통제되는 자유를 추론해 내고 있다. 제시문 [나]에서는 조르바가 말하는 자유에 대한 생각을 정리하며, 진정한 자유란 개인이 얽매여 있는 현실적인 고려까지도 다 끊고 벗어날 때에 가능하다는 점을 주장하였다.

이러한 내용 정리를 한 후, 우수 답안은 제시문 [가]의 관점에서 보았을 때 조르바가 말하는 자유가 방종에 가까워서 다른 사람에게 해를 끼칠 수 있다는 점을 부각시키고, 사람들은 조르바가 말하는 줄을 자르지 않고, 법과 여론에 따라 최소한의 제약 속에서 자유를 추구해야 한다는 주장을 강조하였다.

(2) 이 문제는 개인과 사회의 관계에 대한 서로 다른 생각을 담은 제시문으로부터, 유사한 주장이 어떻게 서로 다른 사회 관념으로 이어지는가를 수험생들이 올바로 짚어낼 수 있는지를 측정 한다. 제시문 [가]와 제시문 [다]가 모두 ‘자유’ 또는 ‘양심’을 통하여 ‘개인’의 가치를 전면에 내세우고 있다는 점에서 유사하다. 하지만 이것이 이 문항에서 원하는 답은 아니다. 이 문제는 개인의 가치를 중시하는 두 제시문에서 어떻게 ‘사회’를 인식하고 있는가를 수험생들이 찾아내도록 요구하고 있기 때문이다.

무엇보다도 제시문 [가]에서는 개인의 자유가 무한대로 존재할 수 없는 제약요건으로서 ‘사회’의 관념이 도입된다. 만약 사회가 존재하지 않는다면 개인의 무조건적인 자유는 타인의 자유와 충돌할 것이기 때문에 ‘자유’ 관념은 곧 자가당착에 빠지게 된다. 따라서 제시문 [가]의 사회는 어디까지나 개인의 자유를 좀 더 명확하게 규정하기 위한 조건으로서 객관적으로 논의되고 있는 개념이다.

이에 비하여 제시문 [다]는 개인들로 구성된 사회의 작동 원리가 개인과 다르다는 점을 부각시킨다. 즉 ‘사회’는 개인과 달리 합리적이거나 이성적이기가 매우 어려우며, 충동과 비합리적 요인에 의해 좌우되기 쉬운 불안하면서도 위험한 것으로 간주된다. 따라서 이 문항은 제시문 [가]에서 객관적인 조건으로서 언급되는 사회 관념과 제시문 [다]에서는 비도덕성과 충동적 행동의 원천으로서 사회 관념을 대비시킬 수 있는가를 묻고 있다.

[문제2] 제시문 [라]와 제시문 [마]의 저자가 공동체 구성원의 위상을 어떻게 보는지 대비하여 논하시오. [30점]

■ 출제의도

대학에서의 수학능력 중 중요한 부분은 다양한 주장들이 어떠한 가정에 근거하고 있는지, 그리고 그 가정에 근거하여 어떠한 추론이 가능한지를 파악하고, 이를 통해 다양한 주장들 사이의 차이점을 파악하는 것이다. 이러한 관점에서 본 논술 문제는 학생들이 각 제시문의 저자들이 공동체 구성원인 개인을 바라보는 관점들을 적절하게 대비할 수 있는지 평가하기 위해 만들어졌다. 제시문 [라]의 저자는 공동체 구성원인 개인을 능동적으로 행동할 수 있는 존재라고 생각하며, 개인이 상황을 바꾸어 공동체의 협력을 촉진할 수 있다고 보고 있다. 반면, 제시문 [마]의 저자는 개인을 수동적인 존재로 바라보며, 공동체 유지를 위해 강력한 지배자가 개인을 통제해야 한다고 주장한다.

■ 우수답안

제시문 [라]의 저자는 공동체 구성원들은 자발적으로 상황을 바꿀 수 있으며, 이를 통해 다른 공동체 구성원들의 행동 변화를 모색할 수 있는, 적극적인 존재라고 생각하고 있다. 반면, 제시문 [마]의 저자는 공동체 구성원들을 공포를 통해 지배되어야 하는 수동적인 존재로 인식하고 있다.

제시문 [라]의 저자는 상황의 힘이 공동체 구성원인 개인을 이끄는 것은 사실이지만, 개인 역시 상황을 지배할 수 있으므로, 공동체 구성원들은 수동적인 동시에 능동적이라고 강조한다. 그리고 자발적인 구성원들의 참여는 공동체의 협력을 촉진할 수 있다고 생각한다. 특히 제시문 [라]의 저자는 공동체 구성원들은 타인에 대한 안타까움을 느끼고 타인의 문제점을 해결하기 위해 자발적으로 참여할 수 있는 존재이므로, 능동적인 공동체 구성원들이 선의를 갖고 상황을 지배하여 다른 구성원들의 행동에 영향을 미치는 것이 중요하다고 주장한다.

반면, 제시문 [마]의 저자는 공동체 구성원인 개인은 은혜를 모르고 이기적으로 행동하며, 공동체의 발전을 위해 자신을 희생하는 것을 꺼려한다고 주장한다. 그렇기 때문에 공동체에서 구성원들의 자발적인 협력은 기대하기 힘들며, 처벌에 대한 공포를 통해 구성원들이 수동적으로 공동체에 기여할 수 있게끔 만드는 것이 중요하다고 생각한다. 이 과정에서 수동적인 구성원들이 공동체에 기여하게끔 강제하는 강력한 지배자가 필요하다고 역설한다.

■ 우수답안 분석

본 문항에서는 제시문 [라]와 [마] 저자들의 주장을 공동체 구성원의 위상을 중심으로 대비할 것을 요구하고 있다. 우수 답안은 두 글의 차이점을 명확하게 논하고 있다. 제시문 [라]는 공동체 구성원은 자발적인 존재일 뿐 아니라, 적극적으로 상황을 바꾸어 공동체 내의 협력을 촉진할 수 있는 존재로 바라보고 있다. 그리고 공동체 구성원은 타인의 아픔을 공감할 수 있는 존재이므로, 이들의 협력이 공동체의 문제 해결에 도움을 가져올 수 있다고 보고 있다. 반면, 제시문 [마]는 공동체 구성원을 이기적일 뿐 아니라, 수동적인 존재로 파악하고 있다. 그렇기 때문에 공동체 구성원의 이기적인 행동을 줄임과 동시에 수동적인 개인의 협력을 꾀하기 위해 공동체를 관할하는 군주가 두려움을 활용하여 구성원들의 협력을 모색하여야 한다고 주장한다. 우수 답안은 체계적인 구조를 통해 공동체 구성원의 위상과 관련한 두 제시문의 차이점을 명확하게 분석하고 있다.

[문제3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. [30점]

자유 무역 정책은 정부가 인위적으로 수출이나 수입에 제한을 가하지 않는 정책을 말한다. 무역이 자유롭게 이루어질 경우 무역 당사국 모두 이익을 얻을 수 있다는 것이 대다수 경제학자들의 공통된 견해이다. 이를 뒷받침하는 이론 중 하나가 비교 우위론이다. A국과 B국이 귤과 바나나 두 상품을 생산할 수 있을 경우, A국이 귤을 생산하기 위해 포기해야 하는 바나나의 양이 B국이 귤을 생산하기 위해 포기해야 하는 바나나의 양보다 적다면, A국은 귤 생산에서 B국에 비해 비교 우위를 가진다. 각 국가가 비교 우위를 가진 상품만을 생산하여 수출하고, 비교 우위를 갖지 않은 상품을 수입하면 두 국가 모두 무역이 없는 경우보다 더 많은 이득을 얻을 수 있다는 이론이 비교 우위론이다.

보호 무역 정책은 관세와 수량 제한은 물론 여러 가지 정부 규제를 통하여 국가 간 무역을 제한하는 정책을 말한다. 국내 산업 보호, 상대국의 불공정 무역에 대한 대항, 그리고 국가 안보나 사회적 여론 등 다양한 이유로 보호 무역 정책이 제안되고 또 시행되고 있다. 보호 무역 정책은 보통 관세 장벽과 비관세 장벽이라는 무역 장벽을 활용한다. 관세는 국내에 수입되는 다른 나라 상품에 부과하는 세금을 말한다. 비관세 장벽으로는 수입을 억제하기 위해 수입품의 수량을 직접 제한하는 수입 할당제, 자국의 수출 산업을 키우기 위해 지급되는 수출 보조금, 기술 규제, 환경 기준 규제 등이 있다.

오른쪽 표는 각국의 노동자 한명이 한 재화에 특화하여 생산할 때 생산가능한 양을 보여 준다. 표에 따르면 갑국 노동자 한 명이 컴퓨터만을 생산한다면 컴퓨터 3대를 생산할 수 있고, 쌀만을 생산한다면 쌀 2kg을 생산할 수 있다. 갑국과 을국에는 각각 100명의 노동자가 있으며, 한 국가 내의 모든 노동자는 같은 생산 능력을 갖고 있다고 가정하자.

	갑국	을국
컴퓨터 (대)	3	6
쌀 (kg)	2	2.5

(1) 각국이 비교 우위를 가진 상품만을 생산한 후 쌀 1kg당 컴퓨터 2대의 비율로 무역을 한다고 하자. 무역이 이루어진 후 각 국가는 가지고 있는 상품들을 모두 소비하며, 갑국과 을국의 노동자들이 한 명당 소비하는 쌀의 양이 1kg이어야 한다고 하자. 이러한 자유 무역 하에서 갑국이 을국으로 수출하는 상품의 종류와 수량 및 갑국이 을국으로부터 수입하는 상품의 종류와 수량을 각각 구하고, 갑국과 을국이 최종적으로 소비하는 쌀과 컴퓨터의 수량을 각각 구하시오. [10점]

(2) 갑국과 을국 간 무역 분쟁으로 인해 서로 상대국에서의 상품 수입을 전면적으로 금지하여 무역이 완전히 중단되었으며, 이 경우 각국은 노동력의 재분배를 통해 필요한 상품을 바로 국내에서 생산할 수 있다고 하자. 갑국과 을국의 노동자 한 명당 소비하는 쌀의 양이 여전히 1kg이 되도록 생산할 때, 갑국과 을국이 생산하는 컴퓨터의 양을 각각 구하고, 자유 무역이 이루어지는 (1)의 경우에 비해 갑국과 을국의 컴퓨터 소비량이 어떻게 바뀌는지를 각각 구하시오. [10점]

(3) 갑국과 을국 간 빈번한 영토 분쟁으로 인해 무역 전쟁 및 그에 따른 무역의 전면 중단 가능성이 상존하며, 무역 전쟁의 발발로 인해 예기치 못하게 모든 무역이 중단될 경우 노동력의 재분배를 통해 필요한 상품을 바로 국내에서 생산하는 것이 불가능하다고 가정하자. (예를 들어 쌀을 생산하는 데 몇 달의 시간이 필요하며, 컴퓨터의 경우에도 공장 설립 등에 상당한 시간이 소요된다.) 이러한 사실이 자유 무역 정책을 찬성하는 쪽의 논거로 쓰일지, 혹은 보호 무역 정책을 찬성하는 쪽의 논거로 쓰일지에 대해 논하시오. [10점]

■ 출제의도

최근 들어 미국과 중국 간 무역 전쟁이 심화되고 있다. 세계 최대의 두 경제 국가가 상대방을 향해 관세장벽을 쌓아 올리면서 맞서고 있는 상황은 2차 세계대전 이후 구축해 왔던 규범의 중심인 자유 무역 체제가 위기에 직면했음을 의미한다. 본 문항에서는 자유 무역 체제와 보호 무역 체제의 장점과 단점에 대한 논의를 요구함으로써 수험생들의 경제적, 논리적 분석 능력을 측정하고자 하였다. 제시문에서 자유 무역과 보호 무역에 대한 개념을 설명한 후 구체적인 수치를 이용하여 분석을 하도록 요구함으로써, 추상적인 개념을 구체적인 예시에 적용하는 능력 및 수리적 분석 능력을 평가하고자 하였으며, 그 과정에서 비교 우위와 무역 등에 대한 수험생들의 이해도를 측정하고자 하였다.

관련 자료는 다음의 교과서를 참조하였다: (1) 『경제』, 천재교육, 168쪽-169쪽, (2) 『경제』, 교학사, 190쪽-191쪽, (3) 『경제』, 씨마스, 206쪽-213쪽, (4) 『경제』, 비상교육, 180쪽-181쪽.

■ 우수답안 및 우수답안 분석

(1) 갑국의 노동자는 쌀 1kg을 생산하기 위해 컴퓨터 1.5대를 (=3/2) 포기해야 하는 반면, 을국의 노동자는 쌀 1kg을 생산하기 위해 컴퓨터 2.4대를 (=6/2.5) 포기해야 한다. 갑국이 쌀 생산을 위해 포기해야 하는 컴퓨터의 양이 을국이 쌀 생산을 위해 포기해야 하는 컴퓨터의 양보다 적으므로, 갑국은 쌀 생산에 비교 우위를 가지고 있고, 따라서 쌀 생산에 특화해야 한다. 갑국의 모든 노동자가 쌀 생산을 할 경우 200kg을 생산할 수 있으며 국내 소비를 위해 100kg을 남겨두고 100kg을 을국으로 수출할 것이다. 쌀과 컴퓨터의 교환 비율이 1:2 이므로 갑국은 100kg의 쌀을 수출하고 200대의 컴퓨터를 을국으로부터 수입할 것이다. 따라서 갑국의 최종 소비량은 쌀 100kg과 컴퓨터 200대이다. 반면 을국은 컴퓨터 생산에 비교 우위를 가지고 있으므로 컴퓨터 생산에 특화해야한다. 을국의 모든 노동자가 컴퓨터 생산을 할 경우 600대의 컴퓨터를 생산할 수 있다. 을국은 갑국으로부터 100kg의 쌀을 수입하고 컴퓨터 200대를 갑국으로 수출하므로, 을국의 최종 소비량은 쌀 100kg과 컴퓨터 400대이다.

(2) 무역이 전면적으로 중단될 경우 모든 것을 국내에서 생산하고 소비해야한다. 각 국가에서 쌀 소비량이 100kg이 될 수 있도록 생산하고자 하므로, 갑국은 노동자 50명이 쌀 생산에 투입되어 쌀 100kg을 생산하고 소비할 것이며, 나머지 50명은 컴퓨터 생산에 투입되어 컴퓨터 150대를 생산하고 소비할 것이다. 반면 을국은 노동자 40명이 쌀 생산에 투입되어 쌀 100kg을 생산하고 소비할 것이며, 나머지 60명은 컴퓨터 생산에 투입되어 컴퓨터 360대를 생산하고 소비할 것이다. 자유 무역이 이루어지는 (1)에 비해 각국의 쌀 소비량은 변함없으나, 갑국은 컴퓨터 50대를 덜 소비하게 되며 (150 vs. 200) 을국은 컴퓨터 40대를 덜 소비하게 된다 (360 vs. 400).

(3) 자유 무역 하에서 비교 우위에 따라 식량 수출국과 수입국이 정해질 경우, 식량 수출국이 식량 수출을 중단하면 식량 수입국은 심각한 타격을 받게 될 것이다. 이러한 ‘식량의 무기화’라는 우려는 보호 무역 정책을 찬성하는 쪽의 논거로 쓰일 수 있다.

3. 자연 I

[문제1] [35점]

(1) 수학적 귀납법을 이용하여 n이 자연수이고 x가 -1보다 같거나 큰 실수이면 다음의 부등식이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

(2) n이 1보다 큰 홀수이고 $x \geq -2$이면 다음이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

(3) $x > -1$이면 다음이 성립함을 보여라.

$$0 < r < 1 \text{ **이면** } (1+x)^r \leq 1+rx$$

$$r < 0 \text{ **또는** } r > 1 \text{ **이면** } (1+x)^r \geq 1+rx$$

■ 출제의도

이 문제는 베르누이의 부등식(Bernoulli’s inequality)을 증명하는 문제이다. 베르누이의 부등식은 함수와 부등식의 성질을 공부할 때 사용하는 가장 기본적인 도구 중의 하나로, 함수의 미분이나 수학적 귀납법만이 아니라, 이항 전개, 기하평균과 산술평균 등의 다양한 방법으로 증명할 수 있다. 우리는 이 문제에서 학생들이 수학적 귀납법을 얼마나 잘 이해하고 있고, 도함수의 부호와 극대, 극소 사이의 관계를 이용하여 함수에 의해서 만들어지는 부등식을 증명할 수 있는 지를 보고자 한다.

■ 우수답안 및 해설

(1) 수학적 귀납법을 이용하여 n이 자연수이고 x가 -1보다 같거나 큰 실수이면 다음의 부등식이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

n이 1일 때 위의 부등식이 자명하게 성립한다.

위의 부등식이 $n=k$일 때 성립한다고 가정하고, $n=k+1$일 때 성립함을 보이자.

$(1+x)^{k+1} = (1+x)^k(1+x) \geq (1+kx)(1+x) = 1+(k+1)x+kx^2 \geq 1+(k+1)x$

따라서 수학적 귀납법에 의하여 모든 자연수 n과 $x \geq -1$에 대하여 $(1+x)^n \geq 1+nx$이 성립한다.

참고로, 위의 전개식에서, 첫 번째 부등식이 성립하는 이유는 $n=k$일 때 $(1+x)^k \geq 1+kx$라고 가정하였고 $1+x \geq 0$이기 때문이며, 두 번째 부등식이 성립하는 이유는 모든 자연수 k와 실수 x에 대하여 $kx^2 \geq 0$이기 때문이다.

(2) n이 1보다 큰 홀수이고 $x \geq -2$이면 다음이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

함수 $f(x)=(1+x)^n-nx-1$에 대하여, $x \geq -2$이면 $f(x) \geq 0$을 보이면 된다.

$f(x)$가 미분가능한 함수이고 $f'(x)=n(1+x)^{n-1}-n=0$이 성립하는 x는 -2와 0이다. 구간 $(-\infty,-2)$, $(-2,0)$, $(0,\infty)$에서 $f'(x)$의 부호를 계산하면, $f(x)$가 $x=-2$에서 극대값을 가지고 $x=0$에서 극소값을 가짐을 알 수 있다. 그리고 $x \geq -2$에서 $f'(x)$의 부호를 이용하여 함수 $f(x)$의 증가, 감소를 확인하면, 구간 $(-2,0)$에서 $f(x)$가 감소하고 구간 $(0,\infty)$에서 증가함을 알 수 있다. 따라서 $x \geq -2$일 때 함수 $f(x)$의 최소값은 $f(0)=0$이므로 $f(x)=(1+x)^n-nx-1 \geq 0$이 성립한다.

그러므로 $x \geq -2$일 때, 부등식 $(1+x)^n \geq 1+nx$이 성립한다.

(별해)

수학적 귀납법으로 위의 부등식을 보일 수 있다.

(1)에 의하여 $x \geq -1$이면 $(1+x)^n \geq 1+nx$이 성립하기 때문에, 우리는 n이 1보다 큰 홀수이고 $-2 \leq x \leq -1$일 때, $(1+x)^n \geq 1+nx$이 성립함을 보이면 된다.

n이 1보다 큰 홀수이고 $-2 \leq x \leq -1$일 때, $(1+x)^n \geq 1+nx$이 성립한다고 가정한 다음에

$(1+x)^{n+2} \geq 1+(n+2)x$ 이 성립함을 보이자.

$(1+x)^{n+2}$을 전개시키면 아래의 부등식을 얻는다.

$$\begin{aligned}(1+x)^{n+2}=(1+x)^n(1+x)^2 \geq (1+nx)(1+x)^2 &= (1+nx)(1+2x+x^2)\\ &= 1+(n+2)x+(2n+1)x^2+nx^3\end{aligned}$$

여기에서 $-2 \leq x \leq -1$일 때, $(2n+1)x^2+nx^3 \geq 0$임을 보이면 된다.

$(2n+1)x^2+nx^3=x^2(2n+1+nx)$이고 x^2은 $-2 \leq x \leq -1$에서 양수이므로,

$(2n+1)x^2+nx^3=x^2(2n+1+nx)$의 부호는 $(2n+1+nx)$에 의해 결정된다.

$-2 \leq x \leq -1$일 때 $(2n+1+nx)$의 최소값은 $x=-2$일 때의 1이므로

$(2n+1)x^2+nx^3=x^2(2n+1+nx) \geq x^2 \cdot 1 \geq 0$이 성립한다.

그러므로 $-2 \leq x \leq -1$에서

$(1+x)^{n+2} \geq 1+(n+2)x+(2n+1)x^2+nx^3 \geq 1+(n+2)x$이 성립하고, 수학적 귀납법에 의하여 1보다 큰 홀수 n과 $x \geq -2$에 대하여 $(1+x)^n \geq 1+nx$이 성립한다.

(3) $x>-1$이면 다음이 성립함을 보여라.

$$0<r<1 \textbf{ 이면 } (1+x)^r \leq 1+rx$$

$$r<0 \textbf{ 또는 } r>1 \textbf{ 이면 } (1+x)^r \geq 1+rx$$

r이 0 또는 1이 아닌 실수일 때, 함수 $f(x)=(1+x)^r-rx-1$는 $x>-1$에서 미분가능하고, 그 도함수는 $f'(x)=r(1+x)^{r-1}-r$이며, $x>-1$에서 $f'(x)=0$가 성립하는 x는 0밖에 없음은 자명하다.

$0<r<1$의 경우: 먼저, $r-1<0$이므로 $g(t)=t^{r-1}$은 $t\in(0,\infty)$에 대하여 감소함수이다.
구간 $(-1,0)$에서 $0<1+x<1$이므로 $1^{r-1}=1<(1+x)^{r-1}$ 이 성립하고,
$0<r$이기 때문에 $-1<x<0$에 대하여 $f'(x)=r\{(1+x)^{r-1}-1\}>0$이다.
그리고 구간 $(0,\infty)$에서는 $1<1+x$이므로 $(1+x)^{r-1}<1$이고 $f'(x)=r\{(1+x)^{r-1}-1\}<0$이 성립한다.
따라서 함수 $f(x)=(1+x)^r-rx-1$는 $x=0$에서 극대이고 최대이다. 그러므로 $x>-1$인 모든 실수에 대하여 $f(x)=(1+x)^r-rx-1\leq f(0)=0$이고 부등식 $(1+x)^r\leq 1+rx$이 성립한다.

$r<0$인 경우: $0<r<1$의 경우와 마찬가지로 $r-1<-1<0$이기 때문에 $g(t)=t^{r-1}$은 $t\in(0,\infty)$에 대하여 감소함수이다. 그러므로 구간 $(-1,0)$에서 $1^{r-1}=1<(1+x)^{r-1}$이 성립하고, $r<0$이므로
$f'(x)=r\{(1+x)^{r-1}-1\}<0$이다. 또한 구간 $(0,\infty)$에서 $(1+x)^{r-1}<1$이 성립하고
$f'(x)=r\{(1+x)^{r-1}-1\}>0$이다. 따라서 함수 $f(x)=(1+x)^r-rx-1$는 $x=0$에서 극소이고 최소이다.
그러므로 $x>-1$인 모든 실수에 대하여 $f(x)=(1+x)^r-rx-1\geq f(0)=0$이고
부등식 $(1+x)^r\geq 1+rx$이 성립한다.

$r>1$인 경우: $r-1>0$이기 때문에 $g(t)=t^{r-1}$은 $t\in(0,\infty)$에 대하여 증가함수이다.
구간 $(-1,0)$에서 $0<1+x<1$이므로 $(1+x)^{r-1}<1=1^{r-1}$이 성립하고,
$0<r$이기 때문에 $-1<x<0$에 대하여 $f'(x)=r\{(1+x)^{r-1}-1\}<0$이다.
그리고 구간 $(0,\infty)$에서는 $1<1+x$이므로 $1<(1+x)^{r-1}$ 이고
$f'(x)=r\{(1+x)^{r-1}-1\}>0$이 성립한다.
따라서 함수 $f(x)=(1+x)^r-rx-1$는 $x=0$에서 극소이고 최소이다.
그러므로 $x>-1$인 모든 실수에 대하여 $f(x)=(1+x)^r-rx-1\geq f(0)=0$이고
부등식 $(1+x)^r\geq 1+rx$이 성립한다.

[문제2] 좌표공간에 중심이 $\mathrm{C}(0,0,10)$이고 반지름이 1인 구를 S라고 하자. 점 C의 위치벡터를 $\vec{c}$라 하고, 점 C를 지나고 단위벡터 $\vec{n}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$와 평행한 직선을 l이라 하자. 실수 t에 대하여 벡터 $\vec{c}+t\vec{n}$을 위치벡터로 갖는 점 A_t를 지나고 l에 수직인 평면을 P_t라고 하자. [35점]

(1) 평면 P_t와 구 S가 한 개보다 많은 점에서 만나도록 하는 t의 범위를 구하고, 이 범위 안의 실수 t에 대하여, S와 P_t가 만나서 생기는 원 W_t의 반지름의 길이를 $f(t)$라고 할 때, $f(t)$를 구하여라.

(2) 문제(1)에서 구한 범위 안의 실수 t에 대하여, 구 S로 둘러싸인 영역을 평면 P_t가 두 부분으로 나눈다. 이 두 부분의 부피를 구하여 t에 관한 식으로 표현하여라.

(3) $f(t)$가 $t=t_0$에서 최대라 할 때 평면 P_{t_0}로 나누어진 구 S의 조각 중 점 $(0,0,11)$을 포함하는 조각을 xy평면으로 정사영하여 얻어지는 도형의 넓이를 구하여라(단, 이 조각은 원 W_{t_0}를 포함하는 것으로 생각함).

■ 출제의도

이 문제는 좌표공간에 주어진 도형의 모양을 이해하고, 부피와 정사영의 넓이를 구하는 문제이다. 이 과정에서 점과 평면 사이의 거리, 두 평면이 이루는 이면각, 평면의 법선벡터, 원과 구의 정의 등의 수리적 개념 및 좌표공간 및 좌표평면 상의 도형에 대한 일반적인 수리적 개념을 효과적으로 활용하여 도형의 모양과 서로간의 위치 관계를 추론하는 능력, 그리고 단면 넓이의 적분으로 부피 구하기, 평면 상의 도형을 다른 평면으로 정사영한 도형의 넓이, 벡터의 내적과 사잇각의 관계, 원의 넓이, 함수의 최댓값에 대한 수리적 개념을 종합적으로 활용하는 계산 능력을 평가하고자 한다.

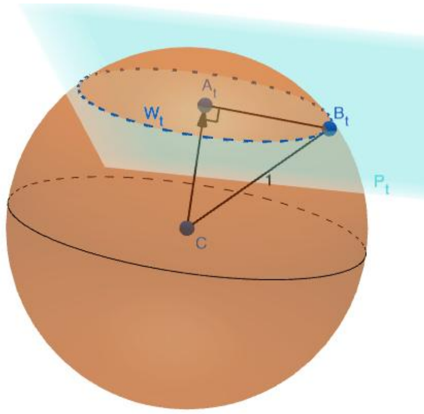
■ 우수답안 및 해설

(1) 평면 P_t와 구 S가 한 개보다 많은 점에서 만나도록 하는 t의 범위를 구하고, 이 범위 안의 실수 t에 대하여, S와 P_t가 만나서 생기는 원 W_t의 반지름의 길이를 $f(t)$라고 할 때, $f(t)$를 구하여라.

$\overrightarrow{\mathrm{CA}_t}=(\vec{c}+t\vec{n})-\vec{c}=t\vec{n}$ 으로, $t\neq 0$ 인 경우는 이 벡터가 평면 P_t와 수직이고, 따라서 A_t는 C에서 P_t에 내린 수선의 발이다. 따라서 C와 평면 P_t와의 거리는 $\overline{\mathrm{CA}_t}=|t\vec{n}|=|t|$ 이다 ($\vec{n}$은 단위벡터이므로 길이가 1). $t=0$인 경우, $\mathrm{C}=\mathrm{A}_t$ 이므로 C와 P_t의 거리는 $0=|t|$이다.

한 편, 구 S 상의 임의의 점과 C와의 거리는 1이다. 따라서 $|t|=1$ 일 때 구와 평면은 접하여 한 개의 점에서 만나고, $|t|>1$ 일 때 구와 평면은 만나지 않으며, $|t|<1$ 일 때 구와 평면은 원에서 만난다. 따라서 구하는 범위는 $-1<t<1$이다.

S와 P_t가 만나 이루는 교선을 W_t라 하고, B_t를 W_t 상의 임의의 점이라고 하자. 선분 CA_t는 P_t에 수직이므로, 선분 AB와도 수직이다. 또한 B_t는 구 S 상의 점이므로 $\overline{\mathrm{CB}_t}=1$ 이다. $\angle \mathrm{CA}_t\mathrm{B}_t = \pi/2$ 이므로, 피타고라스 정리에 의해 $\overline{\mathrm{A}_t\mathrm{B}_t}^2 = \overline{\mathrm{CB}_t}^2 - \overline{\mathrm{CA}_t}^2 = 1^2 - |t|^2 = 1-t^2$ 이다. 즉 A_t에서 W_t의 임의의 점까지의 거리가 $\sqrt{1-t^2}$ 로 일정하므로, 원 W_t의 중심은 A_t이고 반지름은 $\sqrt{1-t^2}$ 이다. 따라서 답은 $f(t)=\sqrt{1-t^2}$ 이다.



(2) 문제(1)에서 구한 범위 안의 실수 t에 대하여, 구 S로 둘러싸인 영역을 평면 P_t가 두 부분으로 나눈다. 이 두 부분의 부피를 구하여 t에 관한 식으로 표현하여라.

직선 l을 축으로 생각하자. 점 A_t는 점 C로부터 단위벡터 $\vec{n}$ 방향으로 길이 t만큼 간 곳에 위치해 있다(이 때, t가 음수면 $-\vec{n}$ 방향으로 길이 $|t|$ 만큼 갔다고 여기면 된다). l상의 이 점 A_t에서 우리가 부피를 구하고자 하는 영역의 수직 단면은 반지름 $f(t)$인 원이므로, 넓이가 $\pi \cdot f(t)^2 = \pi(1-t^2)$이다. 따라서 영역의 부피는 이 넓이 식을 범위에 맞게 적분하면 된다.

편의를 위하여 t 대신 s를 쓰자. 즉 l 상에서 $\vec{n}$ 방향으로 길이 s만큼 간 곳에서의 단면 넓이는 $\pi(1-s^2)$ 이다. 첫 째 영역은 s가 t에서 1까지 움직일 때이므로 부피가 $\int_t^1 \pi(1-s^2)\,ds$ 이고, 계산하면

$\left[\pi(s-\frac{s^3}{3})\right]_t^1 = \pi\left(\frac{2}{3}-t+\frac{t^3}{3}\right)$ 이다. 나머지 영역은 s가 -1에서 t까지 움직이므로, 부피는

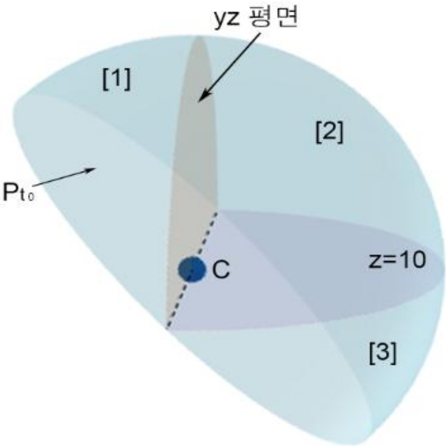
$\int_{-1}^{t} \pi(1-s^2)ds = \left[\pi(s-\frac{s^3}{3})\right]_{-1}^{t} = \pi\left(\frac{2}{3}+t-\frac{t^3}{3}\right)$ 이다 (혹은 구의 부피 $\frac{4}{3}\pi$ 에서 첫 번째 부피를 빼도 된다).

따라서 부피는 각기 $\pi\left(\frac{2}{3}-t+\frac{t^3}{3}\right)$ 과 $\pi\left(\frac{2}{3}+t-\frac{t^3}{3}\right)$ 이다.

(3) $f(t)$가 $t=t_0$에서 최대라 할 때 평면 P_{t_0}로 나누어진 구 S의 조각 중 점 $(0,0,11)$을 포함하는 조각을 xy평면으로 정사영하여 얻어지는 도형의 넓이를 구하여라(단, 이 조각은 원 W_{t_0}를 포함하는 것으로 생각함).

$f(t)=\sqrt{1-t^2}$, $-1<t<1$. 이 때 $t^2 \ge 0$ 이 항상 성립하여 $1-t^2 \le 1$ 이고, 등호가 $t=0$일 때만 성립하므로, 우리의 범위 내에서 $f(t)$는 $t=0$일 때 최댓값 1을 갖는다. 따라서 $t_0=0$ 이다. $t=t_0=0$일 때 평면 P_{t_0}는 구의 중심인 C=A를 지나므로, P_{t_0}가 구 S를 두 반구로 나눔을 알 수 있고, 점 $(0,0,11)$은 두 반구 중 P_{t_0}의 위쪽에 위치한 반구임을 알 수 있다.

이 위쪽 반구는 $z=10$ 인 평면과 yz평면에 의해 그림과 같이 세 부분 [1], [2], [3]으로 나뉜다. (여기서 $z=10$ 평면은 C를 지나며 xy평면에 평행하고, yz평면은 C를 지나며 xy평면 및 $z=10$ 평면에 수직이다.) 그림의 [2] 부분의 xy평면으로의 정사영은 [2]의 밑면에 해당하는 반원꼴 도형을 xy평면으로 정사영한 것과 같고, 이 밑면은 xy평면과 평행한 $z=10$ 평면상의 도형이므로, xy평면으로의 정사영 넓이는 이 밑면 넓이 그대로이다. 이 밑면은 $z=10$ 평면 내에서 반지름이 1인 원의 반원 부분이므로, 넓이가 $\pi \cdot 1^2 \cdot \frac{1}{2}=\frac{\pi}{2}$ 이다.



[3]의 정사영은 [2]의 정사영에 포함되므로, 고려하지 않아도 된다. [1]의 정사영은 [1]의 밑면의 정사영과 같다. [1]의 밑면은 평면 P_{t_0}상의 반지름 1인 원의 반원 부분이므로, 넓이가 $\frac{\pi}{2}$이다. 평면 P_{t_0}의 법선벡터 $\frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1)$와 xy평면의 법선벡터 $(0,0,1)$ 를 이용하여, P_{t_0}와 xy평면 사이의 이면각 θ를 구하면

$$\cos\theta=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1)\cdot(0,0,1)}{\left|\frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1)\right|\,|(0,0,1)|}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1^2+1^2}\ \sqrt{1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

따라서 [1]의 밑면의 xy평면으로의 정사영의 넓이는 [1]의 밑면의 넓이와 $\cos\theta$ 의 곱인 $\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이다.

따라서 문제의 반구의 xy평면으로의 정사영의 넓이는 $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{2+\sqrt{2}}{4}\pi$ 이다.

[문제3] 좌표평면에 길이 10인 선분을 $I=\{(x,0)\mid -5\le x\le 5\}$로 정하고 선분 밖에 있는 점 P와 선분 I의 두 점 A,B가 이루는 각을 $\angle \mathrm{APB}=\theta$ $(0\le\theta<\pi)$라고 할 때 다음 물음에 답하여라. [30점]

(1) 선분 밖의 점 P가 y축의 점이고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 J라 하자. 집합 $J\cup\{(0,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.

(2) 선분 I의 양 끝점 $(-5,0)$, $(5,0)$와 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되는 선분 밖의 점 P의 집합을 S라 하자. 집합 $S\cup\{(-5,0),(5,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.

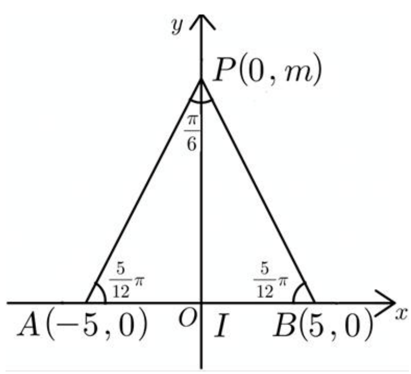
(3) 선분 밖의 점 P가 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P를 집합 V의 원소라 하자. 집합 $V\cup I$를 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

■ 출제의도

이 문제는 각에 관한 조건으로 주어진 좌표평면의 점의 집합을 구하고 집합이 나타내는 그림의 길이나 넓이를 구하는 문제이다. 이 과정에서 이등변 삼각형의 성질과 원주각의 개념을 활용하여 집합을 구성하는 원소의 성질을 추론하는 수리적 개념의 활용 능력과 닮음꼴의 성질, 원의 방정식, 이차방정식의 근의 성질을 효과적이고 종합적으로 활용하여 추론을 확인하는 수리적 개념의 종합적 활용 능력, 그리고 삼각함수의 합의 공식, 삼각형의 넓이, 호의 길이와 넓이에 관한 개념을 종합적으로 활용하는 계산 능력을 평가하고자 한다.

■ 우수답안 및 해설

(1) 선분 밖의 점 P가 y축의 점이고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 J라 하자. 집합 $J\cup\{(0,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.



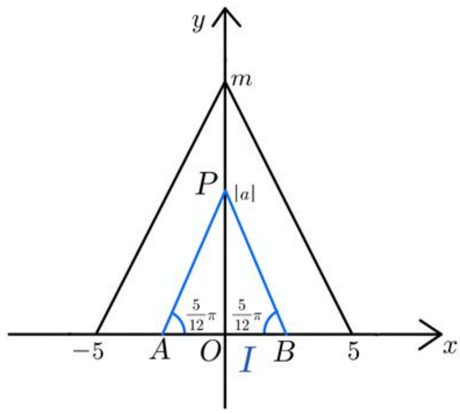
(ⅰ) 선분 I의 양 끝 점을 두 점 A, B로 각각 선택하고, $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 y축의 점 $\mathrm{P}(0,\pm m)(m>0)$을 잡으면 m은 밑변의 길이가 10이고 두 밑각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 이등변삼각형의 높이이다.

따라서 꼭지점 $(0,m)$은 $\tan\frac{5\pi}{12}=\frac{m}{5}$을 만족하므로 삼각함수의 덧셈 정리에 따라

$$m = 5\tan\frac{5\pi}{12} = 5\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right) = 5\left(\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{6}}\right) = 5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)$$

(ii) y축의 점 $\mathrm{P}(0,a)\left(|a|>5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)\right)$을 선택하면 선분 I의 양 끝 점을 두 점 A, B로 각각 선택하였을 때 θ의 크기가 가장 크다. 이때 $\triangle$PAB는 두 밑각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$보다 큰 이등변삼각형이므로 $\theta < \frac{\pi}{6}$이다. 따라서 이때 점 P는 집합 J의 원소가 아니다.

(iii) y축의 점 $\mathrm{P}(0,a)$ $\left(0<|a|<5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)\right)$을 선택하면 닮은꼴의 성질을 활용하여 $\triangle$PAB가 높이가 $|a|$이고 두 밑각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 이등변삼각형이 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 잡을 수 있다.



$5 : 5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right) = x : |a|$에서 $x = \frac{|a|(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1}$이므로 두 점 A,B의 좌표는 각각

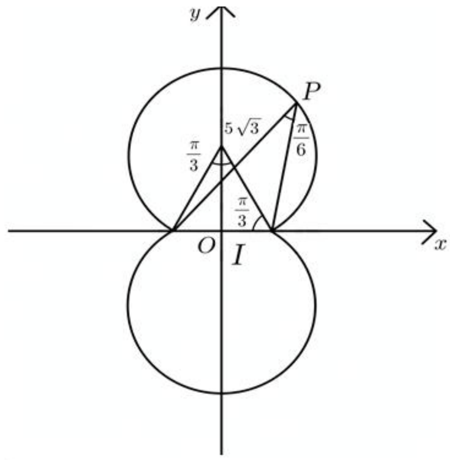
$\mathrm{A}\left(\frac{-|a|(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1},0\right)$, $\mathrm{B}\left(\frac{|a|(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1},0\right)$

따라서 구하는 집합 J는 $J=\left\{(0,y)\mid 0<|y|\le 5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)\right\}$

(i)~(iii)에서 $J\cup\{(0,0)\}$이 나타내는 그림의 길이는 $10\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)$이다.

(2) 선분 I의 양 끝점 $(-5,0)$, $(5,0)$와 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되는 선분 밖의 점 P의 집합을 S라 하자. 집합 $S\cup\{(-5,0),(5,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.

선분 I의 양 끝점을 선택하여 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 하는 좌표평면의 점들을 찾으면 이 점들은 원주각의 성질에 의하여 선분 I를 현으로 하고 원주각이 $\frac{\pi}{6}$이 되는 원위의 점들이다. 이때 원의 중심은 $(0,\pm 5\sqrt{3})$이고, 반지름의 길이는 10이므로 구하는 점 P의 집합은



$$S=\left\{(x,y)\mid x^2+(y-5\sqrt{3})^2=10^2, y>0\right\}\cup\left\{(x,y)\mid x^2+(y+5\sqrt{3})^2=10^2, y<0\right\}$$

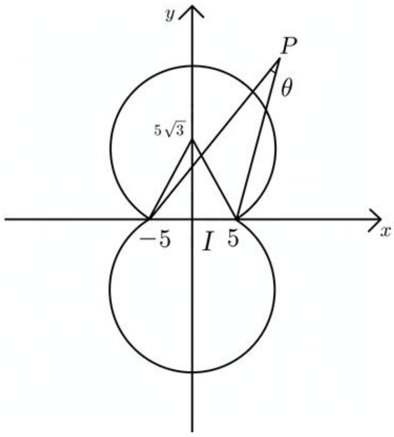
따라서 집합 $S \cup \{(-5,0), (5,0)\}$이 나타내는 그림은 반지름의 길이가 10이고 중심각이 $\frac{5\pi}{3}$인 호 두 개가 붙어 있는 형태이므로 구하는 길이는 $2\left(10\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{100\pi}{3}$이다.

(3) 선분 밖의 점 P가 $\theta = \frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P를 집합 V의 원소라 하자. 집합 $V \cup I$를 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

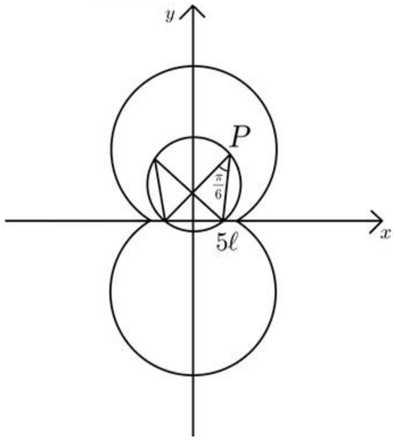
문제(2)에서 구한 $S \cup \{(-5,0), (5,0)\}$의 내부 중 선분 I 밖에 있는 점들의 집합은

$B = \left\{(x,y) \mid x^2 + \left(y - 5\sqrt{3}\right)^2 < 10^2, y > 0\right\} \cup \left\{(x,y) \mid x^2 + \left(y + 5\sqrt{3}\right)^2 < 10^2, y < 0\right\}$

이다.



(ⅰ) 집합 $S \cup \{(-5,0), (5,0)\}$외부의 점 P를 잡으면 선분 I의 양 끝점을 두 점 A,B로 잡을 때 θ의 크기가 가장 크다. 이때 점 P는 집합 $S \cup \{(-5,0), (5,0)\}$의 밖에 있으므로 원주각의 성질에 따라 $\theta < \frac{\pi}{6}$이다. 따라서 이들 점 P는 집합 V의 원소가 아니다.



(ⅱ) 이제 집합 B의 임의의 한 점 $\mathrm{P}(\alpha,\beta)$ $(\beta > 0)$가 집합 V의 원소인 것을 다음과 같이 보인다. 문제 (2)와 닮음꼴의 성질을 활용하면 이 점이 반지름의 길이가 $10l$이고 중심이 $\left(0, 5\sqrt{3}\,l\right)$인 원위의 점이고 선분 I의 두 점 $(-5l,0), (5l,0)$을 현의 끝점으로 할 때 원주각 $\frac{\pi}{6}$이 됨을 알 수 있다.

주어진 조건의 l이 $0 < l < 1$인 것을 확인하기 위하여 원의 방정식 $\alpha^2 + \left(\beta - 5\sqrt{3}\,l\right)^2 = (10l)^2$을 정리하면 $25l^2 + 10\sqrt{3}\beta l - (\alpha^2 + \beta^2) = 0$

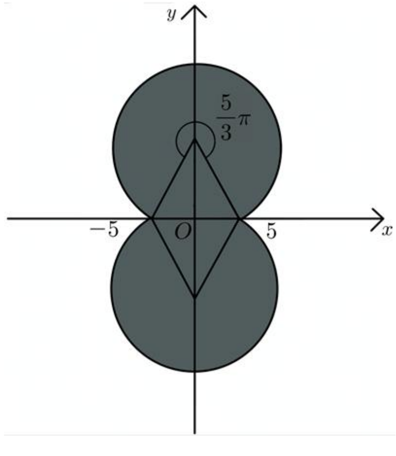
$f(l) = 25l^2 + 10\sqrt{3}\beta l - (\alpha^2 + \beta^2)$로 두고 방정식 $f(l)$이 $0 < l < 1$인 근을 가지는 것을 보이기로 한다.

$f(0) = -(\alpha^2 + \beta^2) < 0$ 이고 (α,β) $(\beta > 0)$가 집합 B의 원소이므로

$f(1) = 25 + 10\sqrt{3}\beta - (\alpha^2 + \beta^2) = 10^2 - \alpha^2 - \left(\beta - 5\sqrt{3}\right)^2 > 0$이다.

따라서 $0 < l < 1$인 근이 존재한다.

같은 이유로 B의 점 (α,β) $(\beta < 0)$도 V의 원소이다.



따라서 구하는 집합 V는 집합 $B \cup S$이고 $V \cup I$는 오른쪽 그림처럼 나타나며 반지름 10이고 원주각 $\frac{5\pi}{3}$인 부채꼴 두 개와 한 변의 길이가 10인 정삼각형이 두 개 있는 모양으로 분해 할 수 있다.

따라서 $2\left(\frac{1}{2}10^2\frac{5\pi}{3} + \frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}10^2\right) = 100\left(\frac{5\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 이다.

4. 자연Ⅱ

[문제1] [35점]

(1) 수학적 귀납법을 이용하여 n이 자연수이고 x가 -1보다 같거나 큰 실수이면 다음의 부등식이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

(2) n이 임의의 자연수일 때, 위의 부등식을 이용하여 다음이 성립함을 보여라.

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \leq \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}$$

(3) 임의의 두 자연수 m과 n에 대하여 다음이 성립함을 보여라.

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < \left(1+\frac{1}{m}\right)^{m+1}$$

(4) n이 임의의 자연수일 때, 다음이 성립함을 보여라.

$$2 \leq \left(1+\frac{1}{n}\right)^n < 3$$

■ 출제의도

이 문제는 베르누이의 부등식(Bernoulli’s inequality)을 이용하여 무리수 e의 값을 구하는 문제이다. 베르누이의 부등식은 함수와 부등식의 성질을 공부할 때 사용하는 가장 기본적인 도구 중의 하나로, 함수의 미분이나 수학적 귀납법만이 아니라, 이항 전개, 기하평균과 산술평균 등의 다양한 방법으로 증명할 수 있다. 우리는 이 문제에서 학생들이 수학적 귀납법을 이용하여 가장 단순한 형태로 표현된 베르누이의 부등식을 증명할 수 있는 지를 보고, $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$으로 주어진 수열에 대하여 베르누이의 부등식을 이용하여 수열 $\{x_n\}$이 가지는 중요한 성질들을 유도하여 증명할 수 있는 지를 판별하고자 한다.

■ 우수답안 및 해설

(1) 수학적 귀납법을 이용하여 n이 자연수이고 x가 -1보다 같거나 큰 실수이면 다음의 부등식이 성립함을 보여라.

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

n이 1일 때 위의 부등식이 자명하게 성립한다.

위의 부등식이 $n=k$일 때 성립한다고 가정하고, $n=k+1$일 때 성립함을 보이자.

$(1+x)^{k+1} = (1+x)^k(1+x) \geq (1+kx)(1+x) = 1+(k+1)x+kx^2 \geq 1+(k+1)x$

따라서 수학적 귀납법에 의하여 모든 자연수 n과 $x \geq -1$에 대하여 $(1+x)^n \geq 1+nx$이 성립한다.

참고로, 위의 전개식에서, 첫 번째 부등식이 성립하는 이유는 $n=k$일 때 $(1+x)^k \geq 1+kx$라고 가정하였고 $1+x \geq 0$이기 때문이며, 두 번째 부등식이 성립하는 이유는 모든 자연수 k와 실수 x에 대하여 $kx^2 \geq 0$이기 때문이다.

(2) n이 임의의 자연수일 때, 위의 부등식을 이용하여 다음이 성립함을 보여라.

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \leq \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}$$

임의의 자연수 n에 대하여 $1 \leq \dfrac{\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}$을 보이자.

$$\frac{\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} = \frac{\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}} \cdot \left(1+\frac{1}{n}\right) = \left(\frac{\frac{n+2}{n+1}}{\frac{n+1}{n}}\right)^{n+1} \cdot \left(1+\frac{1}{n}\right)$$

$$= \left(\frac{n^2+2n+1-1}{(n+1)^2}\right)^{n+1} \cdot \left(1+\frac{1}{n}\right)$$

$$= \left(1+\frac{-1}{(n+1)^2}\right)^{n+1} \cdot \left(1+\frac{1}{n}\right) \quad \text{이고,}$$

$x = -\dfrac{1}{(n+1)^2} > -1$에 대하여 (1)의 부등식에 의하여

$\left(1+\dfrac{-1}{(n+1)^2}\right)^{n+1} \geq 1+(n+1) \cdot \dfrac{-1}{(n+1)^2} = 1-\dfrac{1}{(n+1)}$ 이 성립한다.

그러므로 $\dfrac{\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} = \left(1+\dfrac{-1}{(n+1)^2}\right)^{n+1} \cdot \left(1+\dfrac{1}{n}\right) \geq \left(1-\dfrac{1}{n+1}\right) \cdot \left(1+\dfrac{1}{n}\right) = \dfrac{n}{n+1} \cdot \dfrac{n+1}{n} = 1$ 이 참이고, 부등식 $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n \leq \left(1+\dfrac{1}{n+1}\right)^{n+1}$이 성립한다.

(별해) x가 양의 실수일 때 $f(x) = \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$가 증가함수임을 보인다.

$f(x)$를 미분하면 $f'(x) = e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}\left\{\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) - \dfrac{1}{x+1}\right\}$ 이고

양의 실수 x에 대하여 $e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)} = \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x > 0$이므로 $f(x)$가 증가함수임을 보이려면

$g(x) = \ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) - \dfrac{1}{x+1} \geq 0$ 를 보이면 된다.

$g(x)$를 미분하면 양의 실수 x에 대하여

$g'(x) = \dfrac{1}{(1+x)^2} - \dfrac{1}{x(1+x)} = -\dfrac{1}{x(1+x)^2} < 0$ 이므로 $g(x)$는 감소함수이다.

그리고 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} g(x) = \lim_{x\to\infty} \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1} = 0$이다.

따라서 임의의 양수 x에 대하여 $g(x) \geq \lim\limits_{x\to\infty} g(x)=0$이 성립한다.

그러므로 $f(x)$는 증가함수이고 임의의 자연수 n에 대하여

$f(n)=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n \leq \left(1+\dfrac{1}{n+1}\right)^{n+1}=f(n+1)$이 참이다.

(3) 임의의 두 자연수 m과 n에 대하여 다음이 성립함을 보여라.

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < \left(1+\frac{1}{m}\right)^{m+1}$$

$n=m$**인 경우**: $1<1+\dfrac{1}{m}$이므로

$\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n=\left(1+\dfrac{1}{m}\right)^m<\left(1+\dfrac{1}{m}\right)^m \cdot \left(1+\dfrac{1}{m}\right)=\left(1+\dfrac{1}{m}\right)^{m+1}$이 성립한다.

$n<m$**인 경우**: $m=n+k$이면 (2)의 부등식에 의하여

$\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n \leq \left(1+\dfrac{1}{n+1}\right)^{n+1} \leq \cdots \leq \left(1+\dfrac{1}{n+k}\right)^{n+k}=\left(1+\dfrac{1}{m}\right)^m$이 참이고,

$1<1+\dfrac{1}{m}$이므로 $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n \leq \left(1+\dfrac{1}{m}\right)^m<\left(1+\dfrac{1}{m}\right)^{m+1}$이 성립한다.

$n>m$**인 경우**: $\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^n$에 대하여 (2)의 풀이를 그대로 반복하면

$$\begin{aligned}\frac{\left(1-\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}}{\left(1-\frac{1}{n}\right)^n}=\frac{\left(1-\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}}{\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n+1}}\cdot\left(1-\frac{1}{n}\right)&=\left(\frac{\frac{n}{n+1}}{\frac{n-1}{n}}\right)^{n+1}\cdot\left(1-\frac{1}{n}\right)\\&=\left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\left(1-\frac{1}{n}\right)\\&=\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\left(1-\frac{1}{n}\right)\end{aligned}$$ 이고,

$x=\dfrac{1}{n^2-1}>-1$에 대하여 (1)의 부등식에 의하여

$\left(1+\dfrac{1}{n^2-1}\right)^{n+1} \geq 1+(n+1)\cdot\dfrac{1}{n^2-1}=1+\dfrac{1}{n-1}=\dfrac{n}{n-1}$ 이 성립하고

$\left(1+\dfrac{1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\left(1-\dfrac{1}{n}\right)\geq \dfrac{n}{n-1}\cdot\left(1-\dfrac{1}{n}\right)=1$이다.

그러므로 $\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^n \leq \left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)^{n+1}$이 성립함을 알 수 있다.

한편 $\left(1+\dfrac{1}{m}\right)^{m+1}=\left(\dfrac{m+1}{m}\right)^{m+1}=\dfrac{1}{\left(\frac{m}{m+1}\right)^{m+1}}=\dfrac{1}{\left(1-\frac{1}{m+1}\right)^{m+1}}$ 이므로 위의 부등식에 의하여

$\left(1+\dfrac{1}{m}\right)^{m+1}=\dfrac{1}{\left(1-\frac{1}{m+1}\right)^{m+1}}\leq\dfrac{1}{\left(1-\frac{1}{m}\right)^m}=\left(1+\dfrac{1}{m-1}\right)^m$ 이 참이다.

그러므로 $n > m$이어서 $n = m + k$로 주어진다면,

$$\begin{aligned}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} < \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} = \left(1+\frac{1}{m+k}\right)^{m+k+1} & \\ \le \left(1+\frac{1}{m+k-1}\right)^{m+k} \le \left(1+\frac{1}{m+k-2}\right)^{m+k-1} & \\ \le \cdots \le \left(1+\frac{1}{m}\right)^{m+1} &\end{aligned}$$

이 성립한다.

(4) n이 임의의 자연수일 때, 다음이 성립함을 보여라.

$$2 \le \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} < 3$$

(2)에 의하여 $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}$은 증가하는 수열이고 x_n의 극한이 자연상수 e이다.

그러므로 모든 자연수 n에 대하여 $2 = x_1 \le x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n} \le e < 3$이 성립한다.

(별해) (2)에 의하여 $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}$은 증가하는 수열이다.

그러므로 모든 자연수 n에 대하여 $2 = x_1 \le x_n$이 성립한다.

그리고 (3)의 부등식에서 $m = 5$를 계산하면 $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n} < \left(1+\dfrac{1}{5}\right)^{6} = 2.985984 < 3$ 을 알 수 있다.

[문제2] 좌표공간에 중심이 $\mathrm{C}(0,0,10)$이고 반지름이 1인 구를 S라고 하자. 점 C의 위치벡터를 $\vec{c}$라 하고, C를 지나고 벡터 $\vec{v}=(1,1,1)$와 평행한 직선을 l이라 하자. 실수 t에 대하여 벡터 $\vec{c}+t\vec{v}$를 위치벡터로 갖는 점 A_t를 지나고 l에 수직인 평면을 P_t라고 하자. [35점]

(1) 평면 P_t와 구 S가 한 개보다 많은 점에서 만나도록 하는 t의 범위를 구하고, 이 범위 안의 실수 t에 대하여, S와 P_t가 만나서 생기는 원 W_t의 반지름의 길이를 $f(t)$라고 할 때, $f(t)$를 구하여라.

(2) 문제(1)에서 구한 범위 안의 실수 t에 대하여, 구 S로 둘러싸인 영역을 평면 P_t가 두 부분으로 나눈다. 이 두 부분의 부피를 구하여 t에 관한 식으로 표현하여라.

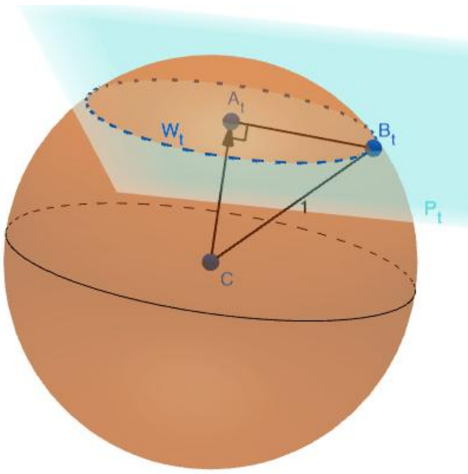
(3) $f(t_0)=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$인 양수 t_0에 대하여 평면 P_{t_0}로 나누어진 구 S의 조각 중 평면 P_{t_0}에서 벡터 $\vec{v}$ 방향에 위치한 조각을 xy평면으로 정사영하여 얻어지는 도형의 넓이를 구하여라(단, 이 조각은 원 W_{t_0}를 포함하는 것으로 생각함).

■ 출제의도

이 문제는 좌표공간에 주어진 도형의 모양을 이해하고, 부피와 정사영의 넓이를 구하는 문제이다. 이 과정에서 점과 평면 사이의 거리, 두 평면이 이루는 이면각, 평면의 법선벡터, 원과 구의 정의 등의 수리적 개념 및 좌표공간 및 좌표평면 상의 도형에 대한 일반적인 수리적 개념을 효과적으로 활용하여 도형의 모양과 서로간의 위치 관계를 추론하는 능력, 그리고 단면 넓이의 적분으로 부피 구하기, 평면 상의 도형을 다른 평면으로 정사영한 도형의 넓이, 벡터의 내적과 사잇각의 관계, 부채꼴과 삼각형의 넓이에 대한 수리적 개념을 종합적으로 활용하는 계산 능력을 평가하고자 한다.

■ 우수답안 및 해설

(1) 평면 P_t와 구 S가 한 개보다 많은 점에서 만나도록 하는 t의 범위를 구하고, 이 범위 안의 실수 t에 대하여, S와 P_t가 만나서 생기는 원 W_t의 반지름의 길이를 $f(t)$라고 할 때, $f(t)$를 구하여라.



$\overrightarrow{\mathrm{CA}_t}=(\vec{c}+t\vec{v})-\vec{c}=t\vec{v}$ 으로, $t\neq 0$ 이면 이 벡터가 평면 P_t와 수직이고, 따라서 A_t는 C에서 P_t에 내린 수선의 발이다. C와 평면 P_t와의 거리는 $|t\vec{v}|=|t||\vec{v}|=|t|\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}|t|$ 이다. $t=0$인 경우에는 $\mathrm{C}=\mathrm{A}_t$이므로 C와 P_t의 거리는 $0=\sqrt{3}|t|$이다.

한 편, 구 S 상의 임의의 점과 C와의 거리는 1이다. 따라서 $\sqrt{3}|t|<1$ 일 때만 구와 평면은 원에서 만난다. 따라서 구하는 범위는 $-\frac{1}{\sqrt{3}}<t<\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

S와 P_t가 만나 이루는 교선을 W_t라 하고, B_t를 W_t 상의 임의의 점이라고 하자. 선분 CA_t는 P_t에 수직이므로, 선분 AB와도 수직이다. 또한 B_t는 구 S 상의 점이므로 $\overline{\mathrm{CB}_t}=1$ 이다. $\angle \mathrm{CA}_t\mathrm{B}_t=\pi/2$ 이므로, 피타고라스 정리에 의해 $\overline{\mathrm{A}_t\mathrm{B}_t}^2=\overline{\mathrm{CB}_t}^2-\overline{\mathrm{CA}_t}^2=1^2-|\sqrt{3}\,t|^2=1-3t^2$ 이다. 즉 A_t에서 W_t의 임의의 점까지의 거리가 $\sqrt{1-3t^2}$ 로 일정하므로, 원 W_t의 중심은 A_t이고 반지름은 $\sqrt{1-3t^2}$ 이다. 따라서 답은 $f(t)=\sqrt{1-3t^2}$ 이다.

(2) 문제(1)에서 구한 범위 안의 실수 t에 대하여, 구 S로 둘러싸인 영역을 평면 P_t가 두 부분으로 나눈다. 이 두 부분의 부피를 구하여 t에 관한 식으로 표현하여라.

직선 l을 축으로 생각하자. $t\geq 0$이면 점 A_t는 점 C로부터 벡터 $\vec{v}$ 방향으로 길이 $|t\vec{v}|=\sqrt{3}|t|$만큼 간 곳에 위치해 있고, $t<0$ 이면 $-\vec{v}$ 방향으로 길이 $\sqrt{3}|t|$만큼 간 곳에 있다. $s=\sqrt{3}t$ 라고 두자. 직선 l 상에서 C로부터 $\vec{v}$ 방향으로 길이 s만큼의 위치에 A_t가 있다고 할 수 있다. s가 음수면 반대인 $-\vec{v}$ 방향으로 길이 $|s|$만큼 간 것으로 이해한다.

l상의 이 점 A_t에서 우리가 부피를 구하고자 하는 영역의 수직 단면은 반지름 $f(t)$인 원이므로, 넓이가 $\pi\cdot f(t)^2=\pi(1-3t^2)=\pi(1-s^2)$이다. 영역의 부피는 이 넓이 식을 범위에 맞게 적분하면 된다.

첫째 영역은 s가 $\sqrt{3}\,t$에서 1까지 움직일 때이므로 부피가 $\int_{\sqrt{3}\,t}^{1}\pi(1-s^2)\,ds$ 이고, 계산하면

$\left[\pi(s-\frac{s^3}{3})\right]_{\sqrt{3}\,t}^{1}=\pi\left(\frac{2}{3}-\sqrt{3}\,t+\sqrt{3}\,t^3\right)$ 이다. 나머지 영역은 구의 부피 $\frac{4}{3}\pi$ 에서 첫 번째 부피를 빼면 된다. 따라서 부피는 각기 $\pi\left(\frac{2}{3}-\sqrt{3}\,t+\sqrt{3}\,t^3\right)$ 과 $\pi\left(\frac{2}{3}+\sqrt{3}\,t-\sqrt{3}\,t^3\right)$ 이다.

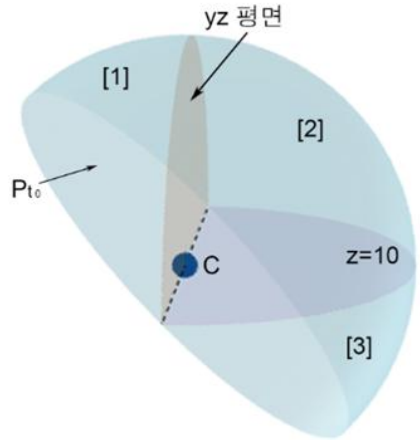
(3) $f(t_0)=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 인 양수 t_0에 대하여 평면 P_{t_0}로 나누어진 구 S의 조각 중 평면 P_{t_0}에서 벡터 $\vec{v}$ 방향에 위치한 조각을 xy평면으로 정사영하여 얻어지는 도형의 넓이를 구하여라(단, 이 조각은 원 W_{t_0}를 포함하는 것으로 생각함).

$f(t_0)=\sqrt{1-3t_0^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 이면 $1-3t_0^2=\frac{6}{9}$ 여서 $t_0^2=\frac{1}{9}$ 이므로, $t_0=\frac{1}{3}$ 이다 $(t_0>0)$. C와 P_{t_0}의 거리는 $\overline{\mathrm{CA}_{t_0}}=\sqrt{3}|t_0|=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다. 편의상 $\mathrm{A}=\mathrm{A}_{t_0}$, $P=P_{t_0}$, $W=W_{t_0}$ 로 표기하자.

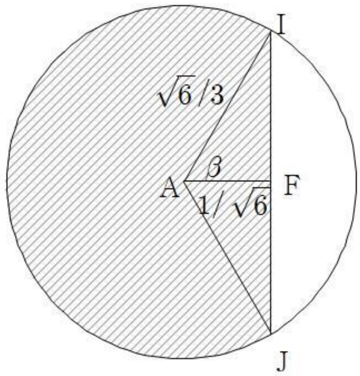
C를 지나는 평면 $z=10$ 과 평면 P의 교선을 m이라 하고, 점 A에서 m에 내린 수선의 발을 F라고 하자. 선분 AF는 평면 P에 속해 있으며 선분 CF는 $z=10$ 평면에 속해 있고, 두 선분이 모두 m에 수직이므로, 선분 AF와 선분 CF의 사잇각은 평면 P와 $z=10$평면의 이면각 θ와 같다. 평면 $z=10$ 의 법선벡터 $(0,0,1)$과 평면 P의 법선벡터 $(1,1,1)$을 이용하면 $\cos\theta=\frac{(0,0,1)\cdot(1,1,1)}{|(0,0,1)||(1,1,1)|}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 을 얻는다.

$\overline{\mathrm{CA}}$와 $\cos\theta$, $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{2}/\sqrt{3}$ 를 이용하면 $\overline{\mathrm{CF}}=1/\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{AF}}=1/\sqrt{6}$를 얻는다. 구 S와 평면 $z=10$ 의 교선은 C를 중심으로 하고 반지름이 1인 원 U이고, $\overline{\mathrm{CF}}=1/\sqrt{2}<1$ 이므로, 그림과 같이 평면 $z=10$ 상에서 F가 U의 내부에 위치한다.

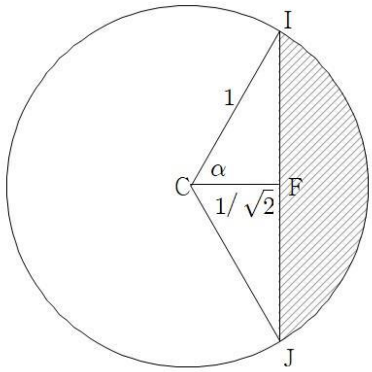
직선 m을 포함하며 평면 $z=10$에 수직인 평면을 R이라 하자. xy 평면으로의 정사영의 넓이를 구하고자 하는 구의 조각은 평면 $z=10$과 평면 R에 의하여 세 부분 [1], [2], [3]으로 그림과 같이 나뉜다. [3]의 정사영은 [2]의 정사영에 포함된다. [2]의 정사영은, [2]의 밑면에 해당하는 활꼴 도형의 정사영과 같으며, [1]의 정사영은 [1]의 밑면에 해당하는 활꼴 도형의 정사영과 같다.



[2] 부분의 밑면은 원 U 내부에서 그림의 빗금친 부분이다. 직선 m과 이 원의 교점들을 I, J 라 하자. $\angle\mathrm{ICF}=\alpha$라고 두면, $\cos\alpha=1/\sqrt{2}$ 로부터 $\alpha=\pi/4$ 를 얻는다. 따라서 각 2α에 해당하는 부채꼴 CIJ의 넓이는 $\pi\cdot1^2\cdot(2\alpha)/(2\pi)=\pi/4$이다. $\overline{\mathrm{FI}}=\sin\alpha=1/\sqrt{2}$ 이며, $\angle\mathrm{JCF}=\alpha$이므로 $\overline{\mathrm{JF}}=\sin\alpha=1/\sqrt{2}$이다. 따라서 삼각형 CIJ의 넓이는 $(2/\sqrt{2})\cdot(1/\sqrt{2})\cdot(1/2)=1/2$ 이고, 구하고자 하는 활꼴의 넓이는 $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$ 이다. 한편 평면 $z=10$은 xy평면과 평행이므로, [2]의 밑면의 xy평면으로의 정사영의 넓이 역시 $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$이다.



[1]의 밑면은 원 W의 내부에서 그림의 빗금친 부분이다. $\angle\mathrm{IAF}=\angle\mathrm{JAF}=\beta$ 라고 두면, $\cos\beta=\dfrac{1/\sqrt{6}}{\sqrt{6}/3}=\dfrac{1}{2}$ 이므로 $\beta=\pi/3$이다. 각도 $2\pi-\beta$에 해당하는 부채꼴 AIJ 의 넓이는 $\pi(\frac{\sqrt{6}}{3})^2\cdot\dfrac{2\pi-2\cdot(\pi/3)}{2\pi}=\dfrac{4}{9}\pi$ 이다. $\overline{\mathrm{IJ}}=2/\sqrt{2}=\sqrt{2}$이므로 삼각형 AIJ의 넓이는 $\sqrt{2}\cdot(1/\sqrt{6})\cdot(1/2)=\sqrt{3}/6$이고, 따라서 빗금친 부분의 넓이는 $\frac{4}{9}\pi+\frac{\sqrt{3}}{6}$이다. 평면 P와 xy평면의 이면각 θ에 대하여 $\cos\theta=1/\sqrt{3}$ 이 성립하므로, ([1]의 밑면의 xy평면으로의 정사영의 넓이)=([1]의 밑면의 넓이)$\cdot\cos\theta=(\frac{4}{9}\pi+\frac{\sqrt{3}}{6})\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$.



답은 [2]의 정사영의 넓이와 [1]의 정사영의 넓이의 합인 $\pi\left(\frac{1}{4}+\frac{4\sqrt{3}}{27}\right)-\frac{1}{3}$ 이다.

[문제3] 좌표공간에 길이 10인 선분을 $I=\{(x,0,0)\mid -5\le x\le 5\}$로 정하고 선분 밖에 있는 점 P와 선분 I의 두 점 A,B가 이루는 각을 $\angle\mathrm{APB}=\theta$ $(0\le\theta<\pi)$라고 할 때 다음 물음에 답하여라. [30점]

(1) 선분 밖의 점 P가 y축의 점이고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 J라 하자. 집합 $J\cup\{(0,0,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.

(2) 선분 밖의 점 P가 yz평면에 있고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I위의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 S라 하자. 집합 $S\cup\{(0,0,0)\}$이 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

(3) 선분 밖의 점 P가 xy평면에 있고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I위의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 U라 하자. 집합 $U\cup I$이 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

■ 출제의도

이 문제는 각에 관한 조건으로 주어진 좌표공간의 점의 집합을 구하고 집합이 나타내는 그림의 길이나 넓이를 구하는 문제이다. 이 과정에서 이등변 삼각형의 성질과 원주각의 개념을 활용하여 집합을 구성하는 원소의 성질을 추론하는 수리적 개념의 활용 능력과 닮음꼴의 성질, 원의 방정식, 이차방정식의 근의 성질을 효과적이고 종합적으로 활용하여 추론을 확인하는 수리적 개념의 종합적 활용 능력, 그리고 삼각함수의 합의 공식, 삼각형의 넓이, 부채꼴의 넓이에 관한 개념을 종합적으로 활용하는 계산 능력을 평가하고자 한다.

■ 우수답안 및 해설

(1) 선분 밖의 점 P가 y축의 점이고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 J라 하자. 집합 $J\cup\{(0,0,0)\}$이 나타내는 그림의 길이를 구하여라.

먼저 y축의 점이고 선분 I의 양 끝점을 선택하여 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 하는 점$(0,\pm m,0)(m>0)$을 찾으면 m이 밑변의 길이가 10이고 두 밑각이 $\frac{5\pi}{12}$인 이등변 삼각형의 높이이다. 꼭지점 $(0,m,0)$은 $\tan\frac{5\pi}{12}=\frac{m}{5}$을 만족한다. 탄젠트함수의 덧셈공식에 따라

$$m=5\tan\frac{5\pi}{12}=5\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=5\left(\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{6}}\right)=5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)$$ 이다.

y축의 점$(0,a,0)$ $\left(|a|>5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)\right)$을 선택하면 선분 I의 양 끝점을 선택하였을 때 θ가 가장 큰 각이 되고 점$(0,a,0)$과 선분 I의 양 끝점이 두 밑각이 $\frac{5\pi}{12}$보다 큰 이등변 삼각형이 되므로 집합 J의 원소가 아니다.

y축의 점$(0,a,0)$ $\left(0<|a|<5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)\right)$을 선택하면 닮음꼴의 성질을 활용하여 높이가 $|a|$이고 두 밑각이 $\frac{5\pi}{12}$인 이등변 삼각형이 되는 선분의 두 점 $\left(\frac{-|a|(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1},0,0\right)$, $\left(\frac{|a|(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1},0,0\right)$ 을 선분 I에서 선택할 수 있다.

따라서 구하는 집합 J는 $J=\left\{(0,y,0)\mid 0<|y|\le 5\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)\right\}$ 이고

$J\cup\{(0,0,0)\}$의 나타내는 그림의 길이는 $10\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)$이다.

(2) 선분 밖의 점 P가 yz평면에 있고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I위의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 S라 하자. 집합 $S\cup\{(0,0,0)\}$이 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

yz평면과 선분I를 포함하는 x축이 수직이므로 yz평면의 한점 $(0,a,b)$와 x축의 선분 I의 두점에 대한 $\theta=\frac{\pi}{6}$에 관한 문제는 $(0,a,b)$를 x축을 중심으로 회전하여 y축의 점으로 옮겨서 문제 (1)과 같이 풀 수 있다. 따라서 집합 S는 $S=\left\{(0,a,b)\mid 0<a^2+b^2\le 25\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)^2\right\}$ 이다.

그러므로 $S\cup\{(0,0,0)\}$의 넓이는 $25\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)^2\pi$ 이다.

(3) 선분 밖의 점 P가 xy평면에 있고 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 선분 I위의 두 점 A,B를 선택할 수 있을 때 점 P의 집합을 U라 하자. 집합 $U\cup I$이 나타내는 그림의 넓이를 구하여라.

먼저 선분 I의 양 끝점을 선택하여 $\theta=\frac{\pi}{6}$가 되도록 하는 xy평면의 점들을 찾으면 원주각의 성질에 의하여 선분 I를 현으로 하고 원주각이 $\frac{\pi}{6}$이 되는 원위의 점들이다. 중심각이 $\frac{\pi}{3}$이므로 구하는 원은 반지름이 10이고 중심이 $(0,\pm 5\sqrt{3},0)$이다. 따라서 대응되는 점들의 집합은

$B=\left\{(x,y,0)\mid x^2+(y-5\sqrt{3})^2=10^2, y>0\right\}\cup\left\{(x,y,0)\mid x^2+(y+5\sqrt{3})^2=10^2, y<0\right\}$ 이고

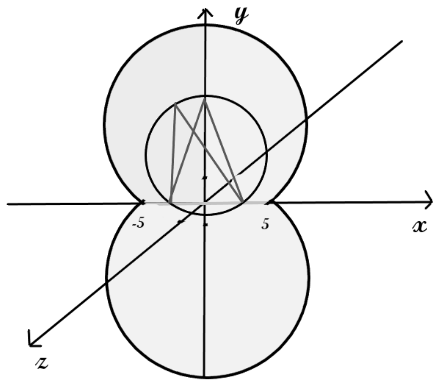
집합 B의 모든 원소가 U에 속한다.

xy-평면의 점 중에서 $B\cup\{(-5,0,0),(5,0,0)\}$ 외부의 한 점을 잡으면 선분 I의 양 끝점을 잡을 때 θ가 가장 크고 집합 $B\cup\{(-5,0,0),(5,0,0)\}$의 밖에 있으므로 원주각의 성질에 따라 $\theta<\frac{\pi}{6}$이다.

따라서 이들 점은 집합 U의 원소가 아니다.

xy-평면의 점 중에서 $B\cup\{(-5,0,0),(5,0,0)\}$의 내부에 있고 선분밖에 있는 점의 집합

$C=\left\{(x,y,0)\,|\,x^2+\left(y-5\sqrt{3}\right)^2<10^2,\,y>0\right\}\cup\left\{(x,y,0)\,|\,x^2+\left(y+5\sqrt{3}\right)^2<10^2,\,y<0\right\}$ 이다.



이제 집합 C의 임의의 한 점 $(\alpha,\beta,0)\,\beta>0$이 집합 U의 원소인 것을 다음과 같이 보인다. 닮음꼴을 활용하면 이 점이 반지름이 $10l$이고 중심이 $\left(0,5\sqrt{3}\,l,0\right)$인 xy평면의 원의 점이고 선분 I의 두 점 $(-5l,0,0),(5l,0,0)$을 현의 끝점으로 할 때 원주각 $\frac{\pi}{6}$이 됨을 알 수 있다. 주어진 조건의 l이 $0<l<1$인 것을 확인하기 위하여 원의 방정식 $\alpha^2+\left(\beta-5\sqrt{3}\,l\right)^2=(10l)^2$ 를 풀어서 $f(l)=25l^2+10\sqrt{3}\beta l-(\alpha^2+\beta^2)$가 $0<l<1$인 근을 가지는 것을 보이기로 한다. $f(0)=-(\alpha^2+\beta^2)<0$ 이고 점 $(\alpha,\beta,0)\,\beta>0$가 집합 C의 원소이므로 $f(1)=25+10\sqrt{3}\beta-(\alpha^2+\beta^2)=10^2-\alpha^2-\left(\beta-5\sqrt{3}\right)^2>0$ 이다.

따라서 $0<l<1$인 근이 존재한다. 같은 이유로 C의 한점 $(\alpha,\beta,0)\,\beta<0$도 U의 원소이다.

따라서 구하는 집합 U는 집합 $B\cup C$이다. 집합 $U\cup I$은 위 그림처럼 나타나며 반지름 10이고 원주각 $\frac{5\pi}{3}$인 부채꼴 두 개와 한 변의 길이가 10인 정삼각형이 두 개 있는 모양으로 분해 할 수 있다. 따라서 $2\left(\frac{1}{2}10^2\frac{5\pi}{3}+\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}10^2\right)=100\left(\frac{5\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 이다.