8 자연계열 논술고사 (세종) (수학)

[홍익대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	등비수열의 공비와 일반항
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

2. 문항 및 제시문

문제 1 (10점)

수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 6, a_2 = 4, a_3 = 3$이고, 등비수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $b_n = a_n + \alpha$일 때, a_7의 값을 구하시오. (단, α는 상수이다.)

3. 출제 의도

등비수열의 공비와 일반항을 구하고, 여러 가지 수열의 일반항을 구할 수 있는지를 확인하는 문항으로 교육과정 내의 용어와 개념을 이용한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 1	**[수학 I] - (3) 수열 - ① 등차수열과 등비수열** [12수학I03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학I	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2022.3.1	113-125
	수학I	이준열 외 9인	천재교육	2022.3.1	121-134

5. 문항 해설

수학 I ‘[12수학 I 03-01] 수열의 뜻을 안다.’, 수학 I ‘[12수학 I 03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구할 수 있다.’, 성취기준에서 등비수열의 정의를 이용하여 식을 세워 구한 등비수열의 일반항으로부터 또 다른 수열의 특정한 항의 값을 계산하는 문항이다.

6. 채점 기준

단계	채점 기준	배점
(1)	등비수열 $\{b_n\}$의 등비중항 식으로부터 α의 값을 먼저 구한다.	3점
(2)	등비수열 $\{b_n\}$의 공비 r의 값을 구한다.	3점
(3)	$\{b_n\}$의 일반항의 식을 구한다.	3점
(4)	b_7과 a_7의 값을 구한다.	1점

7. 예시 답안 혹은 정답

등비중항 식으로부터 α를 먼저 구한다.

$$b_2 = 4 + \alpha$$

가 $b_1 = 6 + \alpha$과 $b_3 = 3 + \alpha$의 등비중항이므로

$$\begin{aligned} b_2^2 = (4+\alpha)^2 &= b_1 b_3 = (6+\alpha)(3+\alpha) \\ \alpha^2 + 8\alpha + 16 &= \alpha^2 + 9\alpha + 18 \\ \alpha &= -2 \end{aligned}$$

이다. 다음으로 등비수열 $\{b_n\}$의 공비 r를 구한다.

$$\begin{aligned} b_1 &= 6 - 2 = 4 \\ b_2 &= 4 + (-2) = 2 \\ r &= \frac{b_2}{b_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

이다. 이제 $\{b_n\}$은 공비 $\frac{1}{2}$, 초항 4인 등비수열이므로

$$b_n = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$
$$b_7 = 4 \cdot 2^{-6} = \frac{1}{16}$$

이다. 마지막으로

$$b_7 = a_7 - 2,$$
$$a_7 = b_7 + 2 = \frac{33}{16}$$

이다.

9 자연계열 논술고사 (세종) (수학)

[홍익대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	다항함수의 극한, 0/0꼴의 극한
예상 소요 시간	8 분 / 전체 70분	

2. 문항 및 자료

문제 2 (10점)

다항함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x \to 0} x^2 f\left(\frac{1}{x}\right) = -1$

(나) $\lim_{x \to -1} \frac{f(x)}{x+1} = f(1)$

3. 출제 의도

주어진 조건에서 함수의 극한의 성질을 이용하여 다항함수를 추론할 수 있는지를 확인하는 문항으로 교육과정의 성취기준에 근거한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2	[수학 Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - 1 함수의 극한

	[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2021.3.1	19-21
	수학II	이준열 외 9인	천재교육	2021.3.1.	20-23

5. 문항 해설

수학Ⅱ '[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.', 성취기준에서 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 식을 세운 후, 다항함수의 계수를 구하는 문항이다.

6. 채점 기준

단계	채점 기준	배점
(1)	(가)로부터 $f(x)$의 차수가 2이며 이차항의 계수가 -1임을 안다.	3점
(2)	(나)로부터 $x+1$이 $f(x)$의 인수임을 알고 $f(x)$를 인수분해 형태로 표현한다.	3점
(3)	극한값 $\lim_{x\to-1}\frac{f(x)}{x+1}$과 $f(1)$을 각각 계산하고 비교하여 $f(x)$를 구한다.	3점
(4)	함수값 $f(2)$를 계산한다.	1점

7. 예시 답안 혹은 정답

(가)로부터 $f(x)$의 차수가 2이며 이차항의 계수가 -1임을 안다.

$$f(x)=-x^2+ax+b$$

(나)로부터 $x+1$이 $f(x)$의 인수가 됨을 안다.

$$f(x)=(x+1)(-x+b)$$

이다. 이제

$$\lim_{x\to-1}\frac{f(x)}{x+1}=\lim_{x\to-1}-x+b=b+1=f(1)=(1+1)(-1+b)=2b-2$$

또는

$$\lim_{x\to-1}\frac{f(x)}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}=f'(-1)=b+1=f(1)=2b-2$$

이므로

$$b=3, f(x)=(x+1)(-x+3)=-x^2+2x+3$$

이다. 마지막으로

$$f(2)=-4+4+3=3$$

이다.

10 자연계열 논술고사 (세종) (수학)

[홍익대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	삼각함수
예상 소요 시간	8 분 / 전체 70분	

2. 문항 및 자료

문제 3 (10점)

$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$일 때, 방정식 $3\tan^2 x - 8\tan x - 3 = 0$을 만족시키는 모든 실근 x에 대하여 $\cos x$의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

교육과정 내의 삼각함수 사이의 관계와 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구할 수 있는지 확인하는 문항으로 교육과정의 내용을 반영한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3	**[수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수** [12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	이준열 외 9인	천재교육	2022	76-80
	수학 I	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2022	70-74
	수학 I	김원경 외 14인	비상	2025	71-91

5. 문항 해설

수학 I ‘[12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.’ 주어진 방정식을 풀어 $\tan x$를 구하고, 주어진 조건으로 $\cos x$의 값을 구하는 문항이다.

6. 채점 기준

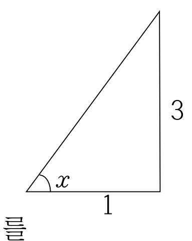
단계	채점 기준	배점
(1)	$t=\tan x$로 치환한 뒤 t에 관한 이차방정식의 해를 구한다.	4
(2)	$t=\tan x$임과 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$에서 cos은 양수임을 이용하여 $\cos x$를 구한다.	6

7. 예시 답안 혹은 정답

$\tan x=t$라고 치환하면 주어진 방정식은 $3t^2-8t-3=(3t+1)(t-3)=0$이므로 $t=3$ 또는 $t=-\frac{1}{3}$이다.

$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=3$인 경우, $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$이고 양변을 제곱하고 $\sin^2x=1-\cos^2x$를 이용하여 풀면 $10\cos^2x=1$이므로 $\cos x=\frac{1}{\sqrt{10}}$이다.

$\tan x=-\frac{1}{3}$인 경우, $x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$이고 양변을 제곱하여 풀면 $10\cos^2x=9$이고, 4사분면에서 cos은 양수이므로 $\cos x=\frac{3}{\sqrt{10}}$이다.



(삼각함수의 절댓값 계산의 다른 풀이, 삼각형 이용)

삼각함수의 절댓값은 삼각형을 이용하여 구할 수도 있다.

$\tan x=3$인 경우, 직각삼각형의 밑변과 높이의 길이 비는 $1:3$이고, 피타고라스 정리를 이용하여 빗변의 길이 = $\sqrt{10}$임을 구하고, $\cos x$를 구한다.

11 자연계열 논술고사 (세종) (수학)

[홍익대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 4	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 연속, 이차방정식의 실근
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

2. 문항 및 자료

문제 4 (10점)

함수 $f(x)=\begin{cases} -x+|a| & (x<0) \\ x^2+3x+a & (x \geq 0) \end{cases}$ 는 $x=0$에서만 불연속이다. x에 대한 방정식 $f(x)=0$의 실근의 값이 5보다 작을 때, 정수 a의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

3. 출제 의도

함수의 연속성의 정의를 이해하는지와 이차방정식의 실근을 구할 수 있는지를 확인하는 문항으로 교육과정의 내용을 반영한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 4	**[수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속** [12수학Ⅱ01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2021.3.1	30-33
	수학II	이준열 외 9인	천재교육	2021.3.1	30-33

5. 문항 해설

수학 '[10수학 01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다.', 수학Ⅱ '[12수학Ⅱ01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다.', 성취기준에서 함수가 주어진 점에서 불연속하게 되도록 하고, 또 실근이 주어진 범위에 위치하게 하는 계수의 범위를 구하는 문항이다.

6. 채점 기준

단계	채점 기준	배점
(1)	$a<0$을 보인다.	5점
(2)	$a>-40$을 보인다.	5점

7. 예시 답안 혹은 정답

$f(x)$가 $x=0$에서 불연속이므로

$$\lim_{x\to 0-} f(x)=|a| \neq \lim_{x\to 0+} f(x)=a$$

이며 즉 $a<0$이다. 또한, $a<0$일 때 $x>0$에서 $f(x)=x^2+3x+a=0$의 실근

$$-\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}-a}$$

이 5보다 작아야 하므로

$$\sqrt{\frac{9}{4}-a}<5+\frac{3}{2}=\frac{13}{2}$$

$$\frac{9}{4}-a<\frac{169}{4}$$

$$a>-\frac{160}{4}=-40$$

이다. 따라서 정수 a의 최댓값은 -1, 최솟값은 -39이다.

12 자연계열 논술고사 (세종) (수학)

[홍익대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 5	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	지수함수
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

2. 문항 및 자료

문제 5 (10점)

함수 $f(x) = 2^{x-a} - 6a^2$의 그래프와 직선 $y = x$가 두 점 A, B에서 만난다고 하자. $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{2}$일 때, 실수 a의 값을 모두 구하시오.

3. 출제 의도

지수함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있는지를 평가하는 문항으로 교육과정의 내용을 반영한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 5	**[수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수** [12수학 I 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. [12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	이준열 외 9인	천재교육	2022	50-52
	수학 I	김원경 외14인	비상	2025	48-55

5. 문항 해설

수학 I '[12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.' 성취기준에서 지수함수를 활용하여, 주어진 조건을 만족하는 값을 찾을 수 있는지를 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

단계	채점 기준	배점
(1)	$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{2}$으로 부터 $x_2 - x_1 = 1$을 얻는다.	3
(2)	식 $x_1 = a$를 옳게 얻는다.	4
(3)	$6a^2 + a - 1 = 0$으로부터 $a = -\dfrac{1}{2}$ 또는 $a = \dfrac{1}{3}$을 얻는다.	3

7. 예시 답안 혹은 정답

두 점 A, B의 x좌표를 각각 x_1, $x_2 (x_1 < x_2)$라 하면, 두 점은 $y = x$위에 있으므로 두 점의 좌표는 $\mathrm{A}(x_1, x_1)$, $\mathrm{B}(x_2, x_2)$이다.

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{2}$이므로 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2}$이고, $x_2 - x_1 = 1$이다.

$x_2 = x_1 + 1$이고, $f(x_1) = x_1$, $f(x_1 + 1) = x_1 + 1$

$2^{x_1 - a} - 6a^2 = x_1 \cdots\cdots$ ㉠

$2^{x_1 + 1 - a} - 6a^2 = x_1 + 1 \cdots\cdots$ ㉡

㉡-㉠을 하면

$2^{x_1 + 1 - a} - 2^{x_1 - a} = 1$

$2^{x_1 - a}(2 - 1) = 1$

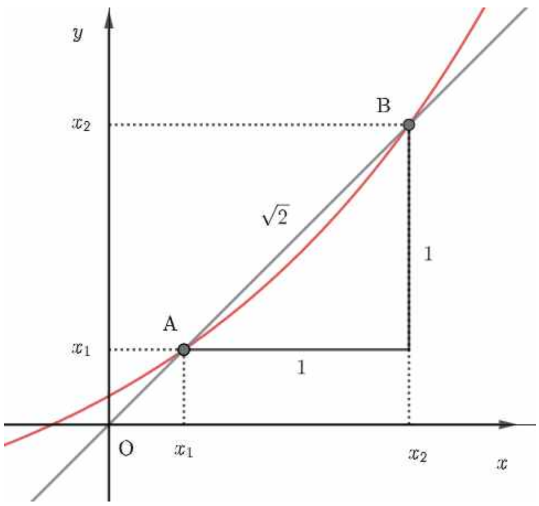
$x_1 - a = 0$, $x_1 = a$

$x_1 = a$을 ㉠에 대입하면

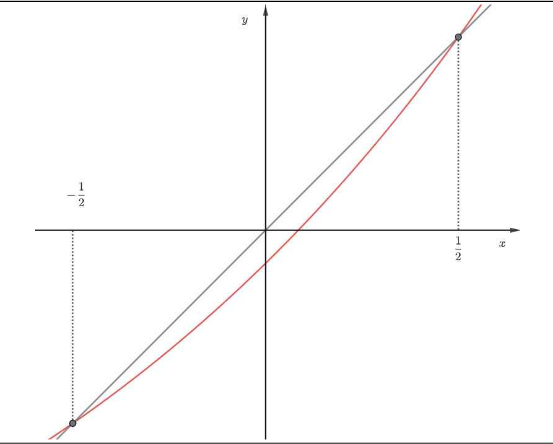
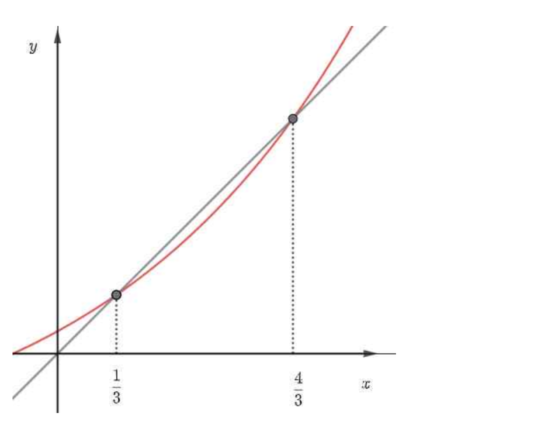
$1 - 6a^2 = a$

$6a^2 + a - 1 = 0$

$a = -\dfrac{1}{2}$ 또는 $a = \dfrac{1}{3}$



(참고)

 	
$a = -\frac{1}{2}$	$a = \frac{1}{3}$

13 자연계열 논술고사 (세종) (수학)

[홍익대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 6	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 II
	핵심개념 및 용어	정적분
예상 소요 시간	15분 / 전체 70분	

2. 문항 및 자료

문제 6 (15점)

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 일차함수 $g(x)=3x+1$이 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) x에 대한 방정식 $f(x)=g(x)$는 서로 다른 세 실근 $-\alpha,\ 0,\ \alpha\ (\alpha>0)$를 갖는다.

(나) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 8이다.

3. 출제 의도

정적분의 뜻을 알고, 다항함수의 정적분을 구할 수 있는지를 확인하는 문항으로 교육과정의 내용을 반영한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 6	**[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용** [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

	[수학Ⅱ] - (3) 적분 - 3 정적분의 활용 [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2021	119-127
	수학Ⅱ	이준열 외 9인	천재교육	2021	121-127
	수학II	김원경 외 14인	비상	2025	125-137

5. 문항 해설

수학Ⅱ '[12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.' 성취기준에서 정적분을 활용하여 $f(x) \geq g(x)$일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. 3차함수와 일차함수로 둘러싸인 부분의 넓이를 다항함수의 정적분을 이용하여 구하는 문제이다.

6. 채점 기준

단계	채점 기준	배점
(1)	최고차항의 계수가 1인 삼차함수를 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$라고 두고, (가) 조건을 이용하여 a와 c를 구한다.	6
(2)	정적분을 이용하여 $f(x)$와 $g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 계산하고 (나) 조건을 이용하여 b를 구하고, $f(x)$를 구한다.	6
(3)	$f(3)$를 구한다.	3

7. 예시 답안 혹은 정답

$f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이므로 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$라 한다.

(가)에 따라 방정식 $f(x)-g(x)=x^3+ax^2+(b-3)x+(c-1)=0$은 $x=0, \pm\alpha$를 근으로 가지므로

$$\begin{aligned} f(x)-g(x) &= x^3+ax^2+(b-3)x+(c-1) \\ &= x(x-\alpha)(x+\alpha) \\ &= x^3-\alpha^2 x \end{aligned}$$

이다. 그러므로 $a=0$, $c=1$, $\alpha=\sqrt{3-b}$이고 서로 다른 세 실근을 갖기 위해서는 $3-b>0$이어야 한다.

$y=f(x)-g(x)$는 기함수이므로

$$2\int_0^{\sqrt{3-b}}\left((3-b)x-x^3\right)dx=\frac{1}{2}(3-b)^2=8$$

이다. $b=7,\ -1$이다. 이 중 $b<3$이어야 하므로 $b=-1$이다.
그러므로 $f(x)=x^3-x+1$이고, $f(3)=25$이다.

(다른 풀이)

(가)에 따라 $f(x)-g(x)=x(x-\alpha)(x+\alpha)$이고, 이는 기함수이므로 f와 g로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$2\int_0^{\alpha}-x^3+\alpha^2x\,dx=\frac{1}{2}\alpha^4=8$$

이다. 그러므로 $\alpha^2=4$. $f(x)=x^3-\alpha^2x+g(x)=x^3-x+1$이고 $f(3)=25$이다.

14 자연계열 논술고사 (세종) (수학)

[홍익대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 7	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	극값
예상 소요 시간	15분 / 전체 70분	

2. 문항 및 자료

문제 7 (15점)

함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$에 대하여 함수 $|f(x)|$가 오직 2개의 극값을 갖도록 하는 실수 a의 값을 모두 구하시오.

3. 출제 의도

함수의 극값을 가질 조건을 활용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가하는 문항으로 교육과정의 내용을 반영한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 7	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	이준열 외 9인	천재교육	2021	86-90
	수학II	홍성복 외 9인	지학사	2025	86-89

5. 문항 해설

수학Ⅱ ‘[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.’ 성취기준에서 함수의 극값을 가질 조건을 이해하여 문제를 해결할 수 있는지 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

단계	채점 기준	배점
(1)	$f'(x)=0$를 만족하는 $x=0$ 또는 $x=2$을 구할 수 있다.	2
(2)	$a<0$, $0<a<2$, $2<a<4$, $a>4$에서 함수 $\lvert f(x)\rvert=\lvert x^3-3x^2+a\rvert$의 증감표 혹은 그래프를 통해 함수 $\lvert f(x)\rvert$가 3개의 극값을 가지고 있음을 서술한다.	4
(3)	$a=4$일 때, 함수 $\lvert f(x)\rvert=\lvert x^3-3x^2+a\rvert$의 증감표 혹은 그래프를 통해 함수 $\lvert f(x)\rvert$가 2개의 극값을 가지고 있음을 서술한다.	3
(4)	$a=2$일 때, 함수 $\lvert f(x)\rvert=\lvert x^3-3x^2+a\rvert$의 증감표 혹은 그래프를 통해 함수 $\lvert f(x)\rvert$가 2개의 극값을 가지고 있음을 서술한다.	3
(5)	$a=0$일 때, 함수 $\lvert f(x)\rvert=\lvert x^3-3x^2+a\rvert$의 증감표 혹은 그래프를 통해 함수 $\lvert f(x)\rvert$가 2개의 극값을 가지고 있음을 서술한다.	3

7. 예시 답안 혹은 정답

함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$에서

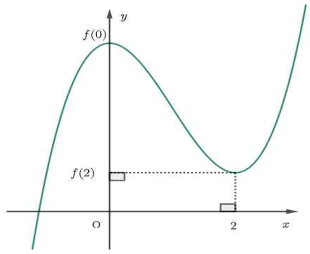
$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2-6x \\ &= 3x(x-2) \end{aligned}$$

$f'(x)=0$에서 $x=0$또는 $x=2$ 이다.

함수 $f(x)$의 극값은 $f(0)=a$, $f(2)=8-12+a=a-4$이다.

함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗



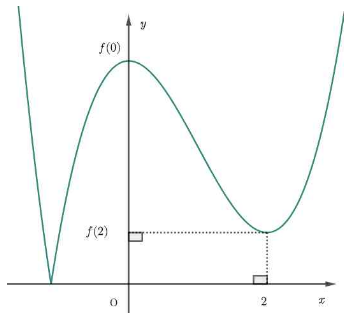
함수 $|f(x)|=|x^3-3x^2+a|$의 그래프의 개형은 극값 $|f(0)|$, $|f(2)|$, 0의 대소 관계에 따라서 다음과 같다.

(i) $a>4$일 때, $f(0)>f(2)>0$이고,

방정식 $|f(x)|=0$의 실근을 α라 하면, 함수 $|f(x)|$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	α	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	-		+	0	-	0	+
$\lvert f(x)\rvert$	↘	0	↗	$f(0)$	↘	$f(2)$	↗

함수 $|f(x)|=|x^3-3x^2+a|$는 3개의 극값을 가진다.

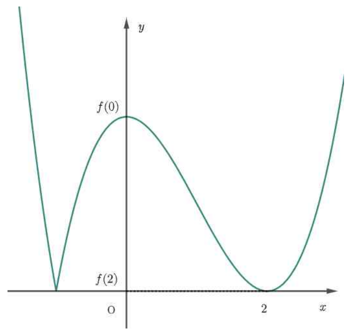


(ii) $a=4$일 때, $f(2)=0$이고

방정식 $|f(x)|=0$의 서로 다른 실근을 α, 2라 하면, 함수 $|f(x)|$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	α	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	-		+	0	-	0	+
$\lvert f(x)\rvert$	↘	0	↗	$f(0)$	↘	0	↗

함수 $|f(x)|=|x^3-3x^2+a|$는 2개의 극값을 가진다.

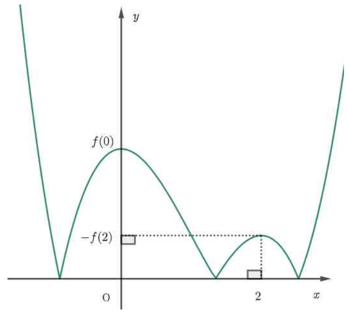


(iii) $2<a<4$일 때, $-f(2)<f(0)$이고

방정식 $|f(x)|=0$의 서로 다른 실근을 α, β, γ라 하면, 함수 $|f(x)|$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	α	$\cdots$	0	$\cdots$	β	$\cdots$	2	$\cdots$	γ	$\cdots$
$f'(x)$	-		+	0	-		+	0	+		-
$\lvert f(x)\rvert$	↘	0	↗	$f(0)$	↘	0	↗	$-f(2)$	↘	0	↗

함수 $|f(x)|=|x^3-3x^2+a|$는 3개의 극값을 가진다.

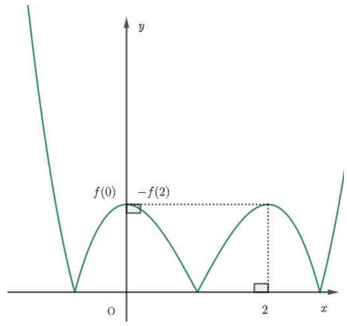


(iv) $a=2$일 때, $f(0)=-f(2)$이고

방정식 $|f(x)|=0$의 서로 다른 실근을 α, β, γ라 하면, 함수 $|f(x)|$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	α	$\cdots$	0	$\cdots$	β	$\cdots$	2	$\cdots$	γ	$\cdots$
$f'(x)$	-		+	0	-		+	0	+		-
$\|f(x)\|$	↘	0	↗	$f(0)$	↘	0	↗	$-f(2)$	↘	0	↗

함수 $|f(x)|=|x^3-3x^2+a|$는 2개의 극값을 가진다.

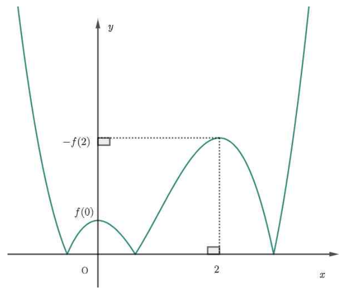


(v) $0<a<2$일 때, $0<f(0)<-f(2)$이고

방정식 $|f(x)|=0$의 서로 다른 실근을 α, β, γ라 하면, 함수 $|f(x)|$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	α	$\cdots$	0	$\cdots$	β	$\cdots$	2	$\cdots$	γ	$\cdots$
$f'(x)$	-		+	0	-		+	0	+		-
$\|f(x)\|$	↘	0	↗	$f(0)$	↘	0	↗	$-f(2)$	↘	0	↗

함수 $|f(x)|=|x^3-3x^2+a|$는 3개의 극값을 가진다.

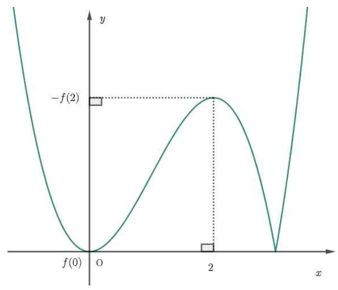


(vi) $a=0$일 때, $f(0)=0$이고

방정식 $|f(x)|=0$의 서로 다른 실근을 0, α라 하면, 함수 $|f(x)|$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	α	$\cdots$
$f'(x)$	-	0	+	0	+		-
$\|f(x)\|$	↘	0	↗	$-f(2)$	↘	0	↗

함수 $|f(x)|=|x^3-3x^2+a|$는 2개의 극값을 가진다.

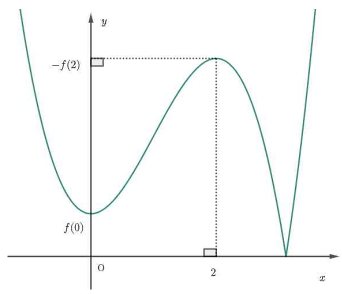


(vii) $a<0$일 때, $f(4)<f(0)<0$, $0<-f(0)<-f(2)$이고

방정식 $|f(x)|=0$의 실근을 α라 하면, 함수 $|f(x)|$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	α	$\cdots$
$f'(x)$	-	0	-	0	+		-
$\|f(x)\|$	↘	$-f(0)$	↗	$-f(2)$	↘	0	↗

함수 $|f(x)|=|x^3-3x^2+a|$는 3개의 극값을 가진다.



(i)(ii)(iii)(iv)(v)(vi)(vii)에 의하여 $a=0$, $a=2$, $a=4$이다.