세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 문항 및 제시문

[문제 1] 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$f(x) = 8f\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

(1-1) (70점) 실수 p에 대하여 $g(x) = |x-1|^p$가 모든 실수 x에 대하여 조건

$$g(x) = 8g\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

을 만족시킬 때, p를 구하여시오.

(1-2) (80점) $\displaystyle\int_2^3 f(x)dx = A$라 할 때, $\displaystyle\int_2^5 f(x)dx$를 A의 식으로 나타내시오.

(1-3) (80점) (1-1)에서 구한 $g(x)$에 대하여 $h(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{g(x)} & (x \neq 1) \\ 5 & (x = 1) \end{cases}$이라 하자.

$h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 모든 자연수 n에 대하여

$$h(x) = h\left(\frac{x}{2^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^{n-1}} + \cdots + \frac{1}{2}\right)$$

임을 보이고 $f(x)$를 구하시오.

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 문항 및 제시문

[문제 2] 함수 $f(x)=\left|x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 에 대한 다음 물음에 각각 답하시오.

(2-1) (70점) 닫힌 구간 $[-\pi,\ \pi]$ 에서 정의되는 함수 $g(x)=f(\sin x)$ 의 그래프를 좌표평면에 그리고 정적분 $\int_{-\pi}^{0} g(x)\,dx$ 와 $\int_{0}^{\pi} g(x)\,dx$ 의 값을 각각 구하시오.

(2-2) (80점) $h(x)=f(\sin \alpha x)$ 라 정의할 때, 열린 구간 $(-\pi,\ \pi)$ 에 속하는 실수 x 에 대하여 $h(x)$ 가 극솟값을 갖지 <u>않도록</u> 하는 실수 α 의 최댓값을 구하시오.

(2-3) (80점) 구간 $[0,\ \pi]$ 에서 정의되는 함수 $F(x)=\int_{0}^{x} f(\sin 6t)\,dt$ 의 최솟값과 최댓값을 각각 구하시오.

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 문항 및 제시문

[문제 3] 함수 $f(x)$와 구간 $(0, \infty)$에서 정의되는 함수 $g(x)$를

$$f(x) = \int_{\ln 2}^{\ln 3} |x - t| e^{-t} \ln t \, dt, \quad g(x) = \int_{\ln 2}^{x} e^{-t} \ln t \, dt$$

와 같이 정의하자.

(3-1) (80점) $f(1)$의 값을 구하시오.

(3-2) (80점) 양수 x에 대하여 $\ln x \le x - 1$임과 $g(\ln 3) < 0$을 보이시오.

(3-3) (80점) 구간 $[\ln 2, \ln 3]$에서 함수 $f(x)$를 최대로 만드는 x의 값을 a라고 할 때, $\dfrac{g(a)}{g(\ln 3)}$의 값을 구하시오.

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 예시 답안

[문제1]

(1-1) $|x-1|^p = 8\left|\dfrac{x-1}{2}\right|^p$ 으로부터 $2^p = 8$이다. 그러므로 $p=3$이다.

(1-2) $\displaystyle\int_3^5 f(x)dx = \int_3^5 8f\left(\frac{x+1}{2}\right)dx = \int_2^3 16f(u)du = 16A$

따라서 $\displaystyle\int_2^5 f(x)dx = 17A$ 이다

.

(1-3) $h(x) = h\left(\dfrac{x+1}{2}\right)$이다. 따라서

$h(x) = h\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{2}\right) = h\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\right) = h\left(\dfrac{x}{8}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\right) = h\left(\dfrac{x}{2^n}+\dfrac{1}{2^n}+\dfrac{1}{2^{n-1}}+\cdots+\dfrac{1}{2}\right)$

이다. $h(x)$가 연속이므로 $h(x) = \displaystyle\lim_{n\to\infty} h\left(\frac{x}{2^n}+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n-1}}+\cdots+\frac{1}{2}\right) = h(1) = 5$이다.

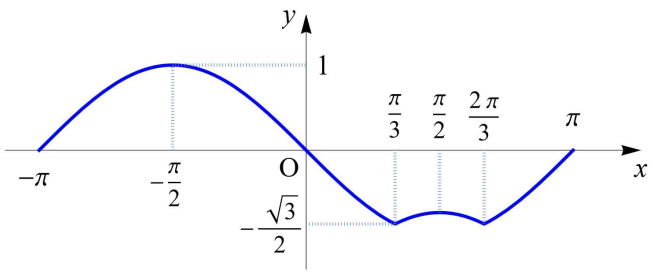
따라서 $f(x) = 5g(x) = 5|x-1|^3$이다.

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 예시 답안

[문제2]

(2-1) 구간 $[-\pi,\ \pi]$에 속하는 x에 대하여 $\sin x \ge \dfrac{\sqrt{3}}{2}$일 필요충분조건이 $\dfrac{\pi}{3} \le x \le \dfrac{2\pi}{3}$ 이므로

$g(x) = \begin{cases} \sin x - \sqrt{3} & \left(\dfrac{\pi}{3} \le x \le \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin x & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$이다. 따라서 함수 $y = g(x)$의 그래프는 다음과 같다.



그러므로

$$\int_{-\pi}^{0} g(x)\,dx = \int_{-\pi}^{0} (-\sin x)\,dx = \left[\cos x\right]_{-\pi}^{0} = 2$$

이고, 그래프의 대칭성을 이용하여 계산하면 다음을 얻는다.

$$\int_{0}^{\pi} g(x)\,dx = 2\left\{\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (-\sin x)\,dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \sqrt{3})\,dx\right\}$$

$$= 2\left[\cos x\right]_{0}^{\frac{\pi}{3}} + 2\left[-\cos x - \sqrt{3}x\right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$$

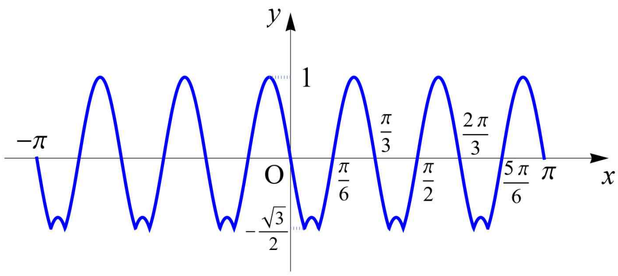
(2-2) $\alpha = \dfrac{1}{3}$이면 $h(x) = -\sin\dfrac{x}{3}$이고 이 함수는 구간 $(-\pi,\ \pi)$에서 감소하므로 극솟값을 갖지 않는다. 그렇지만 $\alpha > \dfrac{1}{3}$이면 $p(x) = \sin\alpha x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이라 할 때, 구간 $\left(0,\ \dfrac{\pi}{2\alpha}\right)$에서 $p'(x) = \alpha\cos\alpha x > 0$이므로 $p(x)$는 증가하며 $p\left(\dfrac{\pi}{3\alpha}\right) = 0$이다. 그러므로 구간 $\left(0,\ \dfrac{\pi}{3\alpha}\right)$에서 $p(x) < 0$ 이고 구간 $\left(\dfrac{\pi}{3\alpha},\ \dfrac{\pi}{2\alpha}\right)$에서 $p(x) > 0$이다. 따라서

$$h(x) = f(\sin\alpha x) = \left|\sin\alpha x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right| - \frac{\sqrt{3}}{2} = |p(x)| - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

은 구간 $\left(0,\ \dfrac{\pi}{3\alpha}\right)$에서 감소하고 구간 $\left(\dfrac{\pi}{3\alpha},\ \dfrac{\pi}{2\alpha}\right)$에서 증가하므로, $h(x)$는 $x = \dfrac{\pi}{3\alpha}$에서 극솟값 $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$을 갖는다. (즉, $\sin\alpha x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이 되는 점에서 그래프가 꺾인다.) 따라서 $h(x)$가 극솟값을 갖지 않도록 하는 실수 α의 최댓값은 $\dfrac{1}{3}$이다.

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 예시 답안

(2-3) (2-1)에서 구한 곡선 $y = f(\sin x)$의 그래프를 이용하면 곡선 $y = f(\sin 6x)$의 그래프는 다음과 같다.



그림에서 $\left|\int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 6t)\,dt\right| < \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\sin u)\,du$ 이므로, 위의 그래프와 함수 $f(\sin x)$의 주기성을 이용하면 구간 $[0,\ \pi]$에서 $F(x) = \int_0^x f(\sin 6t)\,dt$의 최솟값은 $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$, 최댓값은 $F(\pi)$임을 쉽게 알 수 있다. 이제 (2-1)의 풀이에서 구한

$$\int_{-\pi}^{0} f(\sin x)\,dx = 2\,,\ \ \int_0^{\pi} f(\sin x)\,dx = -\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$$

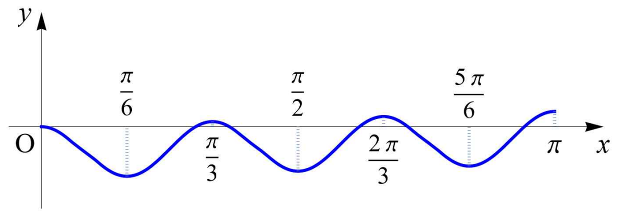
및 치환적분과 함수의 주기성을 이용하면 다음과 같이 각각 계산된다.

최솟값: $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 6t)\,dt = \frac{1}{6}\int_0^{\pi} f(\sin u)\,du = -\frac{\sqrt{3}\pi}{18}$

최댓값: $F(\pi) = \int_0^{\pi} f(\sin 6t)\,dt = 3\int_0^{\pi/3} f(\sin 6t)\,dt$

$$= \frac{3}{6}\int_0^{2\pi} f(\sin u)\,du = \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} f(\sin u)\,du = 1 - \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$$

참고: 구간 $[0,\ \pi]$에서 곡선 $y = F(x) = \int_0^x f(\sin 6t)\,dt$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 예시 답안

[문제3]

(3-1) $f(1)=\int_{\ln2}^{\ln3}|1-t|e^{-t}\ln t\,dt=\int_{\ln2}^{1}(1-t)e^{-t}\ln t\,dt+\int_{1}^{\ln3}(t-1)e^{-t}\ln t\,dt$이다. 한편

$$\int(t-1)e^{-t}dt=-(t-1)e^{-t}+\int e^{-t}dt=-te^{-t}+C$$

이므로

$$\begin{aligned}\int_{1}^{\ln3}(t-1)e^{-t}\ln t\,dt&=\left[-te^{-t}\times\ln t\right]_1^{\ln3}+\int_1^{\ln3}e^{-t}\,dt\\&=\left[-te^{-t}\times\ln t\right]_1^{\ln3}+\left[-e^{-t}\right]_1^{\ln3}=-\frac{\ln3}{3}\ln(\ln3)-\frac{1}{3}+e^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{\ln2}^{1}(1-t)e^{-t}\ln t\,dt=\int_{1}^{\ln2}(t-1)e^{-t}\ln t\,dt&=\left[-te^{-t}\times\ln t\right]_1^{\ln2}+\int_1^{\ln2}e^{-t}\,dt\\&=\left[-te^{-t}\times\ln t\right]_1^{\ln2}+\left[-e^{-t}\right]_1^{\ln2}=-\frac{\ln2}{2}\ln(\ln2)-\frac{1}{2}+e^{-1}\end{aligned}$$

이다. 따라서

$$f(1)=-\frac{\ln3}{3}\ln(\ln3)-\frac{\ln2}{2}\ln(\ln2)-\frac{5}{6}+\frac{2}{e}$$

이다.

(3-2) $h(x)=\ln x-x+1$라 하면 $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$이므로 $x=1$에서 최솟값 $h(1)=0$을 가진다. 따라서 $h(x)\le0$이므로 $\ln x\le x-1$이다.

$$\begin{aligned}g(\ln 3)&=\int_{\ln2}^{\ln3}e^{-t}\ln t\,dt\le\int_{\ln2}^{\ln3}e^{-t}(t-1)\,dt=\left[-te^{-t}\right]_{\ln2}^{\ln3}\\&=\frac{\ln2}{2}-\frac{\ln3}{3}=\frac{3\ln2-2\ln3}{6}=\frac{1}{6}\ln\frac{8}{9}<0\end{aligned}$$

이다.

(3-3) $\ln2\le x\le\ln3$일 때

$$\begin{aligned}f(x)&=\int_{\ln2}^{x}(x-t)e^{-t}\ln t\,dt+\int_{x}^{\ln3}(t-x)e^{-t}\ln t\,dt\\&=x\int_{\ln2}^{x}e^{-t}\ln t\,dt-\int_{\ln2}^{x}te^{-t}\ln t\,dt+x\int_{\ln3}^{x}e^{-t}\ln t\,dt-\int_{\ln3}^{x}te^{-t}\ln t\,dt\end{aligned}$$

이므로 $f(\ln2)=\int_{\ln2}^{\ln3}(t-\ln2)e^{-t}\ln t\,dt$, $f(\ln3)=\int_{\ln2}^{\ln3}(\ln3-t)e^{-t}\ln t\,dt$이다.

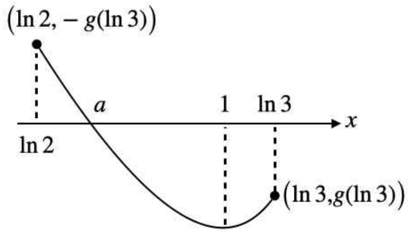
따라서 $\ln2 < x < \ln3$일 때

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \int_{\ln2}^{x} e^{-t}\ln t\,dt + xe^{-x}\ln x - xe^{-x}\ln x + \int_{\ln3}^{x} e^{-t}\ln t\,dt + xe^{-x}\ln x - xe^{-x}\ln x \\
&= \int_{\ln2}^{x} e^{-t}\ln t\,dt + \int_{\ln3}^{x} e^{-t}\ln t\,dt
\end{aligned}
$$

이다. $f''(x) = 2e^{-x}\ln x$이므로 $x<1$일 때 $f''(x)<0$이고 $x>1$일 때 $f''(x)>0$이므로 $f'(x)$는 $x<1$일 때 감소, $x>1$일 때 증가한다. 한편

$$
f'(\ln2) = \int_{\ln3}^{\ln2} e^{-t}\ln t\,dt = -g(\ln3) > 0,\ \ f'(\ln3) = \int_{\ln2}^{\ln3} e^{-t}\ln t\,dt = g(\ln3) < 0
$$

이므로 $f'(x)$는 아래와 같은 그래프 개형을 가진다.



즉 함수 $f(x)$는 $f'(a)=0$을 만족하는 $a\in[\ln2, \ln3]$에 대하여, $x<a$일 때 증가하고 $x>a$일 때 감소하므로, 구간 $[\ln2, \ln3]$에서 $x=a$일 때 최대이다. 즉 구하는 a는

$$
f'(a) = \int_{\ln2}^{a} e^{-t}\ln t\,dt - \int_{a}^{\ln3} e^{-t}\ln t\,dt = 0
$$

을 만족한다. 한편 $g(\ln3) = \int_{\ln2}^{a} e^{-t}\ln t\,dt + \int_{a}^{\ln3} e^{-t}\ln t\,dt = 2g(a)$이므로, $\dfrac{g(a)}{g(\ln3)} = \dfrac{1}{2}$이다.

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 채점 기준

<table>
<tr><th>문항
(배점)</th><th>풀이</th><th>배점</th></tr>
<tr><td>1-1
(70점)</td><td>$|x-1|^p = 8\left|\dfrac{x-1}{2}\right|^p$ 으로부터 $2^p = 8$이다.
그러므로 $p=3$이다.</td><td>▪ $|x-1|^p = 8\left|\dfrac{x-1}{2}\right|^p$를 기술하면 (+50점)
▪ 답 $p=3$을 구하면 (+20점)</td></tr>
<tr><td>1-2
(80점)</td><td>$\displaystyle\int_3^5 f(x)dx = \int_3^5 8f\left(\frac{x+1}{2}\right)dx$
$\displaystyle= \int_2^3 16f(u)du = 16A$
따라서 $\displaystyle\int_2^5 f(x)dx = 17A$이다.</td><td>▪ $\displaystyle\int_3^5 f(x)dx = \int_2^3 16f(u)du$를 보이면 (+60점)
▪ 답 $17A$를 구하면 (+20점)</td></tr>
<tr><td>1-3
(80점)</td><td>$h(x) = h\left(\dfrac{x+1}{2}\right)$이다. 따라서
$h(x) = h\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{2}\right) = h\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\right)$
$= h\left(\dfrac{x}{8}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\right)$
$= h\left(\dfrac{x}{2^n}+\dfrac{1}{2^n}+\dfrac{1}{2^{n-1}}+\cdots+\dfrac{1}{2}\right)$
이다. $h(x)$가 연속이므로
$h(x) = \displaystyle\lim_{n\to\infty} h\left(\frac{x}{2^n}+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n-1}}+\cdots+\frac{1}{2}\right)$
$= h(1) = 5$
이다.
따라서 $f(x) = 5g(x) = 5|x-1|^3$이다.</td><td>▪ $h(x) = h\left(\dfrac{x+1}{2}\right)$를 보이면 (+20점)
▪ $h(x) = h\left(\dfrac{x}{2^n}+\dfrac{1}{2^n}+\dfrac{1}{2^{n-1}}+\cdots+\dfrac{1}{2}\right)$를 보이면 (+20점)
▪ $h(x) = \displaystyle\lim_{n\to\infty} h\left(\frac{x}{2^n}+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n-1}}+\cdots+\frac{1}{2}\right)$를 기술하면 (+30점)
▪ $f(x) = 5|x-1|^3$를 구하면 (+10점)</td></tr>
</table>

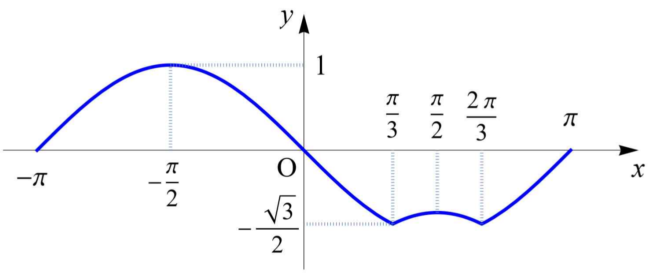
세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 채점 기준

<table>
<tr><th>문항
(배점)</th><th>풀이</th><th>배점</th></tr>
<tr><td>2-1
(70점)</td><td>

구간 $[-\pi,\ \pi]$에 속하는 x에 대하여 $\sin x \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$ 일 필요충분조건이 $\frac{\pi}{3} \le x \le \frac{2\pi}{3}$ 이므로

$g(x)=\begin{cases}\sin x-\sqrt{3} & \left(\frac{\pi}{3}\le x\le \frac{2\pi}{3}\right)\\ -\sin x & (\text{그 외의 경우})\end{cases}$ 이다. 따라서 함수

$y=g(x)$의 그래프는 다음과 같다.



그러므로

$$\int_{-\pi}^{0} g(x)\,dx = \int_{-\pi}^{0}(-\sin x)\,dx = [\cos x]_{-\pi}^{0} = 2$$

이고, 그래프의 대칭성을 이용하여 계산하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}\int_{0}^{\pi} g(x)\,dx &= 2\left\{\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}(-\sin x)\,dx+\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin x-\sqrt{3})\,dx\right\}\\ &= 2[\cos x]_{0}^{\frac{\pi}{3}}+2[-\cos x-\sqrt{3}x]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{\sqrt{3}\pi}{3}\end{aligned}$$

</td><td>

- 그래프를 그리면 (+30점)
- $\int_{-\pi}^{0} g(x)\,dx = 2$ 를 구하면 (+20점)
- $\int_{0}^{\pi} g(x)\,dx = -\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ 를 구하면 (+20점)

</td></tr>
<tr><td>2-2
(80점)</td><td>

$\alpha=\frac{1}{3}$ 이면 $h(x)=-\sin\frac{x}{3}$ 이고 이 함수는 구간 $(-\pi,\ \pi)$에서 감소하므로 극솟값을 갖지 않는다. 그렇지만 $\alpha>\frac{1}{3}$ 이면 $p(x)=\sin\alpha x-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이라 할 때, 구간 $\left(0,\ \frac{\pi}{2\alpha}\right)$에서 $p'(x)=\alpha\cos\alpha x>0$ 이므로 $p(x)$는 증가하며 $p\left(\frac{\pi}{3\alpha}\right)=0$ 이다. 그러므로 구간 $\left(0,\ \frac{\pi}{3\alpha}\right)$에서 $p(x)<0$ 이고 구간 $\left(\frac{\pi}{3\alpha},\ \frac{\pi}{2\alpha}\right)$에서 $p(x)>0$ 이다. 따라서

$$h(x)=f(\sin\alpha x)=\left|\sin\alpha x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|-\frac{\sqrt{3}}{2}=|p(x)|-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

</td><td>

- $\alpha=\frac{1}{3}$ 일 때 극솟값이 없음을 설명하면 (+30점)
- $\alpha>\frac{1}{3}$ 일 때 $x=\frac{\pi}{3\alpha}$ 에서 극소임을 설명하면 (+30점)
- $h(x)$가 극솟값을 갖지 않도록 하는 실수 α의 최댓값 $\frac{1}{3}$을 구하면 (+20점)

</td></tr>
</table>

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 채점 기준

<table>
<tr><td></td><td>

은 구간 $\left(0,\ \dfrac{\pi}{3\alpha}\right)$에서 감소하고 구간 $\left(\dfrac{\pi}{3\alpha},\ \dfrac{\pi}{2\alpha}\right)$에서

증가하므로, $h(x)$는 $x=\dfrac{\pi}{3\alpha}$에서 극솟값 $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$을 갖는다.

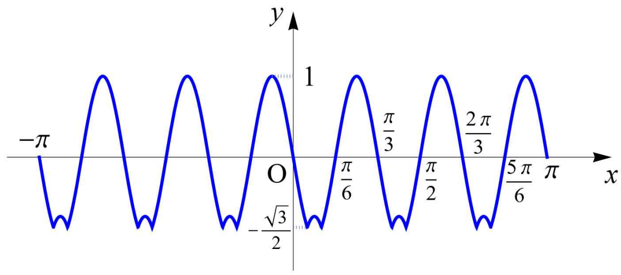
(즉, $\sin\alpha x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이 되는 점에서 그래프가 꺾인다.)

따라서 $h(x)$가 극솟값을 갖지 않도록 하는 실수 α의

최댓값은 $\dfrac{1}{3}$이다.

</td><td></td></tr>
<tr><td>2-3
(80점)</td><td>

(2-1)에서 구한 곡선 $y=f(\sin x)$의 그래프를 이용하면 곡선 $y=f(\sin 6x)$의 그래프는 다음과 같다.



그림에서 $\left|\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 6t)\,dt\right| < \displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\sin u)\,du$ 이므로, 위의

그래프와 함수 $f(\sin x)$의 주기성을 이용하면 구간

$[0,\ \pi]$에서 $F(x)=\displaystyle\int_0^x f(\sin 6t)\,dt$의 최솟값은 $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$,

최댓값은 $F(\pi)$임을 쉽게 알 수 있다. 이제 (2-1)의 풀이에서 구한

$$\int_{-\pi}^{0} f(\sin x)\,dx=2\,,\quad \int_0^{\pi} f(\sin x)\,dx=-\frac{\sqrt{3}\,\pi}{3}$$

및 치환적분과 함수의 주기성을 이용하면 다음과 같이 각각 계산된다.

최솟값:

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 6t)\,dt=\frac{1}{6}\int_0^{\pi} f(\sin u)\,du=-\frac{\sqrt{3}\,\pi}{18}$$

최댓값:

$$F(\pi)=\int_0^{\pi} f(\sin 6t)\,dt=3\int_0^{\pi/3} f(\sin 6t)\,dt$$
$$=\frac{3}{6}\int_0^{2\pi} f(\sin u)\,du=\frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} f(\sin u)\,du=1-\frac{\sqrt{3}\,\pi}{6}$$

</td><td>

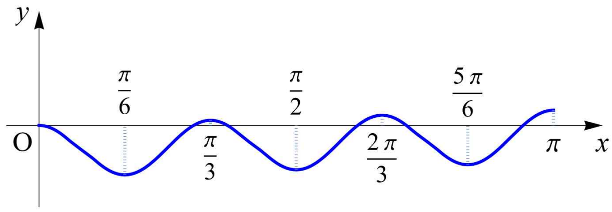
- 최솟값
$F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}\,\pi}{18}$를
구하면 (+40점)
- 최댓값
$F(\pi)=1-\dfrac{\sqrt{3}\,\pi}{6}$를
구하면 (+40점)

</td></tr>
</table>

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 채점 기준

참고: 구간 $[0,\ \pi]$에서 곡선 $y=F(x)=\int_0^x f(\sin 6t)\,dt$의

그래프의 개형은 다음과 같다.



문항 (배점)	풀이	배점
3-1 (80점)	$f(1)=\int_{\ln2}^{\ln3}\lvert 1-t\rvert e^{-t}\ln t\,dt$ $=\int_{\ln2}^{1}(1-t)e^{-t}\ln t\,dt+\int_{1}^{\ln3}(t-1)e^{-t}\ln t\,dt$ 이다. 한편 $\int(t-1)e^{-t}dt=-(t-1)e^{-t}+\int e^{-t}dt=-te^{-t}+C$ 이므로 $\int_{1}^{\ln3}(t-1)e^{-t}\ln t\,dt=\left[-te^{-t}\times\ln t\right]_1^{\ln3}+\int_1^{\ln3}e^{-t}\,dt$ $=\left[-te^{-t}\times\ln t\right]_1^{\ln3}+\left[-e^{-t}\right]_1^{\ln3}=-\frac{\ln3}{3}\ln(\ln3)-\frac{1}{3}+e^{-1}$ $\int_{\ln2}^{1}(1-t)e^{-t}\ln t\,dt=\int_{1}^{\ln2}(t-1)e^{-t}\ln t\,dt$ $=\left[-te^{-t}\times\ln t\right]_1^{\ln2}+\int_1^{\ln2}e^{-t}\,dt$ $=\left[-te^{-t}\times\ln t\right]_1^{\ln2}+\left[-e^{-t}\right]_1^{\ln2}=-\frac{\ln2}{2}\ln(\ln2)-\frac{1}{2}+e^{-1}$ 이다. 따라서 $f(1)=-\frac{\ln3}{3}\ln(\ln3)-\frac{\ln2}{2}\ln(\ln2)-\frac{5}{6}+\frac{2}{e}$ 이다.	▪ $f(1)$ $=\int_{\ln2}^{1}(1-t)e^{-t}\ln t\,dt$ $+\int_{1}^{\ln3}(t-1)e^{-t}\ln t\,dt$ 를 기술하면 (+10점) ▪ $\int(t-1)e^{-t}\ln t\,dt$ $=-te^{-t}\ln t-e^{-t}+C$ 를 구하면 (+30점) ▪ $\int_1^{\ln3}(t-1)e^{-t}\ln t\,dt$ $=-\frac{\ln3}{3}\ln(\ln3)-\frac{1}{3}+e^{-1}$ 를 계산하면 (+20점) ▪ 답을 구하면 (+20점)

세종대학교 2026학년도 모의논술고사
자연계열 채점 기준

<table>
<tr>
<td>3-2
(80점)</td>
<td>

$h(x)=\ln x-x+1$라 하면 $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$이므로 $x=1$에서 최댓값 $h(1)=0$을 가진다. 따라서 $h(x)\le 0$이므로 $\ln x\le x-1$이다.

$$g(\ln 3)=\int_{\ln2}^{\ln3}e^{-t}\ln t\,dt\le\int_{\ln2}^{\ln3}e^{-t}(t-1)\,dt=\left[-te^{-t}\right]_{\ln2}^{\ln3}$$
$$=\frac{\ln2}{2}-\frac{\ln3}{3}=\frac{3\ln2-2\ln3}{6}=\frac{1}{6}\ln\frac{8}{9}<0$$

이다.

</td>
<td>

- $\ln x\le x-1$를 보이면 (+30점)
- $\int_{\ln2}^{\ln3}e^{-t}\ln t\,dt \le \int_{\ln2}^{\ln3}e^{-t}(t-1)\,dt$

를 기술하면 (+20점)

- $g(\ln3)<0$을 보이면 (+30점)

</td>
</tr>
<tr>
<td>3-3
(80점)</td>
<td>

$\ln2\le x\le\ln3$일 때

$$f(x)=\int_{\ln2}^{x}(x-t)e^{-t}\ln t\,dt+\int_{x}^{\ln3}(t-x)e^{-t}\ln t\,dt$$
$$=x\int_{\ln2}^{x}e^{-t}\ln t\,dt-\int_{\ln2}^{x}te^{-t}\ln t\,dt+x\int_{\ln3}^{x}e^{-t}\ln t\,dt-\int_{\ln3}^{x}te^{-t}\ln t\,dt$$

이므로

$$f(\ln2)=\int_{\ln2}^{\ln3}(t-\ln2)e^{-t}\ln t\,dt,\ \ f(\ln3)=\int_{\ln2}^{\ln3}(\ln3-t)e^{-t}\ln t\,dt$$

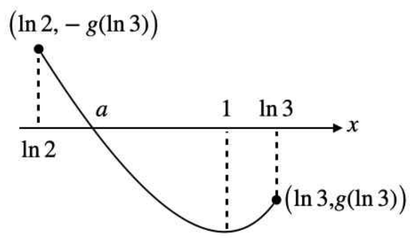
이다. 따라서 $\ln2<x<\ln3$일 때

$$f'(x)=\int_{\ln2}^{x}e^{-t}\ln t\,dt+xe^{-x}\ln x-xe^{-x}\ln x$$
$$+\int_{\ln3}^{x}e^{-t}\ln t\,dt+xe^{-x}\ln x-xe^{-x}\ln x$$
$$=\int_{\ln2}^{x}e^{-t}\ln t\,dt+\int_{\ln3}^{x}e^{-t}\ln t\,dt$$

이다. $f''(x)=2e^{-x}\ln x$이므로 $x<1$일 때 $f''(x)<0$이고 $x>1$일 때 $f''(x)>0$이므로 $f'(x)$는 $x<1$일 때 감소, $x>1$일 때 증가한다. 한편

$$f'(\ln2)=\int_{\ln3}^{\ln2}e^{-t}\ln t\,dt=-g(\ln3)>0,$$
$$f'(\ln3)=\int_{\ln2}^{\ln3}e^{-t}\ln t\,dt=g(\ln3)<0$$

이므로 $f'(x)$는 아래와 같은 그래프 개형을 가진다.



</td>
<td>

- $\ln2<x<\ln3$일 때 $f'(x)=\int_{\ln2}^{x}e^{-t}\ln t\,dt+\int_{\ln3}^{x}e^{-t}\ln t\,dt$ 임을 보이면 (+30점)
- $f'(a)=0$임을 보이면 (+30점)
- 답을 구하면 (+20점)

</td>
</tr>
</table>

즉 함수 $f(x)$는 $f'(a)=0$을 만족하는 $a \in [\ln 2, \ln 3]$에 대하여, $x<a$일 때 증가하고 $x>a$일 때 감소하므로, 구간 $[\ln 2, \ln 3]$에서 $x=a$일 때 최대이다. 즉 구하는 a는

$$f'(a)=\int_{\ln 2}^{a} e^{-t}\ln t\,dt-\int_{a}^{\ln 3} e^{-t}\ln t\,dt=0$$

을 만족한다. 한편

$g(\ln 3)=\int_{\ln 2}^{a} e^{-t}\ln t\,dt+\int_{a}^{\ln 3} e^{-t}\ln t\,dt=2g(a)$이므로,

$\dfrac{g(a)}{g(\ln 3)}=\dfrac{1}{2}$이다.