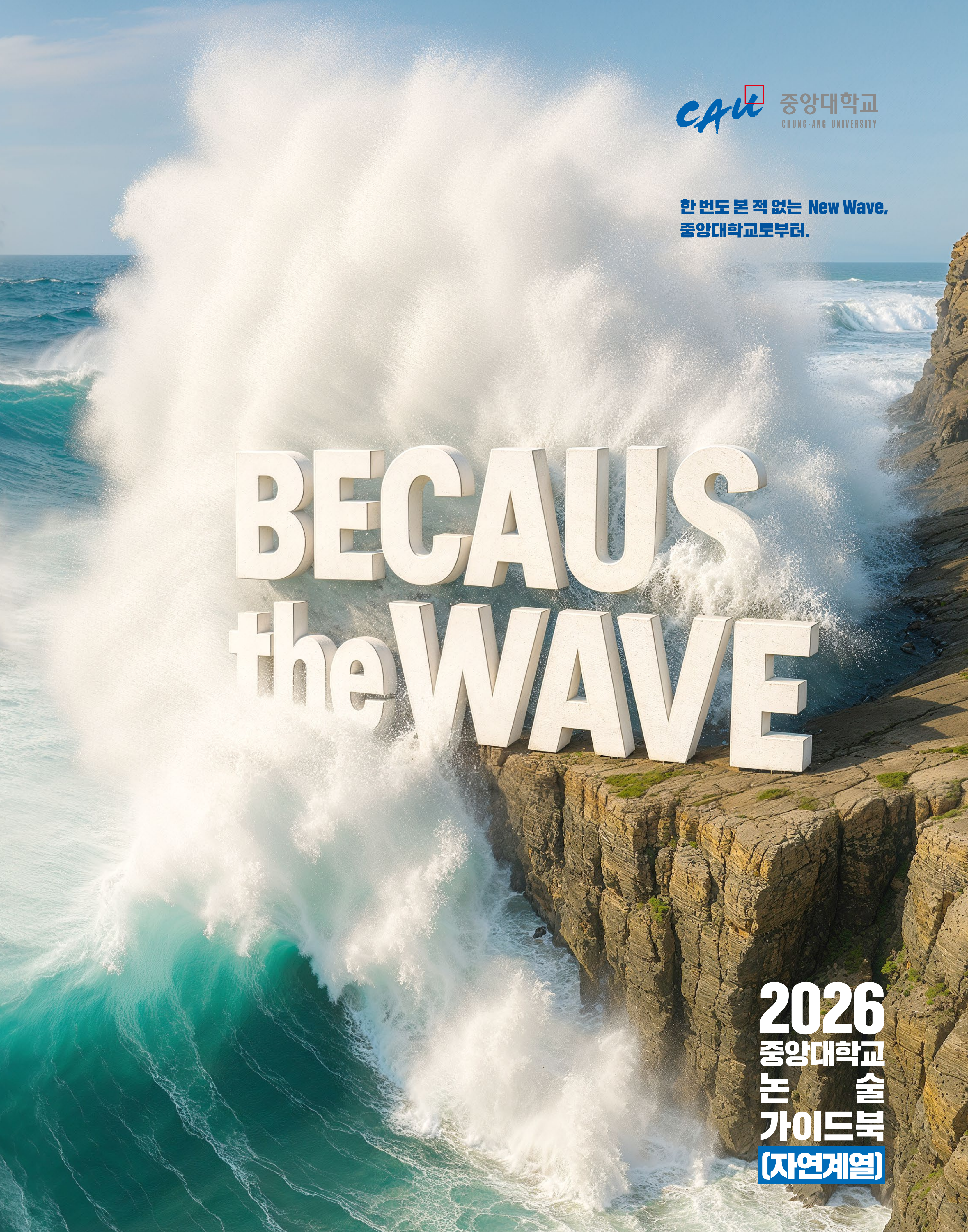
중앙대학교
CHUNG-ANG UNIVERSITY

한 번도 본 적 없는 New Wave,
중앙대학교로부터.



2026 중앙대학교 논술 가이드북 (자연계열)


CAU
CAU
310
2017년 하반기 KT그룹 신입 석박사 채용
2017년 하반기 코오롱그룹 대졸 신입사원 채용상담회
KOLON

2026학년도 중앙대학교 논술가이드북(자연계열)

환영합니다!

안녕하세요. 수험생 여러분, 중앙대학교 입학처장 이상명입니다.

중앙대학교 논술전형을 향한 담대한 도전에 나선 여러분을 진심으로 환영합니다. 올해 여러분의 가장 큰 목표인 대입이라는 중요한 여정 가운데 중앙대학교 논술전형을 선택하게 된 의미를 다시 한번 가슴에 새기며, 여러분과 함께 노력의 결실을 함께 나눌 기쁜 날을 기다리겠습니다.

1916년 개교한 중앙대학교는 ‘의(義)와 참(眞)’의 교육이념을 근간으로 정의를 실현하고, 진리를 탐구하며, 봉사와 참여를 통해 사회 공익에 기여하는 인재들을 양성하는 데 매진해 왔습니다. 깊이 있는 전공 역량과 폭넓은 융합적 사고를 함께 갖춘 인재,

전문적 지식을 넘어 도덕성과 공동체 의식을 갖춘 인재, 변화를 주도하고 미래를 지향하며 문화 포용성을 갖춘 미래융합인재를 양성하는 것이 중앙대학교의 핵심 교육목표입니다.

이러한 중앙대학교의 교육 철학은 논술전형에도 고스란히 반영되고 있습니다. 단순 사실 암기를 넘어 논리적 사고력과 비판적 분석능력, 창의적 표현력을 측정하는 데 초점이 맞춰져 있는 중앙대학교 논술전형은 여러분이 고등학교 교육과정을 통해 쌓아온 생각의 깊이, 타당한 의견 전개 능력을 중점적으로 평가하고자 합니다.

수험생 여러분이 그간 치열하게 쌓아온 학습과 사고의 깊이를 아낌없이 보여주게 될 중앙대학교 논술전형은 단순한 대입의 관문에 그치지 않고, 여러분이 대학에 입학한 이후 걷게 될 학문의 여정과 미래 사회를 살아가는 힘을 기르는 데 있어 중요한 기초가 될 것입니다.

논술전형에 '진심'이란 세간의 평을 받고 있는 중앙대학교는 올해 역시 논술전형을 통해 공정한 평가가 이뤄질 수 있도록 최선을 다하는 중입니다. 고등학교 교육과정을 충실히 반영하는 것은 물론 출제 범위와 문제 유형, 평가 기준 등 모든 정보를 사전에 공개해 교육 수요자들의 예측 가능성을 높이고자 노력하고 있으며, 논술 70%와 학생부 30% 반영을 통해 누구나 논술전형의 문을 두드릴 수 있도록 전형을 설계했습니다.

여러분이 올해 논술전형을 통해 중앙대학교가 만들어 나가는 가능성의 파도에 올라타는 인재들이 될 수 있길, 아울러 새로운 가능성의 파도를 만들어 나갈 창의적이고 실천적인 인재들로 성장하는 계기를 갖게 되길 바랍니다.

누구보다 높은 잠재력과 가능성을 지닌 여러분을 중앙대학교에서 만날 날을 고대하며, 진심 어린 응원을 전합니다.

감사합니다.

중앙대학교 입학처장

이 상 명

출제위원장 인사말

안녕하세요. 2026학년도 중앙대학교 논술전형 자연계열 출제위원장입니다.

중앙대학교 자연계열 논술전형에 보여준 수험생 여러분의 관심에 감사드리며, 논술전형을 위해 성실히 준비해 온 수험생 여러분에게 환영의 인사를 건넵니다.

중앙대학교 자연계열 논술은 창의적 문제 해결력과 논리적인 문제 해결 능력, 정확한 계산 능력 등을 중점적으로 평가하는 수리논술로 구성돼 있습니다.

지나치게 어렵거나 특수한 훈련 또는 선행학습이 필요한 문제의 출제는 지양합니다. 어디까지나 학교 수업에 성실히 임하고 교과서 중심으로 충실히 학습해 온 수험생이라면 충분히 대응할 수 있도록 고등학교 교육과정 내 수학 교과를 바탕으로 문제를 출제하는 데 집중하고 있습니다.

논술가이드북을 통해 공개되는 기출문제와 출제 방향, 채점 기준 등을 통해 알 수 있듯 중앙대학교 자연계열 논술은 단순 계산이나 정답 적중 여부만을 평가 대상으로 삼지 않습니다. 문제를 해결하기 위한 접근 방식, 풀이 과정의 타당성, 올바르고 정확한 수학적 개념의 이해와 적용 등을 중점적으로 평가합니다.

정답을 도출하는 데에만 집중하기보다는 사고의 흐름을 명확히 설명하고, 얼마나 수학적으로 사고하며 문제를 해결하려 했는지를 보여주는 데 최선을 다한다면 분명 만족할 만한 결과를 얻게 될 것이라 확신합니다.

그간 논술을 준비하며 쌓은 깊이 있는 이해와 꾸준한 탐구의 노력이 중앙대학교 자연계열 논술에서 빛을 발하게 되길 바라며, 좋은 결실을 중앙대학교에서 맺게 되길 진심으로 기원합니다.

감사합니다.

2026학년도 중앙대학교
자연계열 논술전형 출제위원장

I.
2026학년도 논술전형 안내

I. 2026학년도 논술전형 안내

- 논술 70%, 학생부 30%(교과 20% + 비교과(출결) 10%)로 선발하며, 수능최저학력기준 적용
- 논술: 고등학교 교육과정 내에서 출제하며 인문계열은 통합형, 자연계열은 단일 교과형(수학)으로 출제
  - 논술 가이드북을 통해 논술 기출문제, 예시답안, 채점기준 등 다양한 정보 공개
- 교과: 석차등급 상위 5개 과목 반영 / 비교과(출결): 미인정 결석 1일 이하이면 만점

모집단위와 모집인원

계열	캠퍼스	대학	모집단위		모집인원
인문	서울	인문	국어국문학부	국어국문학	6
			영어영문학과		10
			유럽문화학부	독일어문학	8
				프랑스어문학	8
				러시아어문학	8
			아시아문화학부	일본어문학	6
				중국어문학	6
			철학과		6
			역사학과		6
		사회과학	정치국제학과		6
			심리학과		7
			문헌정보학과		6
			사회복지학부		6
			사회학과		7
			도시계획·부동산학과		6
			공공인재학부		11
			미디어커뮤니케이션학부		10
		사범	교육학과		6
			영어교육과		7
		경영경제	경제학부		11
			응용통계학과		6
			광고홍보학부	광고홍보학	6
			국제물류학과		6
			경영학부	경영학	54
				글로벌금융	6
		적십자간호	간호학과(인문)		13

계열	캠퍼스	대학	모집단위		모집인원
자연	서울	자연과학	물리학과		6
			화학과		6
			생명과학과		6
			수학과		6
		공과	사회기반시스템공학부	건설환경플랜트공학	9
				도시시스템공학	6
			건축학부		11
			에너지시스템공학부		9
			화학공학과		10
			기계공학부		17
		창의ICT공과	전자전기공학부		18
			융합공학부		8
		소프트웨어	소프트웨어학부		17
			AI학과		8
		약학	약학부		24
		의과	의학부		18
		경영경제	산업보안학과(자연)		6
		적십자간호	간호학과(자연)		13
	다빈치	생명공학	생명자원공학부	동물생명공학	6
				식물생명공학	6
			식품공학부	식품공학	7
				식품영양	6
			시스템생명공학과		6
		공과	첨단소재공학과		7
		예술공학	예술공학부		10
			논술(논술) 총계		**484**

지원자격

- 고등학교 졸업(예정)자, 2학년 수료예정자 중 상급학교 진학대상자 또는 관계 법령에 의하여 고등학교 졸업자와 동등 이상의 학력이 있다고 인정된 자

I. 2026학년도 논술전형 안내

전형일정

1) 전형 전체 일정

구분	일시	비고
인터넷 원서접수	2025. 9. 9.(화) 10시 ~ 12.(금) 18시	
서류제출	2025. 9. 9.(화) 10시 ~ 15.(월) 16시	• 해당자에 한해 온라인 업로드
고사장 조회 및 수험생 유의사항 공고	2025. 11. 18.(화) 14시	• 본교 입학처 홈페이지에서 조회 • 시험장소: 서울캠퍼스 내 고사장
논술고사	자연: 2025. 11. 22.(토) / 인문: 2025. 11. 23.(일)	
최초 합격자 발표	2025. 12. 12.(금) 14시	• 등록: **수시모집요강** p.83-84 참고 • 세부 일정은 홈페이지 추후 공고
최초 합격자 문서 등록	2025. 12. 15.(월) ~ 17.(수)	
충원 합격자 발표	2025. 12. 18.(목) ~ 23.(화) 18시	
합격자 전체 등록금 납부	2026. 2. 3.(화) ~ 5.(목)	

※ 상기 일정은 전형 진행에 따라 변경될 수 있으며, 변경 시 본교 입학처 홈페이지 공고

2) 모집단위별 논술고사 일정

구분	11. 22.(토) - 자연계열		11. 23.(일) - 인문계열	
	대학	모집단위	대학	모집단위
1교시 (10:00 -12:00)	자연과학	물리학과, 화학과, 생명과학과, 수학과	경영경제	경제학부, 응용통계학과, 광고홍보학부(광고홍보학), 국제물류학과, 경영학부 전체
	공과	사회기반시스템공학부 전체, 건축학부, 에너지시스템공학부, 화학공학과, 기계공학부, 첨단소재공학과		
	소프트웨어	소프트웨어학부, AI학과		
	경영경제	산업보안학과(자연)		
	적십자간호	간호학과(자연)		
	생명공학	생명자원공학부 전체, 식품공학부 전체, 시스템생명공학과		
	예술공학	예술공학부		
2교시 (14:00 -16:00)	창의ICT 공과	전자전기공학부, 융합공학부	인문	국어국문학부(국어국문학), 영어영문학과, 유럽문화학부 전체, 아시아문화학부 전체, 철학과, 역사학과
	약학	약학부	사회과학	정치국제학과, 심리학과, 문헌정보학과, 사회복지학부, 사회학과, 도시계획·부동산학과, 공공인재학부, 미디어커뮤니케이션학부
	의과	의학부	사범	교육학과, 영어교육과
			적십자간호	간호학과(인문)

※ 지원한 모집단위가 배정되어 있는 시험일 및 시간에 응시해야 함(타 시험시간에 응시할 경우 퇴실 조치)

※ 입실은 시험 시작 40분 전까지 완료해야 하며, 시험 시작 이후 입실 불가

수능최저학력기준

- 2026학년도 대학수학능력시험의 등급을 반영하며 아래 기준을 충족해야 함

캠퍼스	계열	모집단위	영역별 기준		탐구영역 반영방법	공통
서울	전체	전체(약/의학부 제외)	국어, 수학, 영어, 사/과탐	3개 영역 등급 합 6 이내	상위 1과목 반영	한국사 4등급 이내
	자연	약학부		4개 영역 등급 합 5 이내		
		의학부			2과목 평균 반영[1]	
다빈치		전체		2개 영역 등급 합 6 이내	상위 1과목 반영	

[1] 2과목 평균은 소수점 자리 버림 없이 그대로 반영(예시: 4개 영역 등급 합 5.5인 경우 미충족)

※ 영어 등급 반영 시 1등급과 2등급을 통합하여 1등급으로 간주하여 수능최저학력기준 충족여부를 산정

※ 제2외국어와 한문은 반영하지 않음

I. 2026학년도 논술전형 안내

전형방법

1) 전형요소: 논술 70% + 학생부 교과 20% + 학생부 비교과(출결) 10%

※ 전형 최고점 1,000점, 최저점 0점 기준

※ 학교생활기록부에 기재된 학교폭력 조치사항에 대해 감점 반영(**수시모집요강** p.77 참고)

2) 학교생활기록부 반영방법(**수시모집요강** p.74-76 참고)

가) 학교생활기록부 성적 반영대상: 지원자 전체(단, 비교내신 대상자 제외)

교과		비교과(출결)
반영 교과	반영 교과의 반영방법	
국어, 수학, 영어, 사회, 과학교과	석차등급 상위 5개 과목의 환산점수 활용 ※ 석차등급이 없는 과목은 반영하지 않음 ※ 교과별/학년별 가중치 없음	미인정 결석 일수 기준으로 환산점수 반영

나) 비교내신 대상 및 반영방법

비교내신 대상	반영방법
• 국내고교 2024년 2월 이전 졸업자(2024년 2월 졸업자 포함)	논술성적에 의한 비교내신 적용
• 검정고시 출신자, 외국고교 졸업(예정)자, 학교생활기록부가 없거나 학교생활기록부만으로 석차등급을 산출할 수 없는 자	

3) 논술

가) 출제수준

- 고등학교 교육과정의 내용과 수준에 맞추어 출제
- 대학에서의 수학에 필요한 사고력과 쓰기 능력 측정에 중점을 둔 출제

나) 출제유형

계열	논술유형	모집단위	출제유형	시험시간
인문	인문사회	인문대학, 사회과학대학, 사범대학, 간호학과(인문)	언어논술(3문항)	120분
	경영경제	경영경제대학(산업보안학과(자연)※ 제외)	언어논술(2문항), 수리논술(1문항)	
자연	자연	전 모집단위	수리논술(4문항)	

※ 산업보안학과(자연)은 자연계열로 수리논술(4문항)을 응시해야 함

다) 출제범위

계열	논술유형	출제유형	교과	과목명
인문	인문사회/경영경제	언어논술	국어교과	국어, 화법과 작문, 문학, 독서, 언어와 매체
			사회교과	통합사회, 한국지리, 세계지리, 세계사, 동아시아사, 경제, 정치와 법, 사회·문화, 생활과 윤리, 윤리와 사상
	경영경제	수리논술	수학교과	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과 통계
자연	자연	수리논술	수학교과	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과 통계, 미적분, 기하

II.
2025학년도 논술전형 결과 분석

III.
선배들이 들려주는 합격 가이드

II. 2025학년도 논술전형 결과 분석

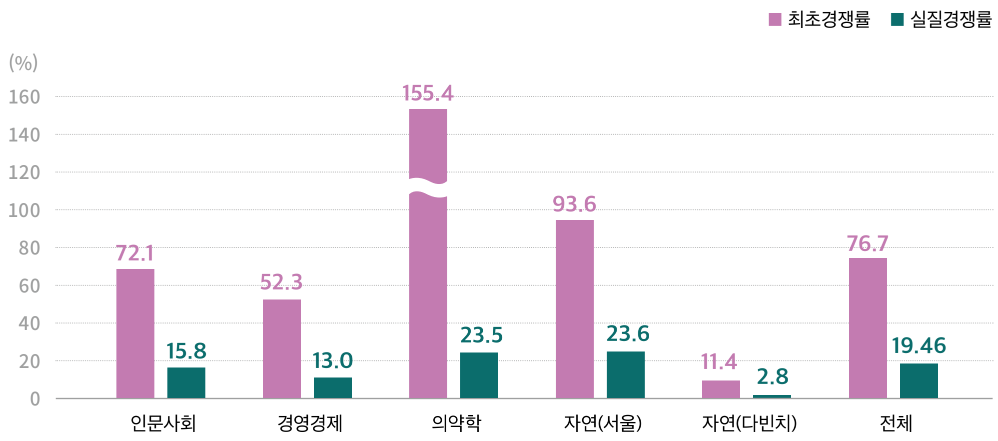
모집인원 및 경쟁률

- **논술전형 경쟁률 76.71:1 (478명 모집, 36,668명 지원)**
- **의학부(157.72:1), 약학부(153.73:1), 전자전기공학부(122.72:1), 미디어커뮤니케이션학부(122.30:1), 소프트웨어학부(110.29:1), 기계공학부(104.41:1) 화학공학과(100.7:1) 최상위 경쟁률 기록**

[표1-1] 논술전형 경쟁률 및 추가합격률

모집계열	모집인원(명)	지원인원(명)	최초경쟁률	실질경쟁률	충원율(%)
인문사회	148	10,676	72.1:1	15.8:1	10.8
경영경제	89	4,657	52.3:1	13.0:1	9.0
의약학	44	6,836	155.4:1	23.5:1	11.4
자연(서울)	149	13,950	93.6:1	23.6:1	34.2
자연(다빈치)	48	549	11.4:1	2.8:1	27.1
총 계	**478**	**36,668**	**76.7:1**	**19.46:1**	**19.5**

[그림1-1] 2025학년도 논술전형 최초경쟁률 및 실질경쟁률



2025학년도 논술전형 경쟁률은 전체 76.7:1로, 전년도(85.0:1) 보다 하락하였다. 논술전형의 경쟁률은 수시모집 타 전형에 비해 높지만, 실질경쟁률은 최초경쟁률에 비해 현저히 낮은 수준이기 때문에 원서접수 마감 후 공지되는 최초경쟁률에 주눅들 필요는 없다.

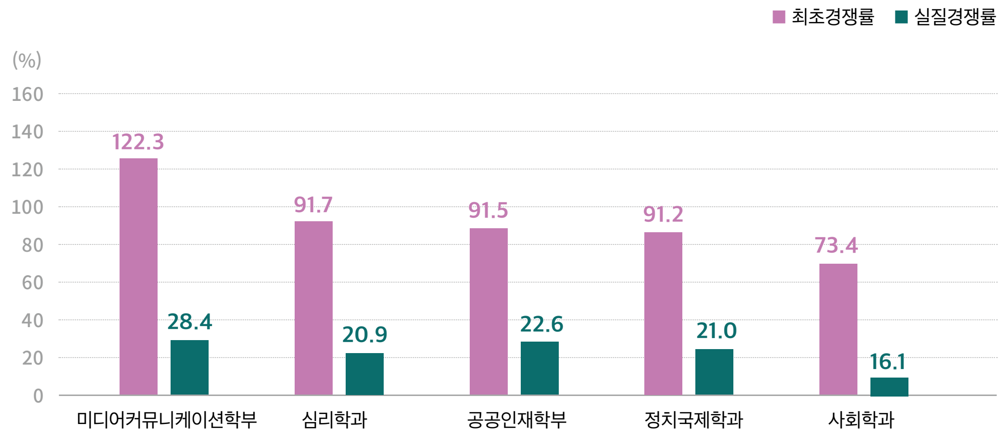
논술계열별 최초경쟁률과 실질경쟁률(응시율, 수능최저기준통과율 적용)을 비교해보면 인문사회는 15.8:1, 경영경제는 13.0:1, 자연(서울)은 23.6:1 등 실질경쟁률이 최초경쟁률의 4분의 1 수준으로 낮아지는 것을 확인할 수 있다.

서울 소재 자연계열 모집단위(학과)의 2025학년도 평균경쟁률은 93.6:1로 상승하였다. 의학부의 경우 157.7:1의 경쟁률로 지난해(203.4:1)와 비교하여 하락하였으며, 약학부도 마찬가지로 153.7:1의 경쟁률을 보여 지난해(176.6:1) 대비 경쟁률이 하락하였다. 다빈치캠퍼스 자연계열 모집단위는 11.4:1로 자연계열 평균경쟁률보다 낮은 경쟁률을 기록했다.

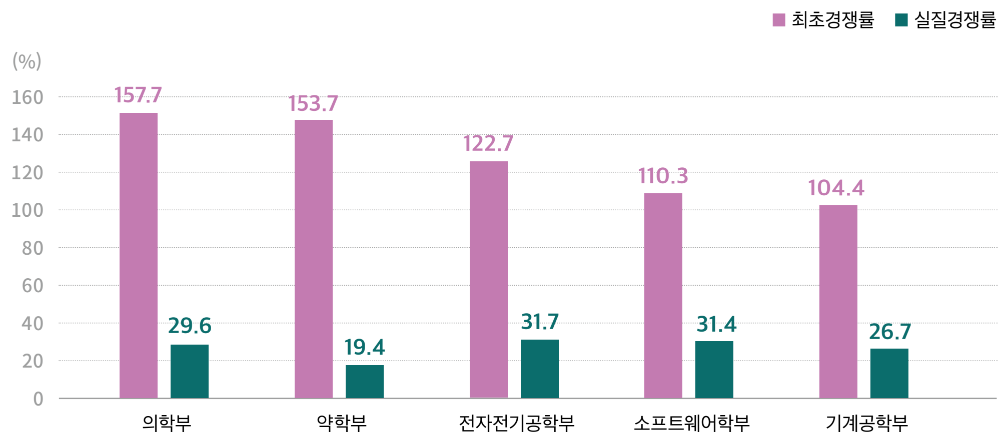
II. 2025학년도 논술전형 결과 분석

모집인원 및 경쟁률

[그림1-2] 인문계열 최초경쟁률 상위 5개 모집단위



[그림1-3] 자연계열 최초경쟁률 상위 5개 모집단위



계열별 경쟁률이 가장 높은 다섯 개 학과는 [그림 1-2], [그림 1-3]에서 확인할 수 있다. 인문계열에서는 사회과학대학 소속 학과의 경쟁률이 높은 편이었으며, 이 중 미디어커뮤니케이션학부와 심리학과는 11년 연속 최상위 경쟁률을 보이며 인기 학과임을 입증하였다. 자연계열에서는 의학부의 경쟁률이 전년도와 마찬가지로 가장 높았고, 의학부와 약학부를 제외하면 전자전기공학부가 가장 높은 경쟁률을 보였다.

다만 최초경쟁률 상위 5개 모집단위의 실질경쟁률은 계열 평균과 큰 차이를 보이지 않는다는 점에 주목할 필요가 있다. 따라서, 진학을 희망하는 학과의 최초경쟁률에 지나치게 영향을 받기보다는, 수능과 논술고사 준비를 통해 실질적인 경쟁력을 갖추는 것이 더욱 중요하다.

II. 2025학년도 논술전형 결과 분석

지원자 및 합격자 분포

- **지원자 및 합격자의 약 70% 일반고 출신 학생이 차지**
- **지원자의 약 35%, 합격자의 약 41%가 고3(졸업예정자)으로 나타남**

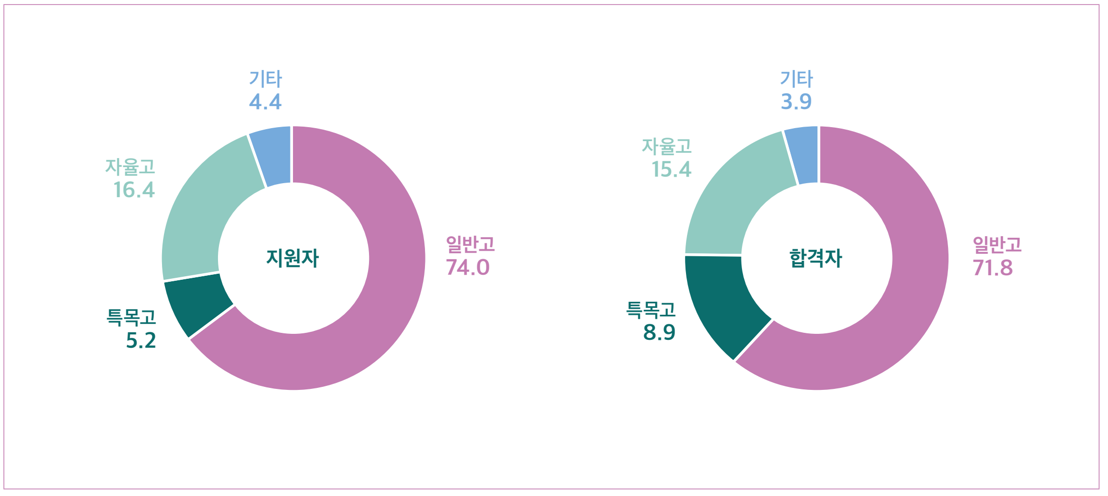
1) 고교 유형별 분석

합격자의 71.8%가 일반고, 8.9%가 특목고 출신으로 출신으로, 지난해(각각 70.1%, 7.5%) 대비 소폭 상승하였다. 반면 자율고의 경우 합격자 비율이 15.4%로 지난해 대비 하락하였다.

[표2-1] 논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)

모집계열	지원				합격			
	일반고	특목고	자율고	기타	일반고	특목고	자율고	기타
인문	73.2	9.2	11.4	6.2	70.5	14.6	10.7	4.2
자연	74.6	2.3	19.9	3.2	72.9	4.2	19.4	3.5
계	**74.0**	**5.2**	**16.4**	**4.4**	**71.8**	**8.9**	**15.4**	**3.9**

[그림2-1] 논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)



II. 2025학년도 논술전형 결과 분석

지원자 및 합격자 분포

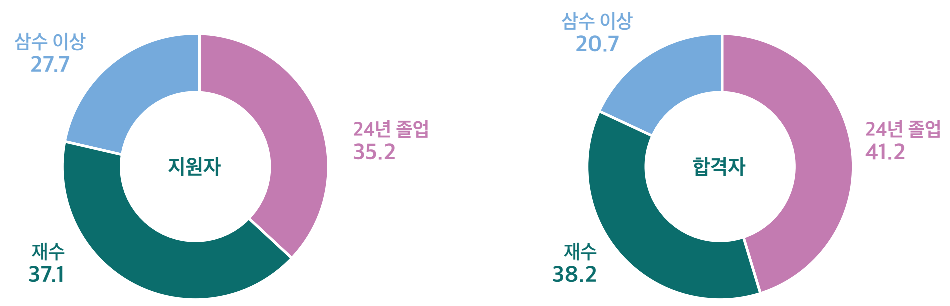
2) 고교 졸업시기별 분석

지원자 중 35.2%가 고3(졸업예정자)였으며, 합격자 비율은 41.2%로 지원 비율 대비 높은 합격률을 보였다. 계열별 지원 대비 합격 비율을 살펴보면 인문계열에서는 재수생이, 자연계열에서는 고3 지원자가 강세를 보였다.

[표2-2] 논술전형 지원/합격자의 고교졸업시기별 현황(%)

모집계열	지원			합격		
	24년 졸업 (고3)	재수	삼수 이상	24년 졸업 (고3)	재수	삼수 이상
인문	37.0	37.6	25.4	31.8	44.8	23.4
자연	33.9	36.8	29.3	49.0	32.6	18.4
계	**35.2**	**37.1**	**27.7**	**41.2**	**38.2**	**20.7**

[그림2-2] 논술전형 지원/합격자의 고교졸업시기별 현황(%)



II. 2025학년도 논술전형 결과 분석

논술/교과 성적 현황

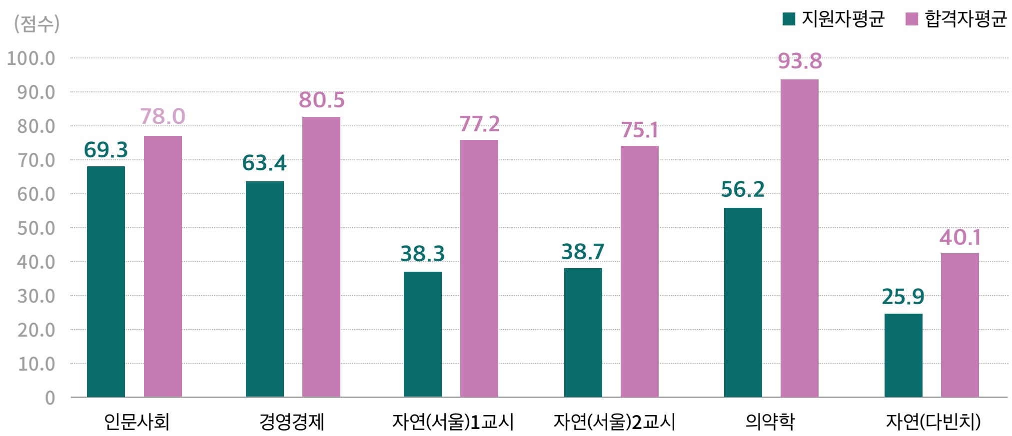
1) 논술성적 분석

[표3-1] 논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황

(단위: 점)

캠퍼스	구분	교시	지원		합격	
			평균	표준편차	평균	표준편차
서울	인문사회	2교시	69.3	7.2	78.0	2.4
	경영경제	1교시	63.4	12.1	80.5	3.0
	자연 (의약학 제외)	1교시	38.3	17.8	77.2	8.6
		2교시	38.7	16.7	75.1	4.7
	의약학	2교시	56.2	21.1	93.8	6.3
다빈치	자연	1교시	25.9	13.5	40.1	12.7

[그림3-1] 논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황



본교 논술은 「공교육정상화법」 제10조제1항에 의거, 사교육을 최소화 하고 공교육을 공고히 하기 위해 논술전형에 출제되는 제시문과 개념 모두 고교과정의 교과서에서 인용하고 있다. 따라서 고교 교육과정을 충실히 이수하고, 논술 가이드북을 활용한다면 논술시험에 충분히 대비할 수 있다.

본인이 지원하는 계열에 대한 대비가 중요하다. 인문계열은 지원하는 모집단위에 따라 인문사회논술 또는 경영경제논술을 응시하게 된다. 인문사회논술은 언어논술 3문항, 경영경제논술은 언어논술 2문항과 수리논술 1문항으로 구성된다.

인문사회논술의 합격자 평균점수는 78점, 경영경제의 합격자 평균점수는 80.5점이다. 이를 지원자 평균점수와 비교해보았을 때, 인문사회논술보다 경영경제논술에서의 점수 차이가 더 크게 나타났다. 경영경제논술의 경우 합격자 대부분이 수리논술에서 고득점을 받는다는 점이 큰 특징이다.

수리논술의 난도가 높지 않은 만큼 풀이 과정을 정확히 작성하는 것이 중요하며, 접근과정과 정답을 작성하되 수식을 통하여 설명하는 것이 중요하다.

II. 2025학년도 논술전형 결과 분석

논술/교과 성적 현황

자연계열은 2024학년도 논술전형부터 과학논술이 폐지되어 수학 4문항으로 구성되어 있다. 기존에도 과학문항보다 수학문항에서 변별력이 높았으며, 지원자 평균 점수와 합격자 평균 점수의 차이가 약 40점으로 매우 높은 모습이 확인되었다. 특히, 의약학의 경우 지난해보다 지원자 평균점수는 낮아졌으며(60.1점 → 56.2점) 합격자 평균점수는 상승한(91.7점 → 93.8점) 모습을 보였다.

다빈치캠퍼스는 합격자 평균이 40.1점, 표준편차가 12.7에 달해 수능최저학력기준을 통과한다면 합격 가능성이 매우 높다는 점을 확인할 수 있다.

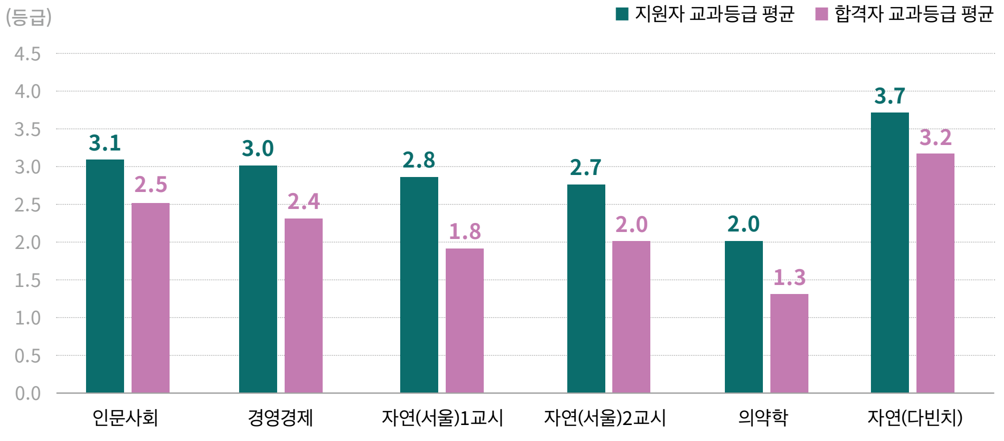
2) 교과 성적 분석

[표3-2] 지원/합격자의 교과 성적(상위 5과목) 현황

(단위: 등급)

캠퍼스	구분	교시	지원		합격	
			평균	표준편차	평균	표준편차
서울	인문사회	2교시	3.1	1.2	2.5	1.0
	경영경제	1교시	3.0	1.2	2.4	1.0
	자연 (의약학 제외)	1교시	2.8	1.1	1.8	0.7
		2교시	2.7	1.1	2.0	0.8
	의약학	2교시	2.0	1.0	1.3	0.5
다빈치	자연	1교시	3.7	1.1	3.2	1.0

[그림3-2] 지원/합격자의 교과 성적(상위 5과목) 현황



교과 성적 반영방법 중 가장 큰 특징은 전체 과목을 모두 반영하는 것이 아닌, 상위 과목에 한해 교과 성적으로 반영하는 것이다. 1~3학년 반영교과 전체 이수과목 중 학년별, 과목별 가중치 없이 국어, 영어, 수학, 사회, 과학 과목 중 석차등급으로만 가장 높은 상위 5과목을 반영한다.

따라서 실질적 교과 반영 비율은 높지 않으며, 논술 성적이 당락에 가장 중요한 요소임을 알 수 있다.
올해 교과 성적 반영은 2026년 2월 졸업예정자부터 2025년 2월 졸업자까지 적용하며, 이전 졸업자 및 해외고교 졸업자 등은 논술 성적에 의한 비교 내신을 적용한다.

II. 2025학년도 논술전형 결과 분석

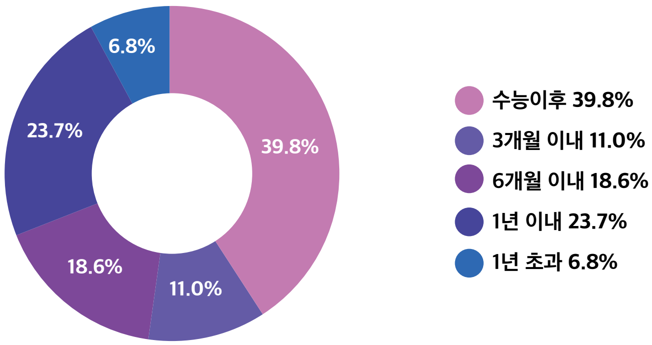
모집단위별 경쟁률 및 논술성적

대학	학과/부	전공	최초 경쟁률	실질 경쟁률	합격자 평균점수	응시자 평균점수
인문대학	국어국문학과		66.3	14.7	76.08	68.46
	영어영문학과		66.2	16.6	73.89	66.08
	유럽문화학부	독일어문학	63	14.3	77.63	67.91
		프랑스어문학	58.6	14	81.16	73.64
		러시아어문학	54	8.6	77.00	70.25
	아시아문화학부	일본어문학	55.5	9.5	76.92	65.37
		중국어문학	51.7	10.7	76.50	66.02
	철학과		64.7	14.5	80.79	71.59
	역사학과		60.2	13.2	77.95	70.10
사회과학대학	정치 · 국제학과		91.2	21	74.50	65.55
	공공인재학부		91.5	22.6	80.42	71.67
	심리학과		91.7	20.9	78.71	71.19
	문헌정보학과		64.7	15	79.93	73.85
	사회복지학부		61.8	12.5	79.54	71.60
	미디어커뮤니케이션학부		122.3	28.4	77.41	67.16
	사회학과		73.4	16.1	77.82	69.54
	도시계획 · 부동산학과		78.5	18.7	78.93	67.03
사범대학	교육학과		59.2	11.7	81.07	72.96
	영어교육과		60.3	14.6	78.14	72.32
경영경제대학	경영학부	경영학	55.6	14.8	78.90	62.67
		글로벌금융	46.7	10.7	83.46	68.35
	경제학부		48.5	11.6	84.23	65.05
	응용통계학과		46	11.3	84.83	66.15
	광고홍보학과		49	9.3	81.13	62.17
	국제물류학과		45.3	8.3	81.46	62.41
적십자간호대학	간호학과(인문)		72.8	11.8	76.63	67.87
자연과학대학	물리학과		64	11.8	73.50	38.05
	화학과		73.3	16.3	75.35	39.36
	생명과학과		90.5	23.7	74.00	37.34
	수학과		68	15	84.55	47.55
공과대학	사회기반시스템공학부	도시시스템공학	81.3	20.8	78.83	36.90
		건설환경플랜트공학	87.4	19.6	68.13	33.33
	건축학부		88.4	17.5	69.62	29.04
	화학공학과		100.7	28.9	80.34	39.80
	기계공학부		104.4	26.7	77.60	39.68
	에너지시스템공학부		90.6	23.3	80.93	37.95
창의ICT공과대학	전자전기공학부		122.7	31.7	76.39	39.28
	융합공학부		98.4	24.9	71.15	37.05
소프트웨어대학	소프트웨어학부		110.3	31.5	84.75	40.58
	AI학과		96.1	28.4	80.64	42.41
약학대학	약학부		153.7	19.5	89.11	50.90
의과대학	의학부		157.7	29.6	99.47	62.04
적십자간호대학	간호학과(자연)		60.5	13.4	71.10	35.77
생명공학대학	생명자원공학부	동물생명공학	11.2	2.7	40.1	30.09
		식물생명공학	9.5	1.7		21.26
	식품공학부	식품공학	11	2.3		28.28
		식품영양	9.8	2.5		24.43
	시스템생명공학과		13.5	4.2		28.89
공과대학	첨단소재공학과		14.4	3.9		29.14
예술공학대학	예술공학부		10.7	2.5		19.67

Ⅲ. 선배들이 들려주는 합격 가이드

전년도에 논술전형으로 합격한 선배들을 대상으로 어떻게 논술고사를 준비했는지, 어떤 마음으로 시험에 응시하였는지, 합격 비결은 무엇인지 앙케이트를 실시 했습니다. 합격자의 25%가 응답한 만큼 신뢰도 높은 앙케이트겠죠? 선배들이 어떻게 답했는지 함께 알아보겠습니다.

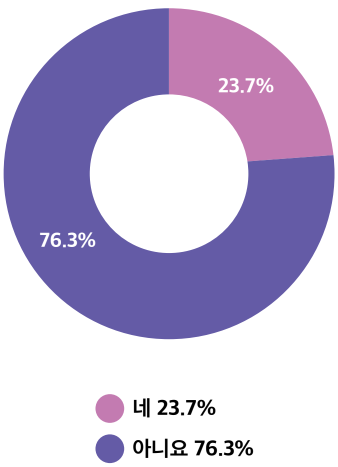
Q1. 우리대학 논술전형 준비는 얼마나 하셨나요?

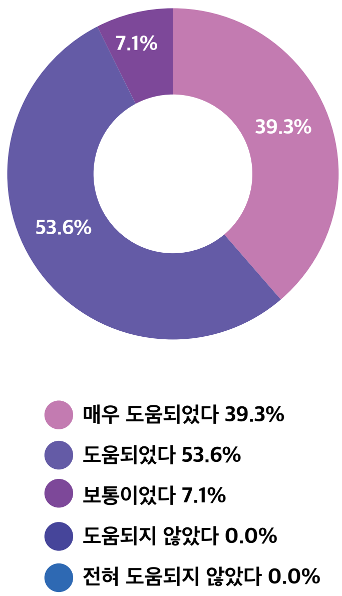


설문조사 결과, 합격자 중 가장 많은 비율인 39.8%가 수능 이후에 논술을 준비한 것으로 나타났습니다. 이를 포함해 3개월 이내(11.0%), 6개월 이내(18.6%) 등 중·단기간 준비를 통해 합격한 사례가 전체의 약 70%에 달합니다.

이러한 결과는 중앙대학교 논술전형이 장기간의 준비보다는 전략적인 단기 준비로도 충분히 대응 가능한 구조임을 보여줍니다. 논술 유형이 비교적 정형화되어 있고, 수능 준비와 병행이 가능하다는 점에서 인문계와 자연계 모두에게 실질적인 접근이 가능한 전형이라 할 수 있습니다.

Q2. 우리대학 모의논술에 응시하였나요? 응시하였다면 얼마나 도움이 되었나요?





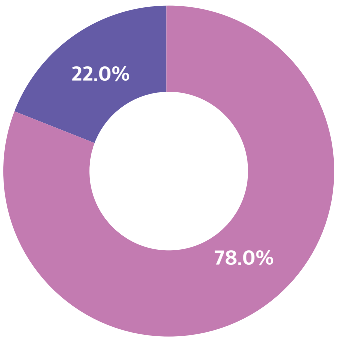
Ⅲ. 선배들이 들려주는 합격 가이드

모의논술은 고3 학생들을 대상으로만 시행되며, 모든 고등학교에서 응시할 수 있는 것은 아니기 때문에 응시자 수는 제한적입니다. 그럼에도 불구하고, 응시한 학생 중 92.9%가 '도움되었다' 또는 '매우 도움되었다'고 응답해, 모의논술의 실질적인 효과를 확인할 수 있었습니다.

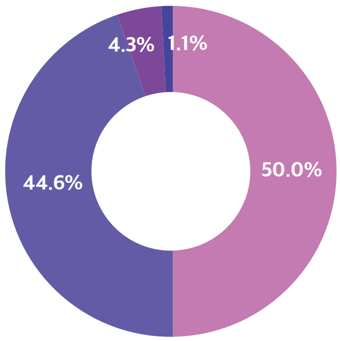
실제로 일부 학생들은 모의논술을 통해 본인의 논술전형 합격 가능성을 인지하고 본격적으로 준비를 시작했다는 의견도 제시했습니다.

모의논술 대상 고등학교가 아니더라도, 중앙대학교 논술가이드북을 통해 기출문제, 예시답안, 평가기준 등을 모두 확인할 수 있으므로 논술전형을 준비하는 학생이라면 꼭 참고해보는 것이 좋습니다.

Q3. 논술고사 준비에 논술가이드북을 참고하였나요? 참고하였다면 얼마나 도움이 되었나요?



참고하였다 78.0%
참고하지 않았다 22.0%



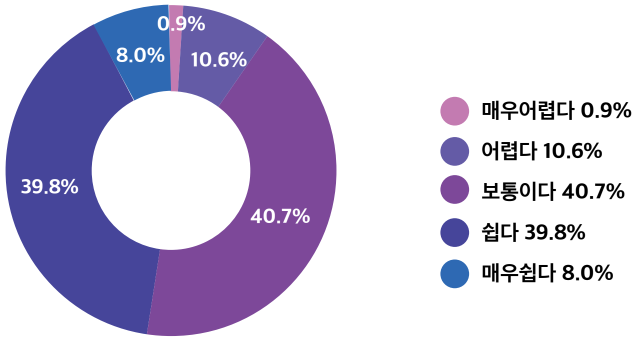
매우 도움되었다 50.0%
도움되었다 44.6%
보통이었다 4.3%
도움되지 않았다 1.1%
전혀 도움되지 않았다 0.0%

논술가이드북은 응시자 대부분이 참고한 자료로, 설문에 따르면 78%의 학생들이 논술고사 응시 전에 가이드북을 확인했습니다. 이들 중 94.6%가 '도움되었다' 또는 '매우 도움되었다'고 응답해, 가이드북이 실질적인 준비에 큰 도움이 되었음을 보여줍니다.

논술가이드북에는 전년도 본 논술과 올해 모의논술의 문항, 예시답안, 평가기준뿐만 아니라 출제위원장들의 준비 팁까지 포함되어 있어, 논술전형을 준비하는 학생이라면 반드시 정독해야 할 자료입니다.

특히, 올해 가이드북뿐만 아니라 최근 3년치 이상을 참고하면 출제 경향, 답안 작성 방식, 평가 기준 등을 더 깊이 있게 이해할 수 있어 논술 준비에 큰 도움이 될 것입니다.

Q4. 타 대학 논술전형에 응시한 경우, 우리대학 논술고사 난도가 타 대학 대비 어떠했나요?



다른 대학의 논술고사와 함께 준비한 학생들의 의견에 따르면, 중앙대학교 논술고사는 '보통'(40.7%) 또는 '쉬운 편'(39.8%)으로 인식되는 경우가 많았습니다. '매우 쉬움'까지 포함하면 전체의 약 88%가 비교적 부담 없는 난이도로 평가한 셈입니다.

이러한 인식은 문항이 배경지식을 요구하지 않고, 문제 유형이 다년간 정형화되어 있었기 때문으로 보입니다. 더불어, 모의논술과 논술가이드북을 통해 문제 유형과 평가 기준이 사전에 충분히 안내되기 때문에 예측 가능성이 높아졌다는 점도 영향을 미친 것으로 보입니다.

키워드로 알아보는 선배들의 생생한 후기!

Q. 고사당일 어떤점이 기억에 남나요?

#310관
엄청난 스케일에 놀랐다 / 310관을 보니 꼭 합격하고 싶어졌다 / 강의실이 새 것 같아 너무 좋았다 / 건물이 너무 커서 길을 해맸다 / 위치를 알려주는 바닥스티커가 인상깊었다

#캠퍼스
오르막이 심했다 / 에스컬레이터가 있어 이동이 편했다 / 정문의 푸앙이가 귀여웠다 / 건물 외벽의 건물 번호 현수막이 도움되었다

#안내학생
안내요원이 친절했다 / 수험생이 많았는데도 통제를 잘했다 / 안내요원이 없었으면 길을 헤맸을 거다 / 안내요원의 격려가 자신감을 복돋았다

#감독
타 대학 대비 감독인원이 많았다 / 진행방식이 엄격했다 / 따뜻한 인사말에 마음이 녹았다 / 감독이 친절했다 / 개봉하면 흔적이 남는 보안봉투가 인상깊었다

Ⅲ. 선배들이 들려주는 합격 가이드

키워드로 알아보는 선배들의 생생한 후기!

Q. 고사당일 어떤점이 기억에 남나요?

#이동

사람이 너무 많았다 / 차량으로 이동했는데 움직이기 어려웠다 / 지원자 외 캠퍼스 입장을 통제해 좋았다 / 도로 혼잡에 대한 추가적인 안내가 필요하다

#기분

마지막 논술고사라 마음이 편했다 / 타 대학 응시후 보게 되어 긴장이 덜했다 / 대학 캠퍼스로 들어가는 설렘이 있었다 / 현수막의 응원 문구가 좋았다

#고사장

고사장 내부가 깔끔했다 / 진지한 분위기였다 / 고사장이 더웠다

Q. 논술전형 합격에 가장 중요했던 부분은 무엇이라 생각하나요?

#공통

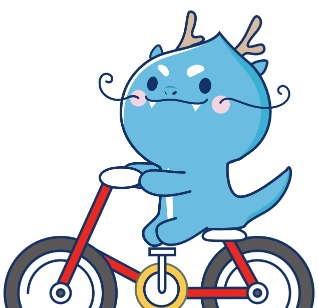
시간 배분이 중요하다 / 글씨는 깔끔할수록 좋다 / 가이드북을 통한 문제 유형과 답안 작성 흐름을 완벽히 학습하는 것이 중요하다 / 출제자의 의도를 정확히 파악해야 한다 / 자신에 대한 믿음을 가져야 한다 / 개인별 긴장감 해소 방안을 준비하는 것이 좋다

#인문논술

주제를 잘 반영한 키워드 선택이 중요하다 / 지문의 핵심을 잘 찾아내 정리하는 능력을 길러야 한다 / 글자수 제한이 엄격해서 잘 맞춰야 한다 / 문장을 압축할 구성력과 어휘력이 있어야 한다 / 간결하고 깔끔하게 답변을 구조화 하는 것이 중요하다 / 중앙대 만의 문항 형식을 학습해야 한다 / 평소 다양한 문학작품 많이 읽으면 좋다 / 지문 그대로가 아닌, 나만의 어휘를 활용해 문장을 작성해야 한다 / 추상적 표현을 나열하는건 최소화 하고 구체적으로 적어야 한다 / 두괄식 서술해야 한다

#수리논술

한번에 집중해서 풀어내야 한다 / 풀기 어렵다고 판단되는 경우 빠르게 다음 문항으로 넘어가야 한다 / 수학 기본기를 탄탄히 해야 한다 / 기출문제의 예시답안을 정독하자 / 계산을 서술할 부분과 생략할 부분에 대해 고민을 해보자 / 답안 작성칸이 좁다 / 포기하지 않고 끝까지 풀이과정을 작성해 부분점수를 얻어야 한다 / 1번 문항 확통부터 순차적으로 풀어나가는게 좋다 / 시간이 넉넉하지 않으니 배분을 잘해야 한다



Ⅳ.
학과 미리보기

산업보안학과

Industrial Security

학과 소개

산업보안학과는 2015년 출범 이후, 변화하는 산업환경에 능동적으로 대응하며 기존 정보보안의 한계를 극복해 왔습니다. 경영, 정보통신, 법제도, 심리 등 다양한 분야를 융합해, 산업보안 분야의 실질적인 문제를 해결할 수 있는 창의융합형 글로벌 보안인재를 양성하는 데 주력하고 있습니다.

산업보안은 기업의 기술과 기밀 유출을 방지하고 산업자산을 보호·관리하는 모든 활동을 뜻합니다. 1955년 미국 산업보안협회(ASIS)가 설립되며 개념이 본격적으로 발전했고, 우리나라에서는 1980년대 첨단 기술 유출이 사회적 문제로 대두되며 중요성이 크게 부각되었습니다.

무엇을 배우나요?

산업보안학과 교육과정은 제도, 경영 관리, 기술 세 분야로 나뉘어 체계적으로 구성됩니다.

제도 분야에서는 개인정보보호법, 정보통신망법, 신용정보법 등 산업보안 관련 법과 제도를 배우며 법적 기반을 이해합니다. 경영 관리 분야에서는 산업보안 관리 체계, 개인정보 활용, 보안 데이터 분석, 범죄심리 등을 학습합니다.

기술 분야에서는 컴퓨터 네트워크, 물리보안, 인공지능 보안 등 최신 보안 기술을 익히고, 캡스톤 과목을 통해 이론과 실무를 결합하는 역량을 키웁니다.

우리 대학만의 강점은?

디지털·데이터 분야를 선도하는 하나은행과 협력해, 2024년부터 'Data & Privacy' 융합전공을 운영하고 있습니다. 이 과정에는 하나은행의 현업 전문가가 직접 참여해 실무 중심의 강의를 진행합니다.

이처럼 산업 현장에서 요구되는 실질적 역량을 쌓을 수 있도록 차별화된 교육 프로그램을 제공합니다. 융합적 교육과 현장 경험이 조화를 이루어 경쟁력 있는 인재를 키워내고 있습니다.

졸업 후 진로

졸업생들은 보안 전문기업과 공공기관, IT 기업 등 다양한 분야에서 활약하고 있습니다. 안랩, 국가정보원, 한국인터넷진흥원, 금융보안원, ADT 캡스, SK쉴더스 등 보안 분야에 진출합니다.

또한 네이버, 카카오, LG CNS 등 IT 기업, KPMG·딜로이트·EY한영과 같은 컨설팅사, 금융권과 대기업으로 진출하거나, 국내외 대학원에 진학해 전문성을 이어가고 있습니다.

약학대학 약학부

College of Pharmacy

Chung-Ang University 약학대학

학과 소개

약학대학은 1953년 설립되어 70년 넘게 국내에서 가장 많은 약사를 배출해온 역사와 전통을 자랑합니다. 서울에 위치한 4개 남녀공학 약학대학 중 하나로, 우수한 교육환경과 국내 최고 수준의 교수진을 바탕으로 '의(義)'와 '참(參)의 정신'을 실천하는 전문 약사를 양성하고 있습니다.

무엇을 배우나요?

1~2학년 과정은 약학 전공 예비 과정으로, 화학, 생물, 해부생리 등 기초 학문을 폭넓게 배웁니다. 2학년 2학기부터 5학년까지는 의약품 합성, 약물 작용과 독성, 제제학, 약물치료 등 약학 핵심 과목을 이론과 실습으로 학습합니다.

또한 Problem-Based Learning 등 새로운 교육 방식을 도입해 학습 효과를 높이고 있습니다. 마지막 6학년 과정은 병원, 약국, 제약회사 등 현장에서 약사 직무 실습을 통해 실무 역량을 키웁니다.

우리 대학만의 강점은?

개교 이후 8,300여 명 이상의 약사를 배출하며, 국내 약학대학 중 약사배출 수 1위를 기록하고 있습니다. 많은 동문이 제약회사 설립자, 대표이사로 활동하며 국내 제약산업 발전에 기여해 왔습니다.

또한 국내 최대 규모의 동문 네트워크를 보유하고 있으며, 매년 후배들을 위한 장학금과 발전기금을 기부해 든든한 지원과 연대 문화를 이어가고 있습니다.
약학연구소와 BK21 사업단 등 정부 대형 연구사업을 다수 수행하며 신약개발 연구를 선도하는 역량 또한 학과의 큰 자랑입니다.

졸업 후 진로는

졸업생들은 약사면허를 취득해 다양한 분야에서 전문성을 발휘합니다. 개국약사, 병원 및 임상 약사, 제약·바이오산업 분야의 산업약사로 활동하거나, 식품의약품안전처, 보건복지부 등 공공기관에 진출해 공직 약사로 활약합니다.

또한 대학원 진학을 통해 생명약학 전문 연구원으로 성장하며 연구개발 분야에서 경력을 이어갈 수 있습니다.

화학과

Department Chemistry

자연과학대학

학과 소개

화학은 원자와 분자의 세계를 탐구하는 기초 과학으로, 현대 문명을 이끄는 모든 혁신의 바탕이 됩니다. **화학과**는 단순히 지식을 전달하는 것을 넘어, 과학적 사고와 실험적 접근을 통해 인류가 직면한 다양한 문제를 해결하는 창의적 문제해결자를 양성합니다.

무엇을 배우나요?

화학과는 물리화학, 유기화학, 무기화학, 생화학, 분석화학 등 5개 분야를 중심으로 폭넓고 심도 있는 교육과정을 운영합니다.

1학년에는 일반화학, 생물학, 물리학 등의 기초과목과 실험을 통해 기본기를 다집니다. 2학년부터는 분석화학, 유기화학 등 전공 필수 과목으로 화학의 핵심 이론을 탐구하며, 3·4학년에는 물리화학, 생화학과 함께 제약유기화학, 나노화학, 인공지능 응용화학 등 첨단 분야까지 폭넓게 학습합니다.

또한 융합화학연구 과목을 통해 교수님 연구실에 직접 참여하며 실제 연구 경험을 쌓을 기회를 제공합니다.

우리 대학만의 강점은?

화학과는 국내외에서 경쟁력을 인정받은 다양한 대형 연구사업을 수행하고 있습니다. 나노-광융합 바이오의료 진단 연구센터와 시스템 화학 글로벌 선도 연구센터가 과학기술정보통신부 선도연구센터에 선정되어 각각 100억 원 이상의 연구비를 지원받아 선도적 연구를 이어가고 있습니다.

또한 BK21 생물리광화학 창의인재양성사업, C1 가스 리파이너리 기술개발 사업, 식품의약품안전처 용역연구 등 다양한 국책사업을 수행하며 연구와 교육 역량을 동시에 강화하고 있습니다.

졸업 후 진로

화학과 졸업생들은 반도체, 디스플레이, 바이오·제약, 첨단 소재, 친환경 에너지 솔루션 등 다양한 산업 분야에서 활약할 수 있습니다. 삼성전자, SK하이닉스, 셀트리온, LG에너지솔루션 등 글로벌 선도기업에서 전문성을 발휘하고 있습니다.

또한 해외 대학원 진학, 정부출연연구소 연구원, 전문직 공무원, 변리사, 교육자 등 폭넓은 진로가 열려 있습니다. 최근에는 화학 지식을 기반으로 창의적인 비즈니스 모델을 개발하는 젊은 창업가들도 점차 늘어나고 있습니다.

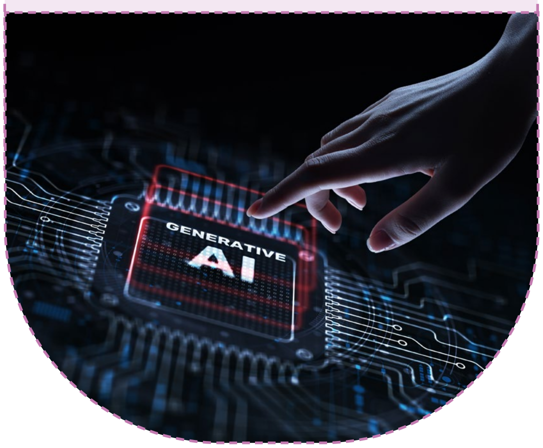
AI학과

Department of AI

학과 소개

AI학과는 창학이념인 '의(Justice)'와 '참(Truth)'의 정신을 바탕으로, 인공지능 신산업 분야를 선도할 글로벌 인재 양성을 목표로 합니다. 창의적 사고와 과학적 연구방법을 기반으로 다학제 간 융합을 실현하며, 윤리의식과 사명감을 갖춘 AI 전문인력을 키워 국가와 사회 발전에 기여하고자 합니다.

AI학과는 AI의 학문적 이론과 연구개발 역량을 겸비한 미래지향적 인재를 육성해, 새로운 산업과 기술의 성장을 이끄는 선도적 역할을 담당합니다.



무엇을 배우나요?

AI학과는 컴퓨터공학을 기반으로 핵심 AI 이론과 실무 능력을 폭넓게 학습합니다. 학부 과정에서는 기초부터 심화 과정까지 체계적으로 커리큘럼이 구성됩니다. 1·2학년 과정에서는 선형대수학, 프로그래밍, 자료구조, 알고리즘, 인공지능 수학, 확률 및 통계 등 AI 학습의 기초를 다집니다. 3·4학년에는 기계학습, 인공신경망, 그래프 기계학습, 컴퓨터비전, 음성처리, 자연어처리, 인공지능 프로젝트 등 심화 과목과 현장 실무 중심 교육이 이루어집니다.

또한 다양한 데이터 실습과 산학연 프로젝트 참여를 통해 실전 역량을 키울 수 있습니다.

우리 대학만의 강점은?

AI학과는 2020년 AI대학원 설립과 함께 AI대학원 지원사업에 선정되어 안정적인 연구·교육 기반을 마련했습니다. 학부와 대학원이 긴밀히 연계돼 있어, 학부 과정 중에도 다양한 연구와 프로젝트에 참여할 기회가 풍부합니다. 특히 학부와 석사 과정을 5년 안에 마칠 수 있는 학·석사 연계과정을 운영해 전문성을 심화할 수 있습니다. 또한 '소프트웨어 중심대학 사업', '의료 인공지능 특화 융합 인재 양성사업' 등 주요 국고 지원사업을 수행하며, 이론과 응용 연구 모두에서 경쟁력을 갖추고 있습니다.

산업체 인턴십, 의료 AI 분야 실습, 산학 공동 프로젝트 등 실무 중심 프로그램도 활발히 운영됩니다.

졸업 후 진로

졸업생들은 다양한 AI 전문 분야로 진출할 수 있습니다. AI 프로그래밍, 모델링, 응용 소프트웨어 개발, 머신러닝 플랫폼 구축 등 지능형 시스템을 설계하고 고도화하는 역할을 수행합니다.

주요 직무에는 AI 응용 프로그래머, AI 엔지니어, AI 연구개발 전문가, 컴퓨터비전·음성처리·자연어처리·그래프처리 분야의 전문직 등이 있습니다. 또한 도메인 지식과 AI 이론, 수학적 모델링 역량을 바탕으로, 다양한 산업 분야에서 AI 기반 서비스와 솔루션 개발을 이끌어 나갈 수 있습니다.

V. 실전 대비 모의논술 문제풀이

2026학년도 모의논술 문제

수학

[문제 1] **다음 규칙에 따라 시행을 한다. 풀이와 함께 물음에 답하시오.**

- 남학생 3명과 여학생 3명이 일렬로 놓인 6개의 의자에 앉는다. 이때, 같은 성별의 학생은 서로 구별하지 않는다.
- 각 학생은 손을 들거나 들지 않을 수 있다.
- 손을 든 두 학생 사이에 손을 든 다른 학생이 없으면, 그 두 학생은 이웃하여 손을 든 것으로 간주한다.
- 같은 성별의 두 학생은 이웃하여 손을 들 수 없다.

위 시행에서 2명 이상의 남학생이 손을 들 확률을 구하시오. [20점]

[문제 2] **다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.**

- 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.
- 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

  $$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

[문제 2-1] **정수 a, b에 대하여 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+4bx$로 정의된 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족할 때, $f(1)$의 가능한 값을 모두 구하시오. [10점]**

(가) $-3 \le a \le 3$, $0 \le b \le 3$이다.

(나) $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은 12이다.

[문제 2-2] **실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[0, 2]$에서 $f(x)=x\sin(\pi x)$이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=2f(x-2)$를 만족한다. 이때, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2^{1012}(x-2026)$ 및 두 직선 $x=2026$, $x=2027$로 둘러싸인 도형의 넓이는 유리수 p, q, r에 대하여 $2^{1012}\left(p+\frac{q}{\pi}+\frac{r\sqrt{3}}{\pi}\right)$이다. 유리수 p, q, r을 구하시오. [15점]**

[문제 3] **다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.**

- 음함수 표현 $f(x, y) = 0$에서 y를 x의 함수로 보고 양변을 x에 대하여 미분하여 $\dfrac{dy}{dx}$를 구한다.
- 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a) = 0$이고 $x = a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x = a$에서 극대이다.

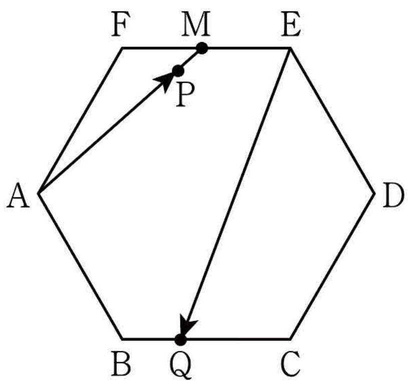
[문제 3-1] **음함수 표현 $\ln x + \ln y + \ln(5 - x - y) = 0$에 대하여 $x = a$에서 $\dfrac{dy}{dx} = -1$이 된다. a의 가능한 값을 모두 구하시오. [10점]**

[문제 3-2] **닫힌구간 $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$에서 함수 $f(x) = \sin x(\sin x + 2\cos x)$의 최댓값을 구하시오. [15점]**

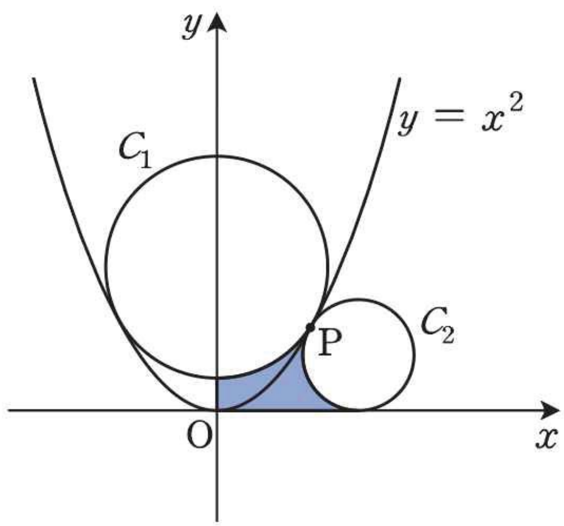
[문제 4] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 크기와 방향이 각각 같을 때, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 같다고 하며, 이것을 기호로 $\vec{a} = \vec{b}$와 같이 나타낸다.
- 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$일 때, $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$이다.
- 포물선 $x^2 = 4py$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$에서의 접선의 방정식은 $x_1 x = 2p(y + y_1)$이다.

[문제 4-1] 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF에서 변 EF의 중점을 M이라 하자. 선분 AM위를 움직이는 점 P와 변 BC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{EQ}|$의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [15점]



[문제 4-2] 그림과 같이 중심이 y축에 놓인 원 C_1과 x축에 접하는 원 C_2가 점 $P(t, t^2)$에서 포물선 $y = x^2$에 접한다. 원 C_1의 반지름의 길이가 원 C_2의 반지름의 길이의 두 배일 때, 두 원 C_1, C_2와 x축, y축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. (단, $t > 0$이다.) [15점]



2026학년도 모의논술 문제해설

수학

1. 제시문 출전 및 출제 의도

[문제 1 제시문 출전]

확률과 통계, 권오남 외, 교학사, 2020, p.12, 19, 44
확률과 통계, 홍성복 외, 지학사, 2021, p.11, 20, 45
확률과 통계, 배종숙 외, 금성출판사, 2023, p.13, 18, 49
확률과 통계, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2023, p.11, 23, 43

[문제 1 출제 의도]

다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 경우의 수 및 확률의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 복잡한 사건의 경우의 수를 구하는 문제로, 전체 사건을 같은 것이 있는 순열과 중복조합으로 계산할 수 있는 비교적 간단한 사건들로 나누어 각 사건에 대한 경우의 수를 구한 후 특정 조건을 만족하는 사건들의 발생 확률을 구한다. 특히 문제의 조건을 잘 활용하여 전체 사건을 계산이 간단한 사건들로 나눌 수 있는 능력을 평가한다.

[문제 2 제시문 출전]

첫 번째 제시문
- 수학 II, 류희찬 외, 천재교과서, 2023, p.82
- 수학 II, 박교식 외, 동아출판, 2023, p.87
- 수학 II, 황선욱 외, 미래엔, 2023, p.86
- 수학 II, 김원경 외, 비상교육, 2023, p.83
- 수학 II, 배종숙 외, 비상교육, 2023, p.88

두 번째 제시문
- 미적분, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2022, p.155 - 156
- 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2023, p.169
- 미적분, 홍성복 외, 지학사, 2023, p.165
- 미적분, 권오남 외, 교학사, 2023, p.175
- 미적분, 박교식 외, 동아출판, 2023, p.158

[문제 2-1 출제 의도]

다항 함수의 극대와 극소를 구하는 것은 미분을 학습하는 중요한 문제 중 하나이다. 여기서는 고교과정에서 많이 학습한 3차함수의 극댓값과 극솟값을 계산하고 경우를 나누어 극댓값과 극솟값의 합을 이용하고 근과 계수의 관계를 통해 방정식을 인수분해한 이후 해를 구하는 과정을 평가하고자 하였다.

[문제 2-2 출제 의도]

곡선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 것은 적분의 중요한 응용 중 하나이다. 여기서는 삼각함수와 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하기 위해 구간을 나누고 삼각함수와 다항식이 곱해진 함수의 부분적분을 할 수 있는지 평가하고자 하였다.

[문제 3 제시문 출전]

첫 번째 제시문
- 미적분, 홍성복 외, 지학사, 2019, p.98
- 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.95
- 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.87

두 번째 제시문
- 미적분, 홍성복 외, 지학사, 2019, p.115
- 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.113
- 미적분, 박교식 외, 동아출판사, 2023, p.105

[문제 3-1 출제 의도]

음함수 미분법을 적절히 계산할 수 있는지를 평가한다. 그리고 이렇게 얻은 정보를 이용하여 3차방정식의 근을 구할 수 있는지도 평가한다.

[문제 3-2 출제 의도]

삼각함수의 미분을 잘 알고 있는지 평가한다. 이를 통하여 주어진 구간에서 함수의 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 4 제시문 출전]

첫 번째 제시문
- 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.64
- 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.56
- 기하, 류희찬 외, 천재교과서, 2023, p.64
- 기하, 황선욱 외, 교학사, 2020, p.70

두 번째 제시문
- 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.66
- 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.58
- 기하, 류희찬 외, 천재교과서, 2023, p.65
- 기하, 황선욱 외, 교학사, 2020, p.72

세 번째 제시문
- 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.39
- 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.41
- 기하, 류희찬 외, 천재교과서, 2023, p.40
- 기하, 황선욱 외, 교학사, 2020, p.19

[문제 4-1 출제 의도]

벡터는 과학과 수학에서 아주 중요한 위치를 차지하고 있다. 벡터가 크기와 방향을 함께 가지는 양임을 잘 이해하고 두 벡터의 합을 활용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

[문제 4-2 출제 의도]

이차곡선은 실생활의 여러 분야에 활용되고 있다. 이차곡선 중의 하나인 포물선의 접선 방정식을 활용하는 능력을 파악하고자 한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] **예시답안**

▶ 편의를 위해 손을 들지 않은 남학생과 여학생을 각각 ○와 △, 손을 든 남학생과 여학생을 각각 ●와 ▲로 표시한다.

▶ 같은 성별의 두 학생이 이웃하여 손을 들 수 없다는 조건에 의해 ●와 ▲의 배치가 매우 제한됨을 이용하여 문제를 해결한다.

▶ 아무도 손을 들지 않는 경우의 수는 ○ 3개, △ 3개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{6!}{3!3!}=20$가지이다.

▶ 손을 든 학생의 수가 1명이면, ● 또는 ▲의 2가지 경우가 있다. 이때 손을 든 학생을 경계로 아래와 같이 2개의 공간이 생긴다.

V ● V 또는 V ▲ V

▶ 2개의 공간에 나머지 5명을 구분 없이 배치하는 방법은 ${}_2H_5=6$가지이다.

5명은 ○ 2명, △ 3명 또는 ○ 3명, △ 2명이므로 이들을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!3!}=10$가지이다.

따라서 손을 든 학생의 수가 1명인 경우의 수는 $2\times6\times10=120$가지이다.

▶ 손을 든 학생의 수가 2명이면, ● ▲ 또는 ▲ ●의 2가지 경우가 있다.

이때 손을 든 학생을 경계로 아래와 같이 3개의 공간이 생긴다.

V ● V ▲ V 또는 V ▲ V ● V

▶ 3개의 공간에 나머지 4명을 구분 없이 배치하는 방법은 ${}_3H_4=15$가지이다.

4명은 ○ 2명, △ 2명이므로 이들을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!2!}=6$가지이다.

따라서 손을 든 학생의 수가 2명인 경우의 수는 $2\times15\times6=180$가지이다.

▶ 손을 든 학생의 수가 3명이면, ● ▲ ● 또는 ▲ ● ▲의 2가지 경우가 있다.

이때 손을 든 학생을 경계로 4개의 공간이 생기며, 여기에 나머지 3명을 구분 없이 배치하는 방법은 ${}_4H_3=20$가지이다.

3명은 ○ 1명, △ 2명 또는 ○ 2명, △ 1명이므로 이들을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{3!}{1!2!}=3$가지이다.

따라서 손을 든 학생의 수가 3명인 경우의 수는 $2\times20\times3=120$가지이다.

▶ 손을 든 학생의 수가 4명이면, ● ▲ ● ▲ 또는 ▲ ● ▲ ●의 2가지 경우가 있다.

이때 손을 든 학생을 경계로 5개의 공간이 생기며, 여기에 나머지 2명을 구분 없이 배치하는 방법은 ${}_5H_2 = 15$가지이다.

2명은 ○ 1명, △ 1명이므로 이들을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{2!}{1!1!} = 2$가지이다.

따라서 손을 든 학생의 수가 2명인 경우의 수는 $2 \times 15 \times 2 = 60$가지이다.

▶ 손을 든 학생의 수가 5명이면, ● ▲ ● ▲ ● 또는 ▲ ● ▲ ● ▲의 2가지 경우가 있다.

이때 손을 든 학생을 경계로 6개의 공간이 생기며, 여기에 나머지 1명을 배치하는 방법은 6가지이다.

따라서 손을 든 학생의 수가 5명인 경우의 수는 $2 \times 6 = 12$가지이다.

▶ 모두 손을 드는 경우의 수는 ● ▲ ● ▲ ● ▲ 또는 ▲ ● ▲ ● ▲ ●의 2가지이다.

따라서 전체 경우의 수는 $20 + 120 + 180 + 120 + 60 + 12 + 2 = 514$가지이다.

▶ 2명 이상의 남학생이 손을 든 사건은 ●가 두 개 이상인 사건과 같다. 위의 과정에 의해 이 사건은 4명 이상의 학생이 손을 들거나 2명의 남학생과 1명의 여학생이 손을 든 사건(● ▲ ●)과 같으며, 그 경우의 수는 $60 + 12 + 2 + 60 = 134$가지이다.

따라서 구하는 확률은 $134/514 = 67/257$이다.

[문제 1] **채점기준**

- 전체 경우의 수를 올바르게 구한 경우: **+15점**
  - 손을 든 학생 수에 따른 7개 경우에 대해, 각 경우의 수가 맞으면 **+2점**
  - 전체 경우의 수가 맞으면 추가 **+1점**
- 2명 이상의 남학생이 손을 든 경우의 수를 올바르게 구한 경우: **+3점**
- 최종 확률을 정확하게 구한 경우: **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점 부여 가능함.

[문제 2-1] 예시답안

$f(x)$를 미분하면 $f'(x) = x^2 + 2ax + 4b$를 얻는다.

$f'(x) = x^2 + 2ax + 4b = 0$의 두 근을 α, β라 하면$(\alpha < \beta)$, $x = \alpha$에서 극대, $x = \beta$에서 극소를 갖는다.

근과 계수의 관계에서 $\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = 4b$를 얻는다.

극댓값 $f(\alpha) = \dfrac{1}{3}\alpha^3 + a\alpha^2 + 4b\alpha$, 극솟값 $f(\beta) = \dfrac{1}{3}\beta^3 + a\beta^2 + 4b\beta$이므로,

$f(\alpha) + f(\beta) = \dfrac{1}{3}(\alpha^3 + \beta^3) + a(\alpha^2 + \beta^2) + 4b(\alpha + \beta) = 12$를 얻는다.

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$, $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$이므로 위의 식을 정리하면

$a^3 - 6ab - 9 = 0$을 얻는다.

$b = 0$일 때, $a^3 = 9$이므로 가능한 정수 a는 없다.

$b = 1$일 때, $a^3 - 6a - 9 = (a-3)(a^2 + 3a + 3) = 0$이므로, $a = 3$,

$b = 2$일 때, $a^3 - 12a - 9 = (a+3)(a^2 - 3a - 3) = 0$이므로, $a = -3$이다.

$b = 3$일 때, $f'(x) = x^2 + 2ax + 4b = 0$에서 주어진 a, b에 대하여 $D/4 = a^2 - 4b \le 0$이므로

극대와 극소가 존재하지 않는다.

따라서, $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 4x$ 또는 $\dfrac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$이고,

$f(1) = \dfrac{22}{3}$ 또는 $\dfrac{16}{3}$이다.

[문제 2-1] 채점기준

- 근과 계수의 관계 $\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = 4b$를 구하면 **+3점**
- $a^3 - 6ab - 9 = 0$를 구하면 **+4점**
- $f(1) = \dfrac{22}{3}$ 또는 $\dfrac{16}{3}$를 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 2-1] 별해

$f(x)$를 미분하면 $f'(x) = x^2 + 2ax + 4b$를 얻는다.

극대와 극소가 존재하므로 $D/4 = a^2 - 4b > 0$이다.

따라서, $b = 0$일 때, $a = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$,

$b = 1$일 때, $a = \pm 3$,

$b = 2$일 때, $a = \pm 3$,

$b = 3$일 때, 가능한 a는 없다.

$f'(x)=x^2+2ax+4b=0$인 $x=-a\pm\sqrt{a^2-4b}$ 이므로 극댓값과 극솟값은 각각

$$f(-a-\sqrt{a^2-4b})=-\frac{1}{3}(a+\sqrt{a^2-4b})^3+a(a+\sqrt{a^2-4b})^2-4b(a+\sqrt{a^2-4b}),$$

$$f(-a+\sqrt{a^2-4b})=-\frac{1}{3}(a-\sqrt{a^2-4b})^3+a(a-\sqrt{a^2-4b})^2-4b(a-\sqrt{a^2-4b})$$이다.

$$f(-a-\sqrt{a^2-4b})+f(-a+\sqrt{a^2-4b})=-\frac{1}{3}(2a^3+6a(a^2-4b))+a(2a^2+2(a^2-4b))-8ab$$

$=\frac{4}{3}a^3-8ab=12$이다.

$b=0$일 때, $a^3=9$이므로 가능한 정수 a는 없다.

$b=1$일 때, $a^3-6a-9=(a-3)(a^2+3a+3)=0$이므로, $a=3$,

$b=2$일 때, $a^3-12a-9=(a+3)(a^2-3a-3)=0$이므로, $a=-3$이다.

따라서, $f(x)=\frac{1}{3}x^3+3x^2+4x$ 또는 $\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x$이고,

$f(1)=\frac{22}{3}$또는 $\frac{16}{3}$이다.

[문제 2-1] **별해 채점기준**

- 극점 $x=-a\pm\sqrt{a^2-4b}$ 를 구하면 **+3점**
- $f(-a-\sqrt{a^2-4b})+f(-a+\sqrt{a^2-4b})=\frac{4}{3}a^3-8ab$를 구하면 **+4점**
- $f(1)=\frac{22}{3}$또는 $\frac{16}{3}$를 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 2-2] **예시답안**

주어진 식에 의하여 구간 $[2026,\ 2028]$에서 $f(x)=2^{1013}(x-2026)\sin\pi(x-2026)$이다.

따라서, 구하는 넓이 S는

$$S=\int_{2026}^{2027}|2^{1012}(x-2026)-2^{1013}(x-2026)\sin\pi(x-2026)|\,dx$$

$=\int_0^1|2^{1012}x-2^{1013}x\sin\pi x|\,dx$이다.

절댓값 함수의 부호가 바뀌는 점은 $\sin\pi x=\frac{1}{2}$이므로, $x=\frac{1}{6},\ \frac{5}{6}$이다.

따라서, $S=2^{1012}\left(\int_0^{\frac{1}{6}}(x-2x\sin\pi x)dx+\int_{\frac{5}{6}}^{1}(x-2x\sin\pi x)dx+\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{5}{6}}(2x\sin\pi x-x)dx\right)\ldots(*)$

부정적분 $\int x\sin\pi x dx=-\frac{1}{\pi}x\cos\pi x+\frac{1}{\pi^2}\sin\pi x+C$이고, 치환적분에 의해

$\int_{\frac{5}{6}}^{1}(x-2x\sin\pi x)dx=\int_0^{\frac{1}{6}}(1-x)-2(1-x)\sin\pi x dx$이므로,

$$S=2^{1012}\left(\int_0^{\frac{1}{6}}1-2\sin\pi x\,dx+\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{5}{6}}2x\sin\pi x-x\,dx\right)$$

$$=2^{1012}\left\{\left[x+\frac{2}{\pi}\cos\pi x\right]_0^{\frac{1}{6}}+\left[-\frac{2}{\pi}x\cos\pi x+\frac{2}{\pi^2}\sin\pi x-\frac{x^2}{2}\right]_{\frac{1}{6}}^{\frac{5}{6}}\right\}$$

$=2^{1012}\left(\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}-\frac{2}{\pi}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}-\frac{1}{3}\right)=2^{1012}\left(-\frac{1}{6}-\frac{2}{\pi}+\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right)$이다.

따라서, $p=-\frac{1}{6}$, $q=-2$, $r=2$이다.

[문제 2-2] **채점기준**

- 구간 $[2026,\ 2028]$에서 $f(x)=2^{1013}(x-2026)\sin\pi(x-2026)$를 얻으면 **+5점**
- 부호가 바뀌는 점 $x=\frac{1}{6},\ \frac{5}{6}$을 얻고 구간을 나누어 S를 (*)와 같이 얻으면 **+5점**
- 적분 계산을 정확히 하여 $p=-\frac{1}{6}$, $q=-2$, $r=2$를 얻은 경우 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 3-1] **예시답안**

로그함수가 정의되기 위하여 $x>0,\ \ y>0,\ \ 5-x-y>0$이다. 또한 로그함수의 성질에 의하여

$xy(5-x-y)=1$이다. 음함수 미분을 하고 조건을 고려하면

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y(2x+y-5)}{x(5-x-2y)}=-1$이다. 정리하면 $(y-x)(x+y-5)=0$이고 $y-x=0$이다.

$xy(5-x-y)=1$에 대입하면 $2x^3-5x^2+1=(2x-1)(x^2-2x-1)=0$이다.

가능한 값은 $a=\dfrac{1}{2},\ \ 1+\sqrt{2}$ 이다.

[문제 3-1] **채점기준**

- $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y(2x+y-5)}{x(5-x-2y)}$를 얻으면 **+4점**
- $y-x=0$을 구하면 **+3점**
- $a=\dfrac{1}{2},\ \ 1+\sqrt{2}$ 를 얻은 경우 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 3-2] **예시답안**

$f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$이고, 구간 $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$에서 $\cos x>0$이다. 미분하면

$f'(x)=2\sin x\cos x+2\cos^2 x-2\sin^2 x=2\cos^2 x(-\tan^2 x+\tan x+1)$

이다. $f(x)$는 $\tan x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$에서 극소, $\tan x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$에서 극대이다.

$\tan x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$에서 최댓값 $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$를 갖는다.

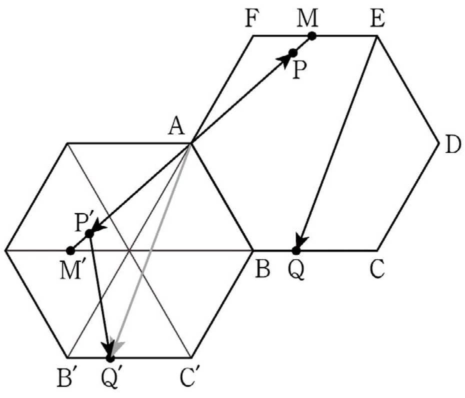
[문제 3-2] **채점기준**

- $f'(x)=2\cos^2 x(-\tan^2 x+\tan x+1)$를 구하면 **+8점**
- $\tan x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$에서 극대임을 구하면 **+3점**
- 최댓값 $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$를 구하면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 4-1] 예시답안



왼쪽의 그림과 같이 점 P, M을 점 A에 대하여 대칭 이동한 점을 각각 P', M'이라고 하자. 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{EQ}}$를 평행이동하여 시점이 점 A에 놓이도록 하였을 때, 종점을 Q'이라고 하자. $\overrightarrow{\mathrm{AP}'} = -\overrightarrow{\mathrm{AP}}$이므로

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{EQ}} = \overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{AQ}'} = \overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{AP}'} + \overrightarrow{\mathrm{P}'\mathrm{Q}'} = \overrightarrow{\mathrm{P}'\mathrm{Q}'}$$

따라서 $\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{EQ}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{P}'\mathrm{Q}'}\right|$이다.

$\overline{\mathrm{B}'\mathrm{C}'} = 2$, $\overline{\mathrm{M}'\mathrm{B}'} = \sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{AC}'} = 2\sqrt{3}$이므로

좌표평면에 네 점 $\mathrm{B}', \mathrm{C}', \mathrm{A}, \mathrm{M}'$을 점 $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,2\sqrt{3})$, $(0,\sqrt{3})$이

되도록 놓을 수 있다. 이때, 점 P'과 점 Q'이 선분 $\mathrm{M}'\mathrm{A}$와 선분 $\mathrm{B}'\mathrm{C}'$을

각각 $s:1-s\ (0 \le s \le 1)$과 $t:1-t\ (0 \le t \le 1)$로 내분한다고 하면, 점 P'과 점 Q'의 좌표는

각각 $(2s, \sqrt{3}(1+s))$와 $(2t, 0)$이다. $\left|\overrightarrow{\mathrm{P}'\mathrm{Q}'}\right| = \sqrt{4(s-t)^2 + 3(1+s)^2}$에서

$0 \le s \le 1,\ 0 \le t \le 1$이므로 $\left|\overrightarrow{\mathrm{P}'\mathrm{Q}'}\right|$의 최솟값은 $s = t = 0$일 때 $\sqrt{3}$이고,

최댓값은 $s = 1,\ t = 0$일 때 4이다.

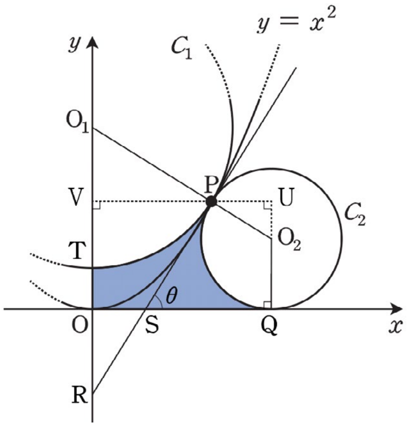
따라서 $\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{EQ}}\right|$의 최솟값과 최댓값의 합은 $4 + \sqrt{3}$이다.

[문제 4-1] 채점기준

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{EQ}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{P}'\mathrm{Q}'}\right|$를 얻으면 **+5점**
- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{EQ}}\right|$의 최솟값 $\sqrt{3}$ 를 얻으면 **+5점**
- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{EQ}}\right|$의 최솟값 4 를 얻으면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

[문제 4-2] 예시답안



좌표평면의 원점을 O, 원 $C_i(i=1,2)$의 중심을 O_i, 점 O_2에서

x축에 내린 수선의 발을 Q, 점 P에서의 포물선 $y=x^2$의 접선

$y = 2tx - t^2$이 y축, x축과 만나는 점을 각각 R, S, 선분 OO_1이

원 C_1과 만나는 점을 T, 점 P에서 직선 $\mathrm{O}_2\mathrm{Q}$와 y축에 내린 수선의 발을

각각 U, V라고 하고, $\theta = \angle \mathrm{PSQ}$라고 하자.

직선 $\mathrm{O_1O_2}$의 방정식 $y=-\dfrac{1}{2t}(x-t)+t^2$에서 y절편을

구하여 $\mathrm{O_1}$의 좌표 $\left(0, t^2+\dfrac{1}{2}\right)$를 얻는다.

$\overline{\mathrm{PU}}=\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{VP}}=\dfrac{t}{2}$, $\overline{\mathrm{O_2U}}=\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{O_1V}}=\dfrac{1}{2}\times\left(\overline{\mathrm{O_1O}}-\overline{\mathrm{VO}}\right)=\dfrac{1}{4}$에서 $\mathrm{O_2}$의 좌표는

$\left(\dfrac{3t}{2}, t^2-\dfrac{1}{4}\right)$임을 알 수 있다.

$t^2-\dfrac{1}{4}=\overline{\mathrm{O_2Q}}=\overline{\mathrm{O_2P}}=\sqrt{\left(\dfrac{3t}{2}-t\right)^2+\left(t^2-\dfrac{1}{4}-t^2\right)^2}$ 에서 $t=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이고, $\tan\theta=2t$이므로

$\theta=\dfrac{\pi}{3}$이다. $\angle\mathrm{PO_2Q}=\pi-\theta=\dfrac{2\pi}{3}$이고 $\overline{\mathrm{O_2Q}}=\dfrac{1}{2}$이어서 부채꼴 $\mathrm{O_2PQ}$의 넓이는 $\dfrac{\pi}{12}$이고,

$\angle\mathrm{RO_1P}=\angle\mathrm{RSO}=\theta=\dfrac{\pi}{3}$이고 $\overline{\mathrm{O_1P}}=2\overline{\mathrm{O_2Q}}=1$이어서 부채꼴 $\mathrm{O_1TP}$의 넓이는 $\dfrac{\pi}{6}$이다.

사다리꼴 $\mathrm{OQO_2O_1}$의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\left(\overline{\mathrm{OO_1}}+\overline{\mathrm{O_2Q}}\right)\times\overline{\mathrm{OQ}}=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{5}{4}+\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{3\sqrt{3}}{4}=\dfrac{21}{32}\sqrt{3}$ 이므로

두 원 C_1, C_2와 x축, y축으로 둘러싸인 영역의 넓이는 $\dfrac{21}{32}\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{21}{32}\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{4}$이다.

[문제 4-2] **채점기준**

- $t=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$를 구하면 **+5점**
- 부채꼴 $\mathrm{O_2PQ}$의 넓이 $\dfrac{\pi}{12}$와 부채꼴 $\mathrm{O_1TP}$의 넓이 $\dfrac{\pi}{6}$를 구하면 **+6점**
- 영역의 넓이 $\dfrac{21}{32}\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{4}$를 구하면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점 부여 가능함.

V.
2025학년도 수시모집 논술시험 기출문제 및 해설

자연계열 Ⅰ 문제지

수학

[문제 1] **다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다. 풀이와 함께 물음에 답하시오.**

- 주머니에 빨간색 공 4개, 파란색 공 3개, 초록색 공 3개가 들어 있다.
- 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수의 합이 4 이하이면, 주머니에서 임의로 공 2개를 동시에 꺼낸다. 만일 눈의 수의 합이 5 이상이면, 주머니에서 임의로 공 1개를 꺼낸다.
- 꺼낸 공 중에서 빨간색 공의 개수를 점수로 얻는다.
- 꺼낸 공을 모두 주머니에 다시 넣는다.

위 시행을 2회 반복할 때, 얻은 점수의 합이 2 이상일 확률을 구하시오. [20점]

[문제 2] **다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.**

- 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라고 하면 일반항과 수열의 합의 관계는 다음과 같다.

$$a_1 = S_1,\ \ a_n = S_n - S_{n-1}\ (n \geq 2)$$

- 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때, 다음 식이 성립한다.

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

[문제 2-1] **수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 다음을 만족시킬 때, a_1을 구하시오. [10점]**

(가) $S_n = \begin{cases} \dfrac{1}{2}a_n - 2 & \text{(}n\text{이 짝수인 경우)} \\ 2a_n + 3 & \text{(}n\text{이 3이상인 홀수인 경우)} \end{cases}$

(나) $S_8 = 2025$

[문제 2-2] **실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서**

$$f(x) = \begin{cases} -x^2\cos(\pi x) & (-1 \leq x < 0) \\ x^2\cos(\pi x) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = \dfrac{1}{2}f(x-2) - \dfrac{3}{2}$을 만족시킨다. 이때, 정적분 $\displaystyle\int_{-4}^{-1} f(x)dx$의 값을 구하시오. [15점]

[문제 3] **다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.**

- 점 (x_1, y_1)과 직선 $ax+by+c=0$사이의 거리는 다음과 같다.

$$\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

- 모든 실수 α, β에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

- 미분가능한 함수 $g(x)$의 도함수 $g'(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a)=\alpha$, $g(b)=\beta$에 대하여 함수 $f(x)$가 α와 β를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)\,dx=\int_\alpha^\beta f(t)\,dt$$

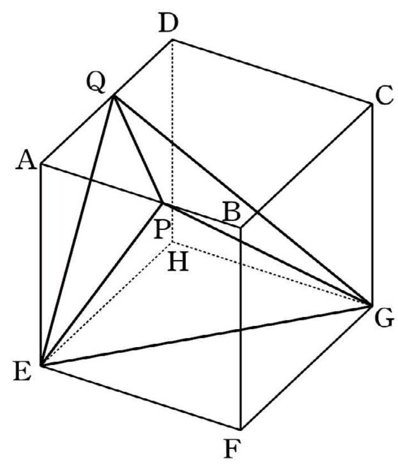
[문제 3-1] **좌표평면 위에 점 $\mathrm{A}(3, 0)$, $\mathrm{B}(4, 2)$가 있다. 방정식 $y^3-3e^{2x}y+2e^{3x}=0$을 만족시키는 점 $\mathrm{P}(x, y)$에 대하여 삼각형 PAB의 넓이의 최솟값을 구하시오. (단, $y \geq 0$이다.) [10점]**

[문제 3-2] **$\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{AC}}=1$이고 $\angle\mathrm{BAC}=3x$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC위의 점 D를 $\angle\mathrm{BAD}=x$가 되도록 잡자. 선분 AD의 길이를 $f(x)$라 할 때, 정적분 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\sin^3 x\,dx$의 값을 구하시오. [15점]**

[문제 4] 다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

- 평면 α위에 있지 않은 점 P, 평면 α위의 점 O, 점 O를 지나지 않는 α 위의 직선 l, 직선 l위의 점 H에 대하여 $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$이면 $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$이다.
- 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$의 점근선의 방정식은 $y = \dfrac{b}{a}x,\ y = -\dfrac{b}{a}x$이다.
- 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$위의 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$에서의 접선의 방정식은 $\dfrac{x_1x}{a^2} - \dfrac{y_1y}{b^2} = 1$이다.

[문제 4-1] 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 $\mathrm{ABCD-EFGH}$의 선분 AB, AD위에 점 P, Q가 각각 놓여 있다. 삼각형 PEG, QEG의 넓이가 각각 $\sqrt{10}$과 3일 때, 삼각형 EPQ의 넓이를 구하시오. [15점]



[문제 4-2] 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$ $(c > 0)$인 쌍곡선 $x^2 - 3y^2 = 1$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, b)$ $(a > 0, b > 0)$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 Q, 쌍곡선의 점근선 중 기울기가 양수인 직선과 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 OQR의 넓이를 x축이 이등분할 때, 점 F와 직선 $\mathrm{F'P}$사이의 거리를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [15점]

자연계열 Ⅰ 문제해설

1. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

(1) 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 수의 눈의 합이 4 이하인 사건을 A라고 하자. 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 수의 눈의 합이 4 이하인 경우의 수는 (1,1), (1,2), (2,1), (1,3), (2,2), (3,1)의 6가지이므로, 사건 A가 일어날 확률은

$P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.

(2) 시행을 2회 반복할 때 얻은 점수의 합이 0인 사건과 점수의 합이 1인 사건은 서로 배반사건이므로, 점수의 합이 2 미만일 확률은 점수의 합이 0인 확률과 점수의 합이 1인 확률의 합과 같다. 또한, 점수의 합이 2이상인 사건은 점수의 합이 2 미만인 사건의 여사건이다. 따라서,

$P(\text{점수의 합} \geq 2)=1-P(\text{점수의 합} \leq 1)=1-P(\text{점수의 합}=0)-P(\text{점수의 합}=1)$

으로 구할 수 있다.

(3) 문제의 시행을 1회 했을 때 얻은 점수를 X라 하고, $X=0$인 사건을 C, $X=1$인 사건을 D라 하자.

각 시행은 독립시행이므로 $P(\text{점수의 합}=0)=\{P(C)\}^2$이며, 점수의 합이 1이려면 첫 번째 시행에서 0점, 두 번째 시행에서 1점을 얻거나 첫 번째 시행에서 1점, 두 번째 시행에서 0점을 얻으면 되므로

$P(\text{점수의 합}=1)=P(C)\times P(D)+P(D)\times P(C)=2\times P(C)\times P(D)$이다.

(4) 확률의 곱셈정리와 덧셈정리를 이용하면 $P(C)$, $P(D)$는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P(C)=P(C\cap A)+P(C\cap A^c)=P(A)P(C|A)+P(A^c)P(C|A^c)$$
$$P(D)=P(D\cap A)+P(D\cap A^c)=P(A)P(D|A)+P(A^c)P(D|A^c)$$

(5) $P(C|A)$와 $P(D|A)$, $P(C|A^c)$와 $P(D|A^c)$는 다음과 같이 구할 수 있다.

$P(C|A)=\frac{{}_6C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$, (나머지 색깔 중에서만 2개를 꺼낼 확률)

$P(D|A)=\frac{{}_6C_1\times{}_4C_1}{{}_{10}C_2}=\frac{24}{45}=\frac{8}{15}$, (빨간색 공 1개, 나머지 색깔 중 1개를 꺼낼 확률)

$P(C|A^c)=\frac{{}_6C_1}{{}_{10}C_1}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$, (나머지 색깔 중에서만 1개를 꺼낼 확률)

$P(D|A^c)=\frac{{}_4C_1}{{}_{10}C_1}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$, (빨간색 공 1개를 꺼낼 확률)

(6) (4), (5)를 종합하면 $P(C)$, $P(D)$는 다음과 같다.

$$P(C)=\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{5}{6}\times\frac{3}{5}\right)=\frac{10}{18}=\frac{5}{9},$$

$$P(D)=\left(\frac{1}{6}\times\frac{8}{15}\right)+\left(\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}\right)=\frac{19}{45}$$

(7) 최종적으로, 구하는 확률은 다음과 같다.

$$1-\{P(C)\}^2-2\times P(C)\times P(D)=1-\left(\frac{5}{9}\right)^2-\left(2\times\frac{5}{9}\times\frac{19}{45}\right)=1-\frac{25}{81}-\frac{38}{81}=\frac{18}{81}=\frac{2}{9}$$

[문제 1] **별해**

(1) 여사건을 활용하지 않고 직접 답을 구할 수 있다. $X=2$인 사건을 E라 하면

$P(E)=\left(\frac{1}{6}\times\frac{{}_4C_2}{{}_{10}C_2}\right)+\left(\frac{5}{6}\times 0\right)=\frac{1}{45}$이며, 이때

점수의 합이 2일 확률 $=2\times P(C)\times P(E)+\{P(D)\}^2=\frac{2}{81}+\frac{361}{45^2}=\frac{411}{45^2}$

점수의 합이 3일 확률 $=2\times P(D)\times P(E)=\frac{38}{45^2}$

점수의 합이 4일 확률 $=\{P(E)\}^2=\frac{1}{45^2}$

이므로 모두 더하면 $\frac{411+38+1}{45^2}=\frac{450}{45^2}=\frac{2}{9}$이다.

[문제 1] **채점기준**

- 사건 A의 확률을 정확히 계산하면 **+2점**
- 사건 C, D의 조건부확률을 정확히 계산하면 **+8점**
  - $P(C|A)$, $P(D|A)$, $P(C|A^c)$, $P(D|A^c)$를 정확히 계산하면 각 **+2점**
- 사건 C, D의 확률을 정확히 계산하면 **+8점**
  - $P(C)$, $P(D)$를 정확히 계산하면 각 **+4점**
- 최종 확률을 정확히 계산하면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-1] **예시답안**

제시문에서 주어진 식 $a_n = S_n - S_{n-1}$ $(n \geq 2)$를 이용하면

$n = 2m+2$ $(m \geq 0)$인 경우, $S_{2m+2} = \frac{1}{2}(S_{2m+2} - S_{2m+1}) - 2$, 즉, $S_{2m+2} = -S_{2m+1} - 4$를 얻는다.

$n = 2m+1$ $(m \geq 1)$인 경우, $S_{2m+1} = 2(S_{2m+1} - S_{2m}) + 3$, 즉, $S_{2m+1} = 2S_{2m} - 3$을 얻는다.

그러므로, $S_{2m+2} = -(2S_{2m} - 3) - 4 = -2S_{2m} - 1$이고, 반복하여 대입하면

$S_8 = -2S_6 - 1 = 4S_4 + 1 = -8S_2 - 3$을 얻는다. 따라서, $S_2 = -\frac{507}{2}$이고,

$S_2 = -S_1 - 4$를 이용하면, $S_1 = a_1 = \frac{499}{2}$이다.

[문제 2-1] **채점기준**

- $S_{2m+2} = -S_{2m+1} - 4$ 혹은 $S_{2m+1} = 2S_{2m} - 3$를 얻으면 **+2점**
- $S_{2m+2} = -2S_{2m} - 1$을 얻으면 **+5점**
- 모든 계산을 정확히 계산하여 $a_1 = \frac{499}{2}$를 얻으면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-1] **별해**

주어진 제시문을 이용하여 $S_2 - S_1 = \frac{1}{2}a_2 - 2 - a_1 = a_2$이므로, $a_2 = -2a_1 - 4$, $S_2 = -a_1 - 4$를 얻는다.

$S_3 - S_2 = 2a_3 + 3 - (-a_1 - 4) = a_3$이므로, $a_3 = -a_1 - 7$, $S_3 = -2a_1 - 11$을 얻고,

동일한 방법으로 $a_4 = 4a_1 + 18$, $S_4 = 2a_1 + 7$, $a_5 = 2a_1 + 4$, $S_5 = 4a_1 + 11$,

$a_6 = -8a_1 - 26$, $S_6 = -4a_1 - 15$, $a_7 = -4a_1 - 18$, $S_7 = -8a_1 - 33$,

$a_8 = 16a_1 + 62$, $S_8 = 8a_1 + 29$를 얻는다. 따라서, $a_1 = \frac{499}{2}$를 얻는다.

[문제 2-1] **별해 채점 기준**

- 대입하여 $S_2 = -a_1 - 4$얻으면 **+2점**
- 순차적으로 바르게 대입하면 **+5점**
- 모든 계산을 정확히 계산하여 $a_1 = \frac{499}{2}$를 얻으면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시답안

$f(x)=\frac{1}{2}f(x-2)-\frac{3}{2}$이므로 $f(x-2)=2f(x)+3$

즉, $f(x)=2f(x+2)+3=4f(x+4)+9$이다.

따라서, $-4\le x<-3$일 때, $f(x)=4(x+4)^2\cos(\pi(x+4))+9$이고,

$-3\le x<-2$일 때, $f(x)=-2(x+2)^2\cos(\pi(x+2))+3$,

$-2\le x<-1$일 때, $f(x)=2(x+2)^2\cos(\pi(x+2))+3$이다.

구하는 정적분을

$$\int_{-4}^{-1}f(x)dx=4\int_{-4}^{-3}(x+4)^2\cos\pi(x+4)dx-2\int_{-3}^{-2}(x+2)^2\cos\pi(x+2)dx+2\int_{-2}^{-1}(x+2)^2\cos\pi(x+2)dx+15$$

$=4\int_0^1 x^2\cos(\pi x)dx-2\int_0^1 x^2\cos(\pi x)dx+2\int_0^1 x^2\cos(\pi x)dx+15=4\int_0^1 x^2\cos\pi x dx+15\ldots(*)$로 정리할 수 있다.

주어진 제시문의 부분적분에 의해

$$\int x^2\cos\pi x\,dx=\frac{1}{\pi}x^2\sin\pi x-\frac{2}{\pi}\int x\sin\pi x\,dx=\frac{1}{\pi}x^2\sin\pi x+\frac{2}{\pi^2}x\cos\pi x-\frac{2}{\pi^2}\int\cos\pi x dx$$

$=\frac{1}{\pi}x^2\sin\pi x+\frac{2}{\pi^2}x\cos\pi x-\frac{2}{\pi^3}\sin\pi x+C$이다.

따라서, $(*)=4\left[\frac{1}{\pi}x^2\sin\pi x+\frac{2}{\pi^2}x\cos\pi x-\frac{2}{\pi^3}\sin\pi x\right]_0^1+15=-\frac{8}{\pi^2}+15$이다.

[문제 2-2] 채점기준

- 각 구간에서 함수의 형태를 바르게 구하면 **+5점**
- 적분식을 계산하여 $(*)=4\int_0^1 x^2\cos\pi x dx+15$를 바르게 얻으면 **+5점**
- 부정적분 $\int x^2\cos\pi x\,dx=\frac{1}{\pi}x^2\sin\pi x+\frac{2}{\pi^2}x\cos\pi x-\frac{2}{\pi^3}\sin\pi x+C$를 바르게 계산하여

  정답 $-\frac{8}{\pi^2}+15$를 얻으면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시답안

$0 = y^3 - 3e^{2x}y + 2e^{3x} = (y - e^x)^2(y + 2e^x)$이므로 $\mathrm{P}(x, y)$는 $y = e^x$또는 $y = -2e^x$위에 있다.

$y \geq 0$이므로 $y = e^x$ 위에 있다. 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은 $2x - y - 6 = 0$이다.

$y = e^x$에서 기울기가 2인 점은 $(\ln 2, 2)$이고, 이 점에서 직선 $2x - y - 6 = 0$까지의 거리는 $\dfrac{8 - 2\ln 2}{\sqrt{5}}$이다.

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{5}$이므로 삼각형의 넓이의 최솟값은 $4 - \ln 2$이다.

[문제 3-1] 채점기준

- 인수분해를 하여 $y = e^x$을 구하면 **+4점**
- 점 $(\ln 2, 2)$을 구하면 **+3점**
- 거리 $\dfrac{8 - 2\ln 2}{\sqrt{5}}$를 구하고 삼각형의 넓이 $4 - \ln 2$를 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시 답안

두 삼각형의 넓이의 합이 전체 삼각형의 넓이와 같다는 것을 이용하면

$2\sin 3x = 2f(x)\sin x + f(x)\sin 2x$

이고 $\sin 3x = \sin(x + 2x) = \sin x\cos 2x + \cos x\sin 2x$를 이용하여 정리하면

$f(x) = \dfrac{4\cos^2 x - 1}{1 + \cos x}$

이다. $\cos x = y$로 치환하여 적분하면 아래와 같다.

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{4\cos^2 x - 1}{1 + \cos x}\sin^3 x\,dx = \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{4y^2 - 1}{y + 1}(1 - y^2)dy$$
$$= \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} (4y^2 - 1)(1 - y)dy = \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{3}{16}$$

[문제 3-2] 채점 기준

- $2\sin 3x = 2f(x)\sin x + f(x)\sin 2x$을 구하면 **+4점**
- $f(x) = \dfrac{4\cos^2 x - 1}{1 + \cos x}$을 구하면 **+4점**
- 정적분 값 $\dfrac{\sqrt{2}}{6} - \dfrac{3}{16}$을 구하면 **+7점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-1] 예시답안

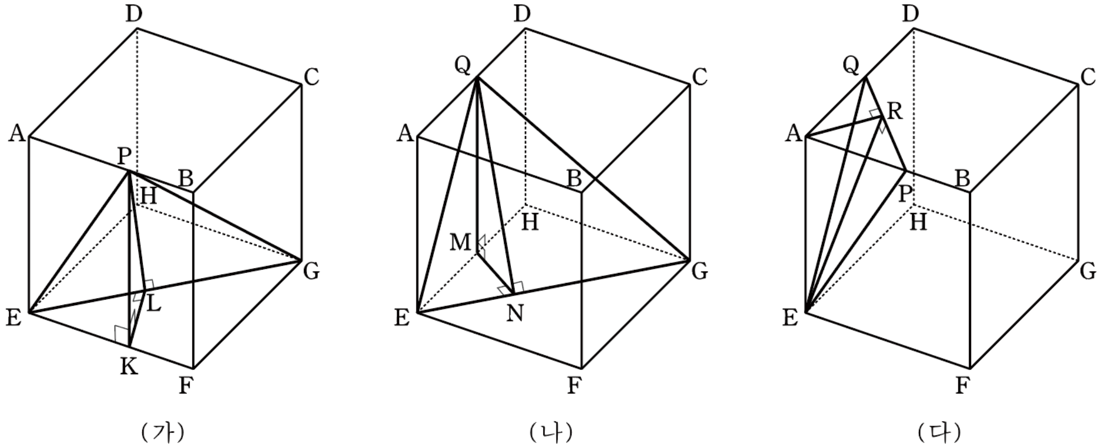


그림 (가), (나)와 같이 점 P, Q에서 선분 EF, EH에 내린 수선의 발을 각각 K, M이라고 하고 점 K, M에서 선분 EG에 내린 수선의 발을 각각 L, N이라고 하자. 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{\mathrm{PL}} \perp \overline{\mathrm{EG}}$이고 $\overline{\mathrm{QN}} \perp \overline{\mathrm{EG}}$이다.

직각이등변삼각형 EFG에서 $\overline{\mathrm{EG}} = 2\sqrt{2}$ 이므로 $\sqrt{10} = \Delta\,\mathrm{PEG} = \dfrac{\overline{\mathrm{EG}} \times \overline{\mathrm{PL}}}{2}$에서 $\overline{\mathrm{PL}} = \sqrt{5}$ 이고

$3 = \Delta\,\mathrm{QEG} = \dfrac{\overline{\mathrm{EG}} \times \overline{\mathrm{QN}}}{2}$에서 $\overline{\mathrm{QN}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$이다.

직각삼각형 PKL, QMN에서 $\overline{\mathrm{KL}} = \sqrt{\overline{\mathrm{PL}}^2 - \overline{\mathrm{PK}}^2} = 1$이고 $\overline{\mathrm{MN}} = \sqrt{\overline{\mathrm{QN}}^2 - \overline{\mathrm{QM}}^2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$이다.

직각이등변삼각형 KLE, ENM에서 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{EK}} = \sqrt{\overline{\mathrm{EL}}^2 + \overline{\mathrm{KL}}^2} = \sqrt{\overline{\mathrm{KL}}^2 + \overline{\mathrm{KL}}^2} = \sqrt{2}$ 와

$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{EM}} = \sqrt{\overline{\mathrm{EN}}^2 + \overline{\mathrm{MN}}^2} = \sqrt{\overline{\mathrm{MN}}^2 + \overline{\mathrm{MN}}^2} = 1$을 얻는다.

그림 (다)와 같이 점 A에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 R라 하면 $\overline{\mathrm{PQ}} \perp \overline{\mathrm{ER}}$이다.

직각삼각형 QAP에서 $\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AP}}^2 + \overline{\mathrm{AQ}}^2} = \sqrt{3}$ 이므로 $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\overline{\mathrm{AP}} \times \overline{\mathrm{AQ}}}{2} = \Delta\,\mathrm{APQ} = \dfrac{\overline{\mathrm{PQ}} \times \overline{\mathrm{AR}}}{2}$에서

$\overline{\mathrm{AR}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$이다. 직각삼각형 RAE에서 $\overline{\mathrm{ER}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AR}}^2 + \overline{\mathrm{AE}}^2} = \dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$이므로

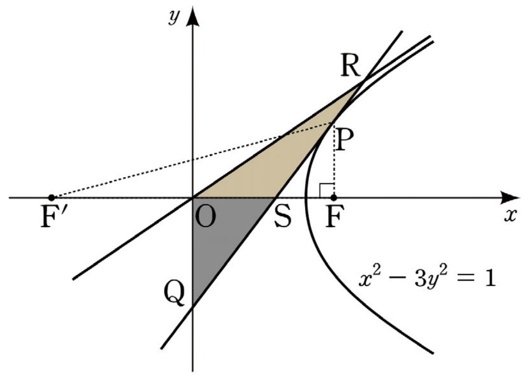
$\Delta\,\mathrm{EPQ} = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{PQ}} \times \overline{\mathrm{ER}} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}$

[문제 4-1] 채점기준

- $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{2}$ 를 구하면 **+5점**
- $\overline{\mathrm{AQ}} = 1$을 구하면 **+5점**
- $\Delta\,\mathrm{EPQ} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}$를 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시답안



$c=\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$에서 두 초점 F, F'의 좌표는 각각 $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right)$, $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right)$이므로 $\overline{\mathrm{F'F}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$이다.

점 P에서의 접선의 방정식 $ax-3by=1$과 점근선의 방정식 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$을 연립하여 점 R의 x좌표가 $\frac{1}{a-\sqrt{3}\,b}$임을 알 수 있다. 접선 $ax-3by=1$이 x축과 만나는 점을 S라 할 때, 점 S의 x좌표는 $\frac{1}{a}$이다.

$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OQ}}\times$(점 R의 x좌표) $=\triangle\mathrm{OQR}=2\triangle\mathrm{OQS}=2\times\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OQ}}\times$(점 S의 x좌표)에서

$a=2\sqrt{3}\,b$를 얻는다. 점 $\mathrm{P}(a, b)$가 쌍곡선 위의 점이므로 $a^2-3b^2=1$이므로 $a=2\sqrt{3}\,b$를 대입하여

$a=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $b=\frac{1}{3}$이다. 따라서 $\overline{\mathrm{FP}}=\frac{1}{3}$, $\overline{\mathrm{F'P}}=2+\overline{\mathrm{FP}}=2+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$이고 삼각형 $\mathrm{F'FP}$은 직각삼각형이다.

점 F에서 직선 $\mathrm{F'P}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{\mathrm{FH}}\times\overline{\mathrm{F'P}}=2\times\triangle\mathrm{F'FP}=\overline{\mathrm{F'F}}\times\overline{\mathrm{FP}}$에서 $\overline{\mathrm{FH}}=\frac{4\sqrt{3}}{21}$을 얻는다.

따라서 점 F와 직선 $\mathrm{F'P}$사이의 거리는 $\frac{4\sqrt{3}}{21}$이다.

[문제 4-2] 채점기준

- $c=\frac{2\sqrt{3}}{3}$을 구하면 **+3점**
- $a=\frac{2\sqrt{3}}{3}$을 구하면 **+3점**
- $b=\frac{1}{3}$을 구하면 **+3점**
- 점 F와 직선 $\mathrm{F'P}$사이의 거리 $\frac{4\sqrt{3}}{21}=\left(\frac{4}{7\sqrt{3}}\right)$를 구하면 **+6점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

자연계열 II 문제지

수학

[문제 1]　다음 규칙에 따라 상금을 받는 시행을 한다. 풀이와 함께 물음에 답하시오.

(가) 주머니 A에는 빨간색 공 1개가 들어 있고, 주머니 B에는 파란색 공 5개가 들어 있다.
두 주머니의 공을 주머니 C에 합친 후 임의로 1개를 꺼내서 그 공이 빨간색 공일 때 100만 원의 상금을 받는다. 만일 파란색 공을 꺼낸 경우 상금은 0원이다.

(나) 주머니 C에 합치기 전에, 회당 2만 원의 비용을 지불하면 주머니 A 또는 B를 선택한 후 선택한 주머니에서 임의로 1개의 공을 택하여 제거한다.

(다) (나)는 최대 2회 가능하며, k ($k=1$ 또는 2)번째에서 주머니를 선택하는 규칙은 다음과 같다.

- 주머니 A를 선택할 확률은 $\frac{a}{k}$이고, 주머니 B를 선택할 확률은 $1-\frac{a}{k}$이다.
- 주머니 A에 공이 없는 경우 주머니 B에서 공을 택한다.

(라) 공을 제거할 때 지불하는 비용은 상금에서 차감된다. 따라서 상금의 값은 음수가 될 수 있다.

위 시행에서 공을 2회 제거할 때의 상금의 기댓값이 공을 1회 제거할 때의 상금의 기댓값보다 크거나 같도록 하는 a의 최댓값을 구하시오. (단, $0<a<1$이다.) [20점]

[문제 2] **다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.**

- 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는 다음과 같다.

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

- 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 $f''(x)>0$이면 곡선 $y=f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록하다.

- 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

- 두 수 α, β를 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은 다음과 같다.

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$$

- 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $x=g(t)$로 놓으면 $\int f(x)\,dx=\int f(g(t))g'(t)\,dt$이다.

[문제 2-1] **최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'\left(\frac{1}{3}\right)$의 값을 구하시오. [10점]**

(가) $\lim_{x\to 1}\frac{e^{f(x)}-e}{x-1}=0$**이다.**

(나) $f''(-1)>0$**이다.**

(다) 닫힌구간 $[-1, 0]$에서 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $\frac{53}{12}$이다.

[문제 2-2] **좌표평면 위의 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=\frac{1}{t+1}x+e^{\frac{t^2-2}{t+1}}$ (단, $t>-1$)가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 할 때, 선분 PQ를 한 변으로 하는 정삼각형의 넓이를 $S(t)$라 하자. 정적분 $\int_0^1 S(t)\,dt$의 값을 구하시오. [15점]**

[문제 3] **다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.**

- 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때, 다음이 성립한다.

$$\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\,dx$$

- 좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$사이의 거리는 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ 이다.

- 미분가능한 함수 $g(x)$의 도함수 $g'(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a)=\alpha$, $g(b)=\beta$에 대하여 함수 $f(x)$가 α와 β를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))\,g'(x)\,dx = \int_\alpha^\beta f(t)\,dt$$

[문제 3-1] **좌표평면 위의 세 직선 $y=0$, $x=1$, $x=e$와 곡선 $y=(\ln x)^n$으로 둘러싸인 영역의 넓이를 a_n이라 하자.**

수열의 합 $\displaystyle\sum_{n=1}^{13}\{a_{n+1}+(n+1)a_n\}\frac{\ln(n+1)-\ln n}{\ln\left(\frac{n}{15}\right)\ln\left(\frac{n+1}{15}\right)}$을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] **좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(1, t)$, $\mathrm{B}(-1, t)$, $\mathrm{P}(x, 0)$이 있다. 실수 t $(t>0)$에 대하여 함수 $f(x)$는**

$f(x)=\ln\overline{\mathrm{PA}}+\ln\overline{\mathrm{PB}}$ 이다.

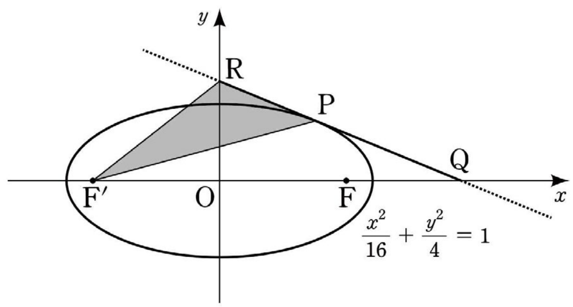
함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 할 때, 정적분 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} 2t\,g(t)\,dt$의 값을 구하시오. [15점]

[문제 4] **다음을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.**

- 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$이다.
- 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$위의 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은 $\dfrac{x_1x}{a^2}+\dfrac{y_1y}{b^2}=1$이다.
- 두 평면벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 $\theta\,(0^\circ\le\theta\le 180^\circ)$일 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$이다.

[문제 4-1] **그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$ $(c>0)$인 타원 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$위의 점 P에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. 선분 QR의 길이가 최소일 때, 삼각형 PRF'의 넓이를 구하시오.**

(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [15점]



[문제 4-2] **$(m-5)^2+(n-4)^2<9$를 만족시키는 두 정수 m, n에 의하여 정의된 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(m, n)$과 원 $(x+1)^2+(y-8)^2=1$위를 움직이는 점 Q에 대하여 내적 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$의 최댓값을 구하시오.**

(단, O는 원점이다.) [15점]

자연계열 II 문제해설

1. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

(1) 공을 1회 제거할 때의 상금을 X(단위: 만 원)라고 하자. X가 가질 수 있는 값은 –2 또는 98이므로, 각각에 대한 확률을 구한다.

$X=-2$인 사건을 A, $X=98$인 사건을 B라 하자.

(2) $P(A)$는 파란색 공을 꺼낼 확률과 같다. 파란색 공을 꺼내는 사건은 1) 빨간색 공이 제거되어 선택하지 못하는 사건과 2) 빨간색 공이 남아 있지만 꺼내지 못하는 사건으로 나눌 수 있다. 따라서 빨간색 공이 제거된 사건을 E라고 하면, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리에 의해 $P(A)$는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P(A)=P(E)P(A|E)+P(E^c)P(A|E^c)$$

(3) 문제의 조건에 의해 $P(E)=a$이다. 빨간색 공이 제거되었다면 조건에 의해 선택할 수 없으므로 $P(A|E)=1$이다.

빨간색 공이 제거되지 않았다면 남아 있는 5개의 공 중에 파란색 공이 4개이므로 $P(A|E^c)=\frac{4}{5}$이다. 따라서

$P(A)=(a\times 1)+\left\{(1-a)\times\frac{4}{5}\right\}=\frac{1}{5}a+\frac{4}{5}$이다.

(4) 빨간색 공이 제거되었다면 조건에 의해 선택할 수 없으므로 $P(B|E)=0$이다. 빨간색 공이 제거되지 않았다면 남아 있는 5개의 공 중에 빨간색 공이 1개이므로 $P(B|E^c)=\frac{1}{5}$이다.

따라서 $P(B)=(a\times 0)+\left\{(1-a)\times\frac{1}{5}\right\}=-\frac{1}{5}a+\frac{1}{5}$이다. 혹은, $X=-2$인 사건과 $X=98$인 사건은 여사건이므로, $P(B)=1-P(A)=-\frac{1}{5}a+\frac{1}{5}$임을 간단하게 구할 수 있다.

(5) 따라서, 1개의 공을 제거할 때의 상금의 기댓값은 다음과 같다.

$$E(X)=\{(-2)\times P(A)\}+\{98\times P(B)\}=\left\{(-2)\times\left(\frac{1}{5}a+\frac{4}{5}\right)\right\}+\left\{98\times\left(-\frac{1}{5}a+\frac{1}{5}\right)\right\}$$

$$=(-100)\times\frac{1}{5}a+\frac{90}{5}=-20a+18$$

(6) 공을 2회 제거할 때의 상금을 Y (단위: 만 원)라고 하자. Y가 가질 수 있는 값은 -4 또는 96이다. $Y=-4$인 사건을 C, $Y=96$인 사건을 D라 하자.

(7) $P(C)$는 파란색 공을 꺼낼 확률과 같으므로, 빨간색 공이 제거된 사건을 F라고 하면

$P(C)$는 다음과 같이 구할 수 있다.

$P(C)=P(F)P(C|F)+P(F^c)P(C|F^c)$

(8) 빨간색 공이 제거되지 않을 확률은 $P(F^c)=(1-a)\left(1-\frac{a}{2}\right)=\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a+1$이다.

따라서 $P(F)=1-P(F^c)=-\frac{1}{2}a^2+\frac{3}{2}a$이다.

(9) 빨간색 공이 제거되었다면 조건에 의해 선택할 수 없으므로 $P(C|F)=1$이다.

빨간색 공이 제거되지 않았다면 남아 있는 4개의 공 중에 파란색 공이 3개이므로

$P(C|F^c)=\frac{3}{4}$이다. 따라서

$P(C)=\left\{\left(-\frac{1}{2}a^2+\frac{3}{2}a\right)\times 1\right\}+\left\{\left(\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a+1\right)\times\frac{3}{4}\right\}=-\frac{1}{8}a^2+\frac{3}{8}a+\frac{3}{4}$이다.

(10) 빨간색 공이 제거되었다면 조건에 의해 선택할 수 없으므로 $P(D|F)=0$이다. 빨간색 공이 제거되지 않았다면 남아 있는 4개의 공 중에 빨간색 공이 1개이므로

$P(D|F^c)=\frac{1}{4}$이다. 따라서

$P(D)=\left\{\left(-\frac{1}{2}a^2+\frac{3}{2}a\right)\times 0\right\}+\left\{\left(\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a+1\right)\times\frac{1}{4}\right\}=\frac{1}{8}a^2-\frac{3}{8}a+\frac{1}{4}$이다.

혹은, (4)와 마찬가지로 $P(D)=1-P(C)=\frac{1}{8}a^2-\frac{3}{8}a+\frac{1}{4}$임을 간단하게 구할 수도 있다.

(11) 따라서, 공을 2회 제거할 때의 상금의 기댓값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}E(Y)&=\{(-4)\times P(C)\}+\{96\times P(D)\}\\&=\left\{(-4)\times\left(-\frac{1}{8}a^2+\frac{3}{8}a+\frac{3}{4}\right)\right\}+\left\{96\times\left(\frac{1}{8}a^2-\frac{3}{8}a+\frac{1}{4}\right)\right\}\\&=(100)\times\left(\frac{1}{8}a^2-\frac{3}{8}a\right)+\frac{84}{4}=\frac{25}{2}a^2-\frac{75}{2}a+21\end{aligned}$$

(12) 조건을 만족하는 a의 최댓값을 구하기 위해서 다음의 2차 부등식을 풀면 된다.

$$\begin{aligned}&E(Y)\geq E(X)\\&\Leftrightarrow \frac{25}{2}a^2-\frac{75}{2}a+21\geq -20a+18\\&\Leftrightarrow 25a^2-35a+6\geq 0\\&\Leftrightarrow (5a-1)(5a-6)\geq 0\end{aligned}$$

따라서, $0<a<1$을 만족하는 a의 최댓값은 $\frac{1}{5}$이다.

[문제 1] **별해**

(1) 제거를 1회 할 때, 2만 원의 비용은 1의 확률로 발생한다. 따라서

$$E(X)=100\times P(B)-2=100\times\left(-\frac{1}{5}a+\frac{1}{5}\right)-2=-20a+18$$이다.

(2) 제거를 2회 할 때, 4만 원의 비용은 1의 확률로 발생한다. 따라서

$$E(Y)=100\times P(D)-4=100\times\left(\frac{1}{8}a^2-\frac{3}{8}a+\frac{1}{4}\right)-4=\frac{25}{2}a^2-\frac{75}{2}a+21$$이다.

[문제 1] **채점기준**

- $P(A)$또는 $P(B)$를 정확히 계산하면 **+4점**
- $P(C)$또는 $P(D)$를 정확히 계산하면 **+4점**
- X의 기댓값과 Y의 기댓값을 정확히 계산하면 각 **+4점 (총 +8점)**
- 문제의 조건을 만족하는 이차부등식이 정확하면 **+2점**
- a의 최댓값을 정확히 계산하면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-1] **예시답안**

극한 $\lim_{x \to 1} \frac{e^{f(x)} - e}{x-1}$이 존재하므로, $f(1) = 1$이다.

$g(x) = e^{f(x)}$라 놓으면, $g'(x) = f'(x)e^{f(x)}$이고, 주어진 조건으로부터

$g'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{g(x) - g(1)}{x-1} = 0$이므로, $f'(1) = 0$이다.

따라서, $x = 1$이 $f(x) - 1 = 0$의 중근임을 알 수 있다. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수는

$f(x) - 1 = (x-1)^2(x-b)$로 놓을 수 있다.

$f'(x) = (x-1)(3x-2b-1)$이므로, $f'(-1) = 4(b+2)$이고, $f(-1) = -4b-3$이다.

그러므로, 점 $(-1, f(-1))$에서 접선의 방정식은 $y = 4(b+2)x + 5$이다.

제시문에 의해 $x = -1$을 포함하는 어떤 구간에서 $y = f(x)$가 아래로 볼록이므로 접선의 방정식이

$y = f(x)$의 그래프보다 아래에 있고, 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\int_{-1}^{0} \{(x-1)^2(x-b) - 4(b+2)x - 4\}\, dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{b+2}{3}x^3 - \frac{2b+7}{2}x^2 - (b+4)x\right]_{x=-1}^{0} = -\left(\frac{17}{12} + \frac{b}{3}\right)$$

이다. 따라서, $b = -\frac{35}{2}$이다.

이를 대입하면 $f'(x) = (x-1)(3x+34)$이므로, $f'\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{70}{3}$이다.

[문제 2-1] **채점기준**

- $f'(1) = 0$을 얻으면 **+2점**
- 접선의 방정식을 얻고 $f''(-1) > 0$을 이용하여 접선이 $y = f(x)$아래에 있음을 얻으면 **+3점**
- 도형의 넓이를 바르게 계산하여 $b = -\frac{35}{2}$를 얻으면 **+3점**
- $f'\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{70}{3}$를 구하면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시답안

곡선 $y=x^2$과 직선 $y=\frac{1}{t+1}x+e^{\frac{t^2-2}{t+1}}$가 만나는 점의 x좌표는

$x^2-\frac{1}{t+1}x-e^{\frac{t^2-2}{t+1}}=0$을 만족하므로, 두 점의 좌표를 $(\alpha,\ \alpha^2),(\beta,\ \beta^2)$이라 놓을 수 있다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합과 곱은 각각

$\alpha+\beta=\frac{1}{t+1},\ \alpha\beta=-e^{\frac{t^2-2}{t+1}}$를 만족한다.

정삼각형의 넓이 $S(t)=\frac{\sqrt{3}}{4}\overline{\mathrm{PQ}}^{\,2}$이고, 여기서, 두 점 사이의 거리를 이용하면

$\overline{\mathrm{PQ}}^{\,2}=\left(\sqrt{(\beta-\alpha)^2+(\beta^2-\alpha^2)^2}\right)^2=(\beta-\alpha)^2(1+(\beta+\alpha)^2)$이다.

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=\frac{1}{(t+1)^2}+4e^{\frac{t^2-2}{t+1}}$이다. 따라서, 구하는 정적분은

$$\int_0^1 S(t)dt=\frac{\sqrt{3}}{4}\int_0^1\left(\frac{1}{(t+1)^2}+1\right)\left(\frac{1}{(t+1)^2}+4e^{\frac{t^2-2}{t+1}}\right)dt$$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{\int_0^1\frac{1}{(t+1)^2}+\frac{1}{(t+1)^4}dt+4\int_0^1 e^{t-1-\frac{1}{t+1}}\left(1+\frac{1}{(t+1)^2}\right)dt\right\}$이다.

$\left(t-1-\frac{1}{t+1}\right)'=1+\frac{1}{(t+1)^2}$이므로, $\int e^{t-1-\frac{1}{t+1}}\left(1+\frac{1}{(t+1)^2}\right)dt=e^{t-1-\frac{1}{t+1}}+C$이다.

따라서, 주어진 정적분을 계산하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}\left[-\frac{1}{3(t+1)^3}-\frac{1}{t+1}+4e^{t-1-\frac{1}{t+1}}\right]_{x=0}^{1}=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{19}{24}+4e^{-\frac{1}{2}}-4e^{-2}\right)$이다.

정리하면 $\frac{19}{96}\sqrt{3}+\sqrt{3}(e^{-\frac{1}{2}}-e^{-2})$이다.

[문제 2-2] 채점기준

- 근과 계수의 관계로 $\alpha+\beta=\frac{1}{t+1},\ \alpha\beta=-e^{\frac{t^2-2}{t+1}}$를 구하면 **+3점**
- $\overline{\mathrm{PQ}}^{\,2}=\left(\frac{1}{(t+1)^2}+1\right)\left(\frac{1}{(t+1)^2}+4e^{\frac{t^2-2}{t+1}}\right)$를 얻으면 **+3점**
- 부정적분 $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(-\frac{1}{3(t+1)^3}-\frac{1}{t+1}+4e^{t-1-\frac{1}{t+1}}\right)$를 얻으면 **+5점**
- 정적분을 계산하여 정답 $\sqrt{3}(\frac{19}{96}+e^{-\frac{1}{2}}-e^{-2})$을 얻으면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시답안

$a_{n+1} = \int_1^e (\ln x)^{n+1} dx$이고 부분적분을 적용하여

$$a_{n+1} = \int_1^e (\ln x)^{n+1} dx = \left[x(\ln x)^{n+1}\right]_1^e - \int_1^e (n+1)(\ln x)^n dx = e - (n+1)a_n$$

을 얻을 수 있다. 정리하면 $a_{n+1} + (n+1)a_n = e$이다. 구하는 수열의 합은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e\sum_{n=1}^{13} \frac{\ln(n+1) - \ln(n)}{\ln\left(\frac{n}{15}\right)\ln\left(\frac{n+1}{15}\right)} &= e\sum_{n=1}^{13} \frac{\ln\left(\frac{n+1}{15}\right) - \ln\left(\frac{n}{15}\right)}{\ln\left(\frac{n}{15}\right)\ln\left(\frac{n+1}{15}\right)} \\ &= e\sum_{n=1}^{13}\left\{\frac{1}{\ln\frac{n}{15}} - \frac{1}{\ln\frac{n+1}{15}}\right\} \\ &= e\left(\frac{1}{\ln\frac{1}{15}} - \frac{1}{\ln\frac{14}{15}}\right) = e\left(\frac{1}{\ln\frac{15}{14}} - \frac{1}{\ln 15}\right) \end{aligned}$$

이다.

[문제 3-1] 채점기준

- a_n이 임을 $a_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$ 임을 구하면 **+2점**
- $a_{n+1} + (n+1)a_n = e$을 구하면 **+4점**
- 나머지 계산을 하여 수열을 합 $e\left(\frac{1}{\ln\frac{1}{15}} - \frac{1}{\ln\frac{14}{15}}\right)$ 또는 $e\left(\frac{1}{\ln\frac{15}{14}} - \frac{1}{\ln 15}\right)$을 계산하면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시답안

$\ln\overline{\mathrm{PA}}+\ln\overline{\mathrm{PB}}=\frac{1}{2}\ln\left(\overline{\mathrm{PA}}^2\ \overline{\mathrm{PB}}^2\right)$이고 $\overline{\mathrm{PA}}^2\ \overline{\mathrm{PB}}^2=\left((x-1)^2+t^2\right)\left((x+1)^2+t^2\right)$이다.

식을 정리하면 $(x^2+1+t^2+2x)(x^2+1+t^2-2x)=(x^2+1+t^2)^2-4x^2=(x^2+t^2-1)^2+4t^2$이다.

$0<t<1$이면 $x=\pm\sqrt{1-t^2}$에서 최솟값 $g(t)=\ln(2t)$를 갖는다.

$t\geq 1$이면 $x=0$에서 최솟값 $g(t)=\ln(t^2+1)$을 갖는다.

구하는 정적분은 $\int_{\frac{1}{2}}^{2}2t\,g(t)dt=\int_{\frac{1}{2}}^{1}2t\ln(2t)dt+\int_{1}^{2}2t\ln(t^2+1)dt$이다.

$\int_{\frac{1}{2}}^{1}2t\ln(2t)dt=\left[t^2\ln(2t)\right]_{\frac{1}{2}}^{1}-\int_{\frac{1}{2}}^{1}tdt=\ln 2-\frac{3}{8}$이고

$\int_{1}^{2}2t\ln(t^2+1)dt=5\ln 5-2\ln 2-3$이다. 답은 $5\ln 5-\ln 2-\frac{27}{8}$이다.

[문제 3-2] 채점기준

- $0<t<1$이면 $g(t)=\ln(2t)$를 구하면 **+4점**
- $t\geq 1$이면 $g(t)=\ln(t^2+1)$을 구하면 **+4점**
- $\int_{\frac{1}{2}}^{1}2t\ln(2t)dt=\ln 2-\frac{3}{8}$을 구하면 **+4점**
- $\int_{1}^{2}2t\ln(t^2+1)dt=5\ln 5-2\ln 2-3$을 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-1] **예시답안**

$c=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$ 이므로 두 초점 F, F'의 좌표는 각각 $(2\sqrt{3}, 0)$, $(-2\sqrt{3}, 0)$이다.

접선의 기울기를 $m\ (m<0)$이라 하면 그 방정식은 $y=mx+\sqrt{16m^2+4}$ 로 주어진다.

접선의 x절편과 y절편을 구하여 점 Q, R의 좌표가 각각 $\left(\sqrt{16+\dfrac{4}{m^2}}, 0\right)$, $\left(0, \sqrt{16m^2+4}\right)$임을 알 수 있다.

$\overline{\mathrm{QR}}^2$의 값이 최소일 때, $\overline{\mathrm{QR}}$의 값이 최소이다.

$$\overline{\mathrm{QR}}^2=\overline{\mathrm{OQ}}^2+\overline{\mathrm{OR}}^2=16+\frac{4}{m^2}+16m^2+4=20+16m^2+\frac{4}{m^2}\geq 20+2\sqrt{16m^2\times\frac{4}{m^2}}=36$$

위 부등식에서 등호는 $16m^2=\dfrac{4}{m^2}$일 때 성립한다. 즉, $m=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$일 때이다. 따라서 점 Q, R는

각각 $(2\sqrt{6}, 0)$과 $(0, 2\sqrt{3})$이다. 또, $\overline{\mathrm{F'Q}}=2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$, $\overline{\mathrm{RO}}=2\sqrt{3}$ 이다(O는 원점).

점 P의 좌표를 (a, b)라 하면, 접선의 방정식은 $\dfrac{ax}{16}+\dfrac{by}{4}=1$로 주어지고 그 기울기는 $-\dfrac{a}{4b}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$이다.

$\dfrac{a^2}{16}+\dfrac{b^2}{4}=1$와 연립하여 $b=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\ (\because b>0)$이다. 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{\mathrm{PH}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$이므로

$$\Delta\mathrm{PRF'}=\Delta\mathrm{QRF'}-\Delta\mathrm{QPF'}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{F'Q}}\times\overline{\mathrm{RO}}-\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{F'Q}}\times\overline{\mathrm{PH}}=4(\sqrt{2}+1)$$

[문제 4-1] **채점기준**

- $c=2\sqrt{3}$ 을 구하면 **+2점**
- 점 P에서의 접선의 기울기 $m=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$를 구하면 **+4점**
- 점 P의 좌표 $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$을 구하면 **+4점**
- 삼각형 $\mathrm{PRF'}$의 넓이 $4(\sqrt{2}+1)$를 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시답안

$(m-5)^2+(n-4)^2<9$이므로 두 정수 $m-5$, $n-4$은 모두 -2, $-1, 0, 1, 2$중 하나이다.

즉, 점 P의 좌표의 집합은 $S=\{(m,n)\mid m, n \text{은 } 3\le m\le 7, 2\le n\le 6 \text{인 정수}\}$이다.

원 $(x+1)^2+(y-8)^2=1$의 중심 $\mathrm{Z}(-1,8)$과 좌표가 집합 S에 속하는 각각의 점 $\mathrm{P}(m,n)$에 대하여

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OZ}}$가 이루는 각은 예각이다. 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{ZQ}}$가 이루는 각을 θ라 하면

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}&=\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+\overrightarrow{\mathrm{ZQ}})=\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{ZQ}}\\&=\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+|\overrightarrow{\mathrm{OP}}||\overrightarrow{\mathrm{ZQ}}|\cos\theta=\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|\cos\theta\end{aligned}$$

이므로 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$는 $\theta=0$일 때 최댓값 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$를 갖는다.

m을 고정하였을 때, n이 클수록 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OZ}}$가 이루는 각이 작아지고 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$는 커지므로 $n=6$일 때

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$가 최대로 커진다. 따라서 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$의 최댓값을 찾기 위하여 점 P의 좌표가

$(3,6), (4,6), (5,6), (6,6), (7,6)$인 경우를 고려하면 된다.

실수에서 정의된 함수 $f(x)=(x,6)\cdot(-1,8)+\sqrt{x^2+36}=-x+48+\sqrt{x^2+36}$의

도함수 $f'(x)$는 $f'(x)=-1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+36}}<0$을 만족시키므로 $f(x)$는 감소함수이다.

따라서 점 P의 좌표가 $(3,6)$일 때 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$가 최댓값을 갖고 이때 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=45+\sqrt{45}$이다.

그러므로 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$의 최댓값은 $45+\sqrt{45}=45+3\sqrt{5}$이다.

[문제 4-2] 채점기준

- $(m-5)^2+(n-4)^2<9$을 만족시키는 점 $\mathrm{P}(m,n)$를 모두 찾으면 **+3점**
- 내적 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$를 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OZ}}+|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|\cos\theta$로 표현하면 **+3점**
- $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$가 최댓값을 갖는 점 $\mathrm{P}(3,6)$을 찾으면 **+4점**
- 내적 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$의 최댓값 $45+\sqrt{45}=45+3\sqrt{5}$를 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.


CHUNG-ANG CENTRA

중앙대학교
CHUNG-ANG UNIVERSITY

06974 서울특별시 동작구 흑석로 84
TEL 02) 820-6393 **FAX** 02) 813-8158
https://admission.cau.ac.kr

CAU2026-6

가장 많은 인재가 중앙에 모여 강력한 파도 변화의 물결을 만듭니다

남다른 방식, 새로운 생각으로
세상의 변화를 이끌어 가는 대학,
미래를 향한 New Wave가
중앙대학교에서
시작됩니다

지원 1위

5년 연속 수험생이 가장 많이 지원한 대학

10만명

국내 유일 최근 2년 연속 연간 10만명 이상 지원자 수 기록

다양성

가장 다양한 학생이 모이는 곳