

논술고사 문제지(오후)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술(논술우수자)
수험번호		성명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 총점은 100점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하십시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하십시오.(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가)
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하십시오.(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가)
5. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함시키시오.



논술고사 (자연계열)

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (정적분의 치환적분법)

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 에 대하여 $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$ 일 때 도함수 $g'(t)$ 가 α, β 를 포함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x) dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t) dt$$

(나) $\left(\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx\right)$ 꼴의 부정적분

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$$

(1-1) 정적분 $\int_0^\pi ((\pi-x)^8 + (\pi-x)^2 + \sin^3 x) dx$ 의 값을 구하시오. (5점)

(1-2) 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^\pi xf(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx$ 가 성립함을 보이시오. (10점)

(1-3) 정적분 $\int_{-\pi}^\pi \frac{(x+1)\sin^3 x}{2-\cos^2 x} dx$ 의 값을 구하시오. (15점)

논술고사 (자연계열)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (두 직선의 수직 조건)

두 직선 $y = mx + n$ 과 $y = m'x + n'$ 에서

(i) 두 직선이 서로 수직이면 $mm' = -1$ 이다.

(ii) $mm' = -1$ 이면 두 직선은 서로 수직이다.

(나) (음함수의 미분법)

방정식 $f(x, y) = 0$ 에서 y 를 x 의 함수로 보고 각 항을 x 에 대하여 미분하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다.

(2-1) 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 점 $(-5, -1)$ 과의 거리가 최소인 점의 좌표를 구하시오. (10점)

(2-2) 매개변수 t 로 나타낸 곡선 $x = 2t + 3$, $y = -t - 6 + \cos \pi t$ 가 있다. $t = s$ 일 때 이 곡선 위의 점 P 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중 P 와 거리가 최소인 점을 Q 라 하자. 선분 PQ 의 길이를 $d(s)$ 라 할 때, $d'(-4)$ 의 값을 구하시오. (15점)

(2-3) 점 P 는 제1사분면 위의 점으로 곡선 $y = x^2$ 위에 있지 않고 원 $(x-3)^2 + y^2 = 1$ 위에도 있지 않다. 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중 P 와 거리가 최소인 점을 Q 라 하고, 원 $(x-3)^2 + y^2 = 1$ 위의 점 중 P 와 거리가 최소인 점을 R 이라 하자. $\overline{PQ} + \overline{PR}$ 의 최솟값을 구하시오. (10점)

논술고사 (자연계열)

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (평균값 정리)

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a, b) 에서 미분가능할 때,

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

인 c 가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다.

(나) 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여

(i) $x_1 < x_2$ 일 때 $f(x_1) < f(x_2)$ 이면 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다고 한다.

(ii) $x_1 < x_2$ 일 때 $f(x_1) > f(x_2)$ 이면 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 감소한다고 한다.

(다) 함수 $f(x)$ 가 어떤 열린구간에서 미분가능하고, 이 구간의 모든 x 에 대하여

(i) $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다.

(ii) $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 감소한다.

(※) 함수 $f(x)$ 는 정의역이 양의 실수 전체의 집합이고 이계도함수 $f''(x)$ 를 갖는다고 하자.

(3-1) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f''(x) > 0$ 이면 $0 < a < b < c$ 인 임의의 실수 a, b, c 에 대하여

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} < \frac{f(c) - f(b)}{c - b}$$

임을 보이시오. (7점)

(3-2) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) \leq x$ 이고 $f''(x) > 0$ 이면, 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 1$

임을 보이시오. (20점)

(3-3) 함수 $g(x) = \begin{cases} px^2 & (0 < x \leq 2) \\ x - \ln x + q & (x > 2) \end{cases}$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 $g(x) \leq x$ 이고 $g''(x)$ 가 존재하며 $g''(x) > 0$ 을 만족하도록 하는 상수 p, q 의 값을 구하시오. (8점)

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

