2024학년도 수시모집

논술고사 문제지(오전)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술(논술우수자)
수험번호		성　　명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 총점은 100점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오.(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가)
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오.(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가)
5. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
6. **본인이 지원한 모집단위에 해당하는 문항을 선택하여 답안을 작성하시오.**

   (다른 모집단위 문항의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. **수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.**
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함시키시오.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

[자연계열 - 일반]

(의예과 제외)

☞ 의예과는 4쪽부터 푸시오.

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 1] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (접선의 방정식)
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a,f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

(나) (곡선의 오목과 볼록)
함수 $f(x)$가 어떤 구간에서
(i) $f''(x)>0$이면 곡선 $y=f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록하다.
(ii) $f''(x)<0$이면 곡선 $y=f(x)$는 이 구간에서 위로 볼록하다.

(1-1) 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$3x+b \le e^x$$

을 만족하는 실수 b의 최댓값을 구하시오. (8점)

(1-2) 실수 a, b는 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$ax+b \le e^x$$

을 만족한다. $2a+b$의 값이 최대일 때, b의 값을 구하시오. (12점)

(1-3) 실수 a, b는 모든 실수 x에 대하여 두 부등식

$$ax+b \le e^x, \quad ax+b \le e^{x-3}+6$$

을 만족한다. $2a+b$의 최댓값을 구하시오. (15점)

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (점과 직선 사이의 거리)
좌표평면 위의 점 $P(x_1, y_1)$과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리 d는

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(나) (극대와 극소의 판정)
미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서
(i) $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이고, 극댓값 $f(a)$를 갖는다.
(ii) $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이고, 극솟값 $f(a)$를 갖는다.

(※) $0<t<e$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=e^x$ 위의 점 중에서 직선 $y=tx$와의 거리가 최소인 점을 P라 하고 이때 점 P와 직선 $y=tx$ 사이의 거리를 $r(t)$라 하자. 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $r(t)$인 원을 C_t라 하자.

(2-1) 점 P의 좌표와 $r(t)$를 각각 t의 식으로 나타내시오. (8점)

(2-2) $r(t)$가 $t=a$에서 최댓값을 가질 때, 원 C_a가 원점을 지남을 보이시오. (15점)

(2-3) 원 C_a, x축, y축으로 둘러싸인 부분 중 원 C_a의 중심을 포함하는 부분의 넓이를 a의 식으로 나타내시오. (12점)

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 3] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (매개변수로 나타낸 함수의 미분법)
두 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고 $f'(t)\neq 0$이면

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{g'(t)}{f'(t)}$$

(나) (정적분의 치환적분법)
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 미분가능한 함수 $x=g(t)$에 대하여 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$일 때 도함수 $g'(t)$가 α, β를 포함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt$$

(다) 삼각함수의 덧셈정리에 의해 $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$이므로

$$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2},\qquad \sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

(※) $0\le p\le 2\pi$인 실수 p에 대하여 두 곡선 $y=(x-p)^2+q$와 $y=\cos x$가 오직 한 점에서 만날 때의 q의 값을 $g(p)$라 하자. 이때 함수 $g(p)$는 p에 대하여 미분가능하다.

(3-1) 두 곡선이 오직 한 점에서 만날 때, 교점의 x좌표를 t라 하자. 이때 p와 q를 각각 t의 식으로 나타내시오. (8점)

(3-2) $g'\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$의 값을 구하시오. (10점)

(3-3) 정적분 $\int_0^{2\pi} g(x)dx$의 값을 구하시오. (12점)

[자연계열 - 의예과]

논술고사 (자연계열 – 의예과)

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (매개변수로 나타낸 함수의 미분법)
두 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고 $f'(t)\neq 0$이면

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{g'(t)}{f'(t)}$$

(나) (정적분의 치환적분법)
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 미분가능한 함수 $x=g(t)$에 대하여 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$일 때 도함수 $g'(t)$가 α, β를 포함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt$$

(다) 삼각함수의 덧셈정리에 의해 $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$이므로

$$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2},\qquad \sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

(※) $0\leq p\leq 2\pi$인 실수 p에 대하여 두 곡선 $y=(x-p)^2+q$와 $y=\cos x$가 오직 한 점에서 만날 때의 q의 값을 $g(p)$라 하자. 이때 함수 $g(p)$는 p에 대하여 미분가능하다.

(1-1) 두 곡선이 오직 한 점에서 만날 때, 교점의 x좌표를 t라 하자. 이때 p와 q를 각각 t의 식으로 나타내시오. (8점)

(1-2) $g'\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$의 값을 구하시오. (10점)

(1-3) 정적분 $\int_0^{2\pi} g(x)dx$의 값을 구하시오. (12점)

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (사잇값의 정리)
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$일 때, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c)=k$인 c가 열린구간 (a,b)에 적어도 하나 존재한다.
(나) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(x) \geq g(x)$일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b (f(x)-g(x))\,dx$$

(※) 실수 t에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases}(x-1)(x-4)-tx & (x \leq 4)\\ -2(x-4)-tx & (x \geq 4)\end{cases}$$

라 하자. $f(x)=0$이 양의 실근을 갖지 않는 t의 값 중 가장 큰 값을 c라 하자. 함수 $g(t)$는 정의역이 구간 (c,∞)이고 다음 두 조건을 모두 만족한다.

(i) $f(\beta)=0$인 어떤 양의 실수 β에 대하여 $g(t)=\int_0^{\beta} f(x)\,dx$이다.
(ii) 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값은 세 개이다.

(2-1) 상수 c의 값을 구하시오. (7점)

(2-2) 함수 $g(t)$의 값이 최소가 되는 t의 값이 두 개 이상일 때, $g(0)$의 값을 구하시오. (10점)

(2-3) 함수 $g(t)$의 값이 최소가 되는 t의 값이 두 개 이상이고 $t=a$에서 불연속인 a의 값을 p, q, r $(p<q<r)$이라 하자.

(a) 가능한 p의 값 중 가장 작은 값을 구하시오. (8점)

(b) (a)에서 구한 p의 값에 대하여 $q-p$의 값이 최소가 될 때 r의 값을 구하시오. (10점)

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (수학적 귀납법)
자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.
(1) $n=1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다.
(2) $n=k\ (k \geq 1)$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면, $n=k+1$일 때에도 명제 $p(n)$이 성립한다.
(나) (귀류법)
어떤 명제가 참임을 증명할 때, 명제의 결론을 부정하여 가정한 사실 또는 이미 알려진 사실에 모순이 생김을 보이면 된다. 이처럼 증명하는 방법을 귀류법이라 한다.

(※) $a_1, a_2, \cdots, a_{99}$는 자연수 $1,\ 2,\ \cdots,\ 99$의 재배열이다. 즉, $\{a_1, a_2, \cdots, a_{99}\} = \{1, 2, \cdots, 99\}$이다.

$$b_1 = a_2 - a_1,\ b_2 = a_3 - a_2,\ \cdots,\ b_{98} = a_{99} - a_{98},\ b_{99} = a_1 - a_{99}$$

라 하고 $b_1 b_2,\ b_2 b_3,\ b_3 b_4,\ \cdots,\ b_{98} b_{99},\ b_{99} b_1$ 중에 양수인 것의 개수를 N이라 하자.

(3-1) 2 이상의 자연수 n에 대하여 실수 $x_1, x_2, \cdots, x_n$이 다음 조건을 만족한다.

모든 $i=1, 2, \cdots, n-1$에 대하여 $x_i x_{i+1} < 0$ 이다.

수학적 귀납법을 이용하여 n이 홀수이면 x_n과 x_1은 부호가 서로 같고, n이 짝수이면 x_n과 x_1은 부호가 서로 다름을 보이시오. (5점)

(3-2) (a) 모든 재배열 $a_1, a_2, \cdots, a_{99}$에 대하여 $N \geq 1$임을 보이시오. (5점)
(b) $N=1$인 재배열 $a_1, a_2, \cdots, a_{99}$가 존재함을 보이시오. (5점)

(3-3) $N=1$일 때, $\sum_{i=1}^{99} |b_i|$이 가질 수 있는 값 중 가장 큰 값을 M이라 하자.
(a) M의 값을 구하시오. (10점)
(b) $N=1$일 때, $\sum_{i=1}^{99} |b_i| = M$인 재배열 $a_1, a_2, \cdots, a_{99}$의 개수를 구하시오. (10점)

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>