

2024학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열 II)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의 사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교



1

실수  $a$ 가  $-1 < a < 1$ 일 때 다음 물음에 답하시오. [40점]

(1) 다음 등식이 성립함을 보이시오.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(a^2 + 1 - 2a \sin \theta) d\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(a^2 + 1 + 2a \sin \theta) d\theta$$

(2) 문항 (1)로부터 다음 등식이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립함을 보이시오.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(a^2 + 1 + 2a \sin \theta) d\theta = \frac{1}{2^n} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(a^{2^{n+1}} + 1 + 2a^{2^n} \sin \theta) d\theta$$

(3) 다음 부등식이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립함을 보이시오.

$$2\pi \ln(1 - a^{2^n}) \leq \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(a^{2^{n+1}} + 1 + 2a^{2^n} \sin \theta) d\theta \leq 2\pi \ln(1 + a^{2^n})$$

(4) 다음 정적분을 수열의 극한의 대소관계를 이용하여 계산하시오.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(a^2 + 1 + 2a \sin \theta) d\theta$$

2 함수  $f(x) = x^2 e^x$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 함수  $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 구하시오.
- (2) 부등식  $a^2 e^a < 4e^{-2} < (a+1)^2 e^{a+1}$ 과  $b^2 e^b < e^{-1} < (b+1)^2 e^{b+1}$ 을 만족시키는 정수  $a, b$ 를 모두 구하시오. (단,  $2.7 < e$ )
- (3) 방정식  $f(x) = k$ 의 실근이 모두 정수인 양의 실수  $k$ 의 최솟값을 구하시오.

3

좌표평면의 원  $x^2 + y^2 = 16$  위의 두 점  $A(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}), B(\sqrt{6} - \sqrt{2}, \sqrt{6} + \sqrt{2})$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식을 구하시오.
- (2) 호 AB의 길이를 구하시오. (단, 호 AB는 제1사분면에 있다.)
- (3) 좌표평면의 집합  $C = \{(\cos\theta - 1, \sin\theta) \mid 0 \leq \theta < 2\pi\}$ 에 속하는 점  $P(\cos\theta - 1, \sin\theta)$ 에 대하여 문항 (2)의 호 AB와 두 선분 AP, BP로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $S(\theta)$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때  $(M - m)^2$ 의 값을 구하시오.