2026학년도

숙명여자대학교

대학별고사

문항카드

- 논술(자연_약학) -

2-6. 문항카드 ⑥ 〈자연계열(약학부) 1, 2, 3번 문항〉

[숙명여자대학교 문항정보]

1. 일반 정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">2026학년도 수시모집 논술우수자전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연계열(약학부) / 문항 1-1, 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학, 수학I, 수학II, 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>평균값 정리, 사잇값 정리, 귀류법, 삼각함수, 지수함수, 등비수열, 로그함수, 역함수, 정적분, 도함수, 접선, 방정식과 부등식</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">90 분 / 전체 100 분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

<가>
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c) = k$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

<나>
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$$

인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

<다>
어떤 명제가 참임을 증명할 때, 그 명제 또는 명제의 결론을 부정하면 모순이 생긴다는 것을 보여도 된다. 이와 같이 증명하는 방법을 귀류법이라고 한다.

제시문 <가>, <나>, <다>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

1-1. 이차함수 $y=x^2+a$와 무리함수 $y=\sqrt{x+1}$ 이 열린구간 $(1,3)$에서 만나도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

1-2. 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[0,1]$에서 연속이고 열린구간 $(0,1)$에서 미분가능한 함수라고 하자. 함수 $f(x)$가 열린구간 $(0,1)$에 있는 모든 실수 x에 대하여 $|f'(x)|<1$을 만족시킬 때, $f(c)=2c$인 c의 개수가 닫힌구간 $[0,1]$에서 하나 이하로 존재함을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

<라>

두 함수 $y=\sin x$, $y=\cos x$의 정의역은 실수 전체의 집합이고 치역은 $\{y \mid -1 \le y \le 1\}$이다. 함수 $y=\sin x$의 그래프는 원점에 대해 대칭이므로 $\sin(-x)=-\sin x$이고, 함수 $y=\cos x$의 그래프는 y축에 대해 대칭이므로 $\cos(-x)=\cos x$이다. 두 함수 $y=\sin x$, $y=\cos x$의 그래프는 2π 간격으로 같은 모양이 반복된다. 즉, 임의의 실수 x에 대하여

$$\sin(x+2n\pi)=\sin x,\ \cos(x+2n\pi)=\cos x \quad (\text{단, } n\text{은 정수})$$

가 성립한다.

<마>

첫째항이 a, 공비가 r인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라고 하면

1. $r\neq 1$일 때, $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$이고,
2. $r=1$일 때, $S_n=na$이다.

제시문 <라>와 <마>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

함수 $f(x)=e^{-x}$은 실수 전체의 집합에서 정의된 지수함수이다.

2-1. $0\le x\le 2\pi$일 때, 부등식 $\sin x \le \dfrac{1}{2}$을 풀고, 해당하는 x의 값의 범위에 대하여 함수 $f(x)$의 정적분의 값을 구하시오.

2-2. $0\le x\le 100\pi$일 때, 부등식 $\sin x \le -\dfrac{1}{2}$에 해당하는 x의 값의 범위에 대하여 함수 $f(x)$의 정적분의 값이 $(e^{\frac{5\pi}{6}}-e^{\frac{\pi}{6}})k$가 되는 실수 k의 값을 구하시오.

<바>

함수 $f: X \to Y$가 일대일대응이면 Y의 각 원소 y에 대하여 $y = f(x)$인 X의 원소 x가 오직 하나 존재한다. 이때 Y의 각 원소 y에 $y = f(x)$인 X의 원소 x를 대응시키면 Y를 정의역, X를 공역으로 하는 새로운 함수를 정의할 수 있다. 이 함수를 함수 f의 역함수라 하고, 기호로

$$f^{-1}: Y \to X,\ x = f^{-1}(y)$$

와 같이 나타낸다.

<사>

지수함수 $y = a^x\,(a > 0,\, a \neq 1)$은 실수 전체의 집합에서 양의 실수 전체의 집합으로의 일대일대응이므로 역함수를 갖는다. 이때 로그의 정의에 의하여

$$y = a^x \iff x = \log_a y$$

이므로, $x = \log_a y$에서 x와 y를 서로 바꾸면 지수함수 $y = a^x$의 역함수

$$y = \log_a x\ (a > 0,\, a \neq 1)$$

를 얻는다. 이 함수를 a를 밑으로 하는 로그함수라고 하며 다음과 같은 성질을 갖는다.

1. 정의역은 양의 실수 전체의 집합이고 치역은 실수 전체의 집합이다.
2. $a > 1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
3. 그래프는 점 (1,0)을 지나고, y축을 점근선으로 갖는다.

특히, a가 자연상수 $e = \lim_{x \to \infty}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 인 경우에 자연로그라 하고, $y = \ln x$로 나타낸다.

제시문 <바>와 <사>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

함수 $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ 의 역함수를 $y = g(x)$라고 하자.

3-1. $x > 0$에 대하여 $f(x) > x$임을 보이시오.

3-2. $y = g(x)$의 그래프를 그리시오.

3. 출제 의도

함수, 이차방정식, 함수의 미분과 적분, 도함수의 활용, 정적분, 합성함수 등은 수학을 비롯한 자연과학, 사회과학 등 제반 학문에 기본으로 사용되는 필수 불가결한 도구이다. 본 문제들은 수학, 수학I, 수학II, 미적분 등 고등학교에서 배우는 수학 교과들로부터의 이해를 바탕으로 한다. 따라서 본 문제들을 통해 학생들이 제시문들을 읽고 함수의 합성, 함수의 그래프, 접선의 방정식, 이차방정식, 연립방정식, 정적분, 역함수 등에 대한 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취기준
제시문 〈가〉, 〈나〉, 〈다〉	[12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [12수학II01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-1	[10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. [10수학04-05] 무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다. [12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [12수학II01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-2	[10수학03-07] 대우를 이용한 증명법과 귀류법을 이해한다. [12수학II02-07] 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다.
제시문 〈라〉, 〈마〉	[12수학I02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12수학I03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
문제 2-1	[12수학I02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
문제 2-2	[12수학I02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12수학I03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
제시문 〈바〉, 〈사〉	[10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다. [12수학I01-06] 지수함수와 로그함수의 뜻을 안다.

문제 3-1	[12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다.
문제 3-2	[10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다. [12수학I01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 수학	황선욱 외 8인	미래엔	2020	87~101, 199~209, 243~251
	고등학교 수학	이준열 외 9인	천재교육	2020	86~98, 206~208, 233~237, 248~252
	고등학교 수학	김원경 외 14인	비상교육	2020	212~216
	고등학교 수학I	이준열 외 9인	천재교육	2020	46~56, 82~92
	고등학교 수학I	권오남 외 14인	교학사	2020	44~54, 80~96, 126~134
	고등학교 수학I	배종숙 외 6인	금성출판사	2020	40~49, 78~86, 134~137
	고등학교 수학II	김원경 외 14인	비상교육	2020	30~39, 74~77, 78~89
	고등학교 수학II	이준열 외 9인	천재교육	2020	29~40, 78~97
	고등학교 수학II	박교식 외 19인	동아출판	2020	81~96
	고등학교 미적분	황선욱 외 8인	미래엔	2020	60~62, 110~117, 136~142
	고등학교 미적분	김원경 외 14인	비상교육	2020	55~57, 99~103, 134~137

5. 문항 해설

제시문 <가>에서는 연속함수의 성질 중 하나인 사잇값 정리를 소개한다. <문제 1-1>에서는 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a)$와 $f(b)$의 부호가 서로 다르면 사잇값의 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$은 a와 b 사이에 적어도 하나의 실근을 갖는다는 사실을 이용하여 부등식을 유도하고 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다. 제시문 <나>에서는 도함수의 활용 중 평균값 정리를 소개한다. 제시문 <다>에서는 어떤 명제가 참임을 증명하는 방법 중 하나인 귀류법을 소개한다. <문제 1-2>에서는 평균값 정리를 바르게 이해하고 이를 문제에 적용할 수 있는지를 평가하고 귀류법을 이용하여 주어진 명제가 참임을 증명할 수 있는지를 평가한다.

제시문 <라>에서는 사인함수와 코사인함수의 성질을 소개한다. <문제 2-1>에서는 삼각함수를 포함하는 부등식을 풀고 해당하는 x의 값의 범위에 대하여 주어진 함수의 정적분의 값을 구할 수 있는지를 평가한다. 제시문 <마>에서는 첫째항이 a, 공비가 r인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구하는 방법을 소개한다. <문제 2-2>에서는 삼각함수를 포함하는 부등식을 풀고 해당하는 x의 값의 범위에 대하여 주어진 함수의 정적분의 값을 등비수열의 합을 이용하여 구할 수 있는지를 평가한다.

제시문 <바>에서는 역함수의 개념을 소개한다. 제시문 <사>에서는 지수함수와 로그함수의 기본적인 성질을 소개한다. <문제 3-1>에서는 도함수를 이용하여 주어진 함수가 증가함수임을 보일 수 있는지를 평가한다. <문제 3-2>에서는 역함수의 그래프를 그릴 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1 1-2	■ 각 세부 문제별로 다음과 같은 기준을 만족시켜야 한다. ① 〈1-1〉에서 이차함수와 무리함수가 연속함수임을 이해한다. ② 〈1-1〉에서 사잇값 정리를 이해하고 활용할 수 있다. ③ 〈1-1〉에서 이차부등식을 정확히 풀 수 있다. ④ 〈1-2〉에서 명제의 부정을 정확히 기술할 수 있다. ⑤ 〈1-2〉에서 평균값 정리를 이해할 수 있다. ⑥ 〈1-2〉에서 귀류법을 이용하여 명제를 증명할 수 있다.	
	위의 6가지 기준을 모두 충족시키고 논리 전개가 완벽한 경우	1등급
	위의 6가지 기준을 모두 충족하나 논리 전개나 표현력이 다소 떨어지는 경우	2등급
	위의 6가지 기준 중 5가지 요건을 만족하는 경우	3등급
	위의 6가지 기준 중 ③과 ⑥ 요건을 충족시키고 나머지 요건 중 2가지를 만족시키는 경우	4등급
	위의 6가지 기준 중 4가지 요건을 만족하는 경우(4등급 기준 제외)	5등급
	위의 6가지 기준 중 3가지 요건을 만족하는 경우	6등급
	위의 6가지 기준 중 2가지 요건을 만족하는 경우	7등급
	위의 6가지 기준 중 1가지 요건을 만족하는 경우	8등급
	위의 6가지 기준을 전혀 충족시키지 못한 경우	9등급

하위 문항	채점 기준	배점
2-1 2-2	■ 각 세부 문제별로 다음과 같은 기준을 만족시켜야 한다. ① <2-1>에서 삼각함수를 포함한 부등식을 풀 수 있다. ② <2-1>에서 해당하는 x의 값의 범위에 대하여 함수 $f(x)$의 정적분으로 표현할 수 있다. ③ <2-1>에서 정적분의 값을 계산할 수 있다. ④ <2-2>에서 삼각함수를 포함한 부등식을 풀 수 있다. ⑤ <2-2>에서 해당하는 x의 값의 범위에 대하여 함수 $f(x)$의 정적분으로 표현할 수 있다. ⑥ <2-2>에서 등비수열의 합을 이용하여 정적분의 값을 계산할 수 있다.	
	위의 6가지 기준을 모두 충족시키고 논리 전개가 완벽한 경우	1등급
	위의 6가지 기준을 모두 충족하나 논리 전개나 표현력이 다소 떨어지는 경우	2등급
	위의 6가지 기준 중 5가지 요건을 만족하는 경우	3등급
	위의 6가지 기준 중 ③과 ⑥ 요건을 충족시키고 나머지 요건 중 2가지를 만족시키는 경우	4등급

	위의 6가지 기준 중 4가지 요건을 만족하는 경우(4등급 기준 제외)	5등급
	위의 6가지 기준 중 3가지 요건을 만족하는 경우	6등급
	위의 6가지 기준 중 2가지 요건을 만족하는 경우	7등급
	위의 6가지 기준 중 1가지 요건을 만족하는 경우	8등급
	위의 6가지 기준을 전혀 충족시키지 못한 경우	9등급

하위 문항	채점 기준	배점
3-1 3-2	■ 각 세부 문제별로 다음과 같은 기준을 만족시켜야 한다. ① <3-1>에서 $f(x)$의 정의역을 구할 수 있다. ② <3-1>에서 도함수를 이용하여 $h(x)=f(x)-x$가 증가함수임을 보일 수 있다. ③ <3-1>에서 $h(x)>h(0)=0$을 이용하여 $f(x)>x$임을 보일 수 있다. ④ <3-2>에서 이계도함수를 이용하여 변곡점을 구할 수 있다. ⑤ <3-2>에서 주어진 함수의 점근선을 구할 수 있다. ⑥ <3-2>에서 $y=x$에 대한 대칭성을 이용하여 역함수의 그래프를 그릴 수 있다.	
	위의 6가지 기준을 모두 충족시키고 논리 전개가 완벽한 경우	1등급
	위의 6가지 기준을 모두 충족하나 논리 전개나 표현력이 다소 떨어지는 경우	2등급
	위의 6가지 기준 중 5가지 요건을 만족하는 경우	3등급
	위의 6가지 기준 중 ③과 ⑥ 요건을 충족시키고 나머지 요건 중 2가지를 만족시키는 경우	4등급
	위의 6가지 기준 중 4가지 요건을 만족하는 경우(4등급 기준 제외)	5등급
	위의 6가지 기준 중 3가지 요건을 만족하는 경우	6등급
	위의 6가지 기준 중 2가지 요건을 만족하는 경우	7등급
	위의 6가지 기준 중 1가지 요건을 만족하는 경우	8등급
	위의 6가지 기준을 전혀 충족시키지 못한 경우	9등급

7. 예시 답안 혹은 정답

1-1.

$f(x)=x^2+a-\sqrt{x+1}$ 라고 하면 $f(x)$는 닫힌구간 $[1,3]$에서 연속이다. 제시문 <가>(사잇값 정리)에 의해 $f(1)f(3)<0$이면 $f(c)=0$인 c가 열린구간 $(1,3)$에 적어도 하나 존재한다. 즉, 이차함수 $y=x^2+a$와 무리함수 $y=\sqrt{x+1}$ 이 열린구간 $(1,3)$에서 만난다.
$f(1)=a+1-\sqrt{2}$ 이고 $f(3)=a+7$이므로 $f(1)f(3)<0$에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

$$(a+1-\sqrt{2})(a+7)<0$$

그러므로 실수 a의 값의 범위는 $-7<a<\sqrt{2}-1$이다.

참고로 열린구간 $(1,3)$에서 도함수 $f'(x)$는 다음을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x-\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \\ &= \frac{4x\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}>0 \end{aligned}$$

따라서 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$f(1)<0,\ f(3)>0$$

1-2.

귀류법을 사용하기 위해 $f(c_1)=2c_1$이고 $f(c_2)=2c_2$인 서로 다른 c_1, c_2가 구간 $[0,1]$에 존재한다고 가정하자. 여기서 $c_1 \neq c_2$이므로 $c_1<c_2$라고 하자. 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[c_1,c_2]$에서 연속이고 열린구간 (c_1,c_2)에서 미분가능하므로 제시문 <나>(평균값 정리)에 의해

$$\frac{f(c_2)-f(c_1)}{c_2-c_1}=f'(c)$$

인 c가 열린구간 (c_1,c_2)에서 적어도 하나 존재한다. 위의 식으로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$f'(c)=\frac{f(c_2)-f(c_1)}{c_2-c_1}=\frac{2c_2-2c_1}{c_2-c_1}=2$$

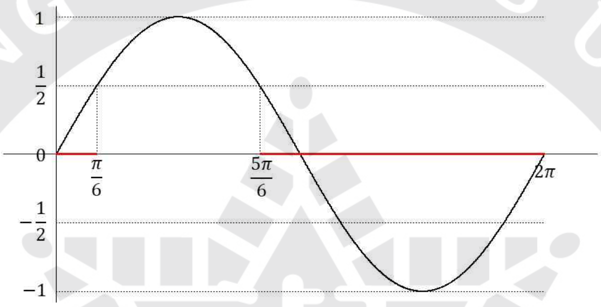
그런데 c는 열린구간 $(0,1)$에 있고 $f'(c)=2$ 이므로 함수 $f(x)$가 열린구간 $(0,1)$에 있는 모든 실수 x에 대하여 $|f'(x)|<1$이라는 사실에 모순이다. 그러므로 $f(c)=2c$ 인 c의 개수가 닫힌구간 $[0,1]$에서 하나 이하로 존재한다.

2-1.

$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$이므로, $0 \le x \le 2\pi$일 때, 부등식 $\sin x \le \frac{1}{2}$의 해는 아래 그림에서 표시된 것과 같이

$$\left\{x \,\middle|\, 0 \le x \le \frac{\pi}{6}\right\} \cup \left\{x \,\middle|\, \pi-\frac{\pi}{6} \le x \le 2\pi\right\}$$

가 된다.



그러므로 $f(x)$의 정적분의 값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{6}} e^{-x}dx + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{2\pi} e^{-x}dx &= \Big[-e^{-x}\Big]_0^{\frac{\pi}{6}} + \Big[-e^{-x}\Big]_{\frac{5\pi}{6}}^{2\pi} \\ &= 1-e^{-\frac{\pi}{6}}+e^{-\frac{5\pi}{6}}-e^{-2\pi}\end{aligned}$$

2-2.

아래 그림에서 보는 것과 같이 $0 \le x \le 100\pi$에서 $\sin x = -\dfrac{1}{2}$을 만족시키는 첫 번째 x는 $\pi + \dfrac{\pi}{6}$이다. 사인함수는 주기가 2π인 주기함수이므로 아래 그림에서 보는 것과 같이 $\sin x = -\dfrac{1}{2}$을 만족시키는 홀수 번째 x의 값은

$$x = (2n-1)\pi + \frac{\pi}{6} \qquad (n = 1, 2, \cdots, 50)$$

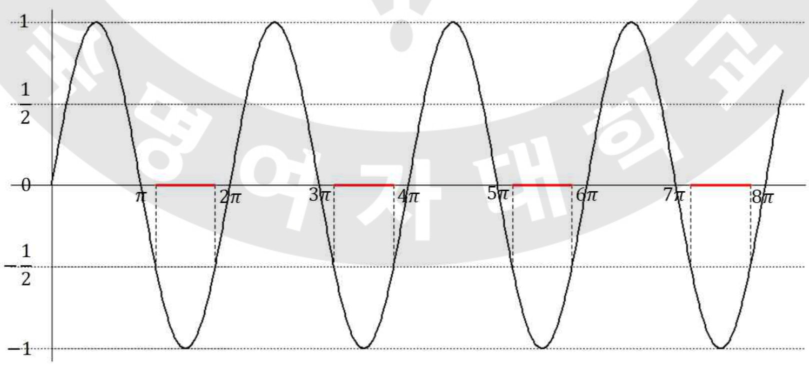
이다. 마찬가지로 짝수 번째 x의 값은

$$x = 2n\pi - \frac{\pi}{6} \qquad (n = 1, 2, \cdots, 50)$$

이다. 따라서

$$A_n = \left\{ x \,\middle|\, (2n-1)\pi + \frac{\pi}{6} \le x \le 2n\pi - \frac{\pi}{6} \right\}$$

이라고 하면, $0 \le x \le 100\pi$일 때, 부등식 $\sin x \le -\dfrac{1}{2}$의 해는 $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_{50}$로 표시할 수 있다.



해당하는 x의 값의 범위에 대하여 함수 $f(x)$의 정적분의 값은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{50}\int_{(2n-1)\pi+\frac{\pi}{6}}^{2n\pi-\frac{\pi}{6}} e^{-x}dx &= \sum_{n=1}^{50}\Big[-e^{-x}\Big]_{(2n-1)\pi+\frac{\pi}{6}}^{2n\pi-\frac{\pi}{6}} \\ &= \sum_{n=1}^{50}\left[e^{-\left\{(2n-1)\pi+\frac{\pi}{6}\right\}}-e^{-\left(2n\pi-\frac{\pi}{6}\right)}\right] \\ &= \left(e^{\frac{5\pi}{6}}-e^{\frac{\pi}{6}}\right)\sum_{n=1}^{50}e^{-2n\pi}\end{aligned}$$

여기서 $\sum_{n=1}^{50}e^{-2n\pi}$는 첫째항이 $e^{-2\pi}$, 공비가 $e^{-2\pi}$인 등비수열의 50항까지의 합이다. 제시문 <마>에 의해

$$\sum_{n=1}^{50}e^{-2n\pi}=\frac{e^{-2\pi}\left((e^{-2\pi})^{50}-1\right)}{e^{-2\pi}-1}=\frac{e^{-2\pi}\left(1-e^{-100\pi}\right)}{1-e^{-2\pi}}$$

이다. 그러므로

$$k=\frac{e^{-2\pi}\left(1-e^{-100\pi}\right)}{1-e^{-2\pi}}$$

이다.

3-1.

주어진 함수

$$f(x)=\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}=\frac{1}{2}(\ln(1+x)-\ln(1-x))$$

의 정의역은 다음과 같다.

$$\{x \mid -1<x<1\}$$

이제 두 함수의 차 $f(x)-x$를 $h(x)$라 두자. 즉,

$$h(x)=f(x)-x$$

이다. 함수 $h(x)$를 미분하면

$$
\begin{aligned}
h'(x) &= f'(x) - 1 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x}\right) - 1 \\
&= \frac{x^2}{1-x^2}
\end{aligned}
$$

이다. 따라서 $0 < x < 1$에서

$$h'(x) > 0$$

이므로 $h(x)$는 증가함수이다. 또한 $h(0) = 0$이므로 $x > 0$에 대하여

$$h(x) > h(0) = 0$$

을 만족시킨다. 따라서 $x > 0$에 대하여

$$f(x) > x$$

가 성립한다.

3-2.

$y = f(x)$의 역함수 $y = g(x)$의 그래프는 $y = f(x)$의 그래프를 직선 $y = x$에 대하여 대칭하여 얻을 수 있다. $y = f(x)$의 그래프를 그리기 위해 함수의 증감을 확인하면 다음과 같다. 정의역 $\{x | -1 < x < 1\}$에서

$$f'(x) = \frac{1}{1-x^2} > 0$$

이다. 한편

$$f''(x) = \frac{2x}{(1-x^2)^2}$$

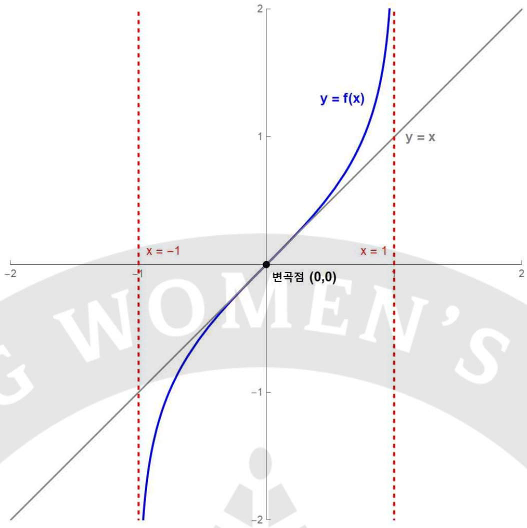
이다. 이로부터 점 $(0, 0)$은 곡선 $y = f(x)$의 변곡점임을 알 수 있다. 또한

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \infty, \ \lim_{x\to -1} f(x) = -\infty$$

이다. 따라서 두 직선 $x = 1$과 $x = -1$이 점근선이 된다. 그리고

$$f'(0) = 1$$

이므로 $y = f(x)$의 그래프는 원점에서 $y = x$에 접한다. 이제 이를 이용하여 그래프를 그리면 다음과 같다.



직선 $y=x$에 관하여 대칭하면 역함수 $y=g(x)$의 그래프를 다음과 같이 얻을 수 있다.