2026학년도

숙명여자대학교

대학별고사

문항카드

- 논술(자연_일반) -

2-5. 문항카드 ⑤ 〈자연계열(약학부 제외) 1, 2, 3번 문항〉

[숙명여자대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	2026학년도 수시모집 논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(약학부 제외) / 문항 1-1, 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학I, 수학II, 미적분
	핵심개념 및 용어	함수의 연속, 사잇값 정리, 평균값 정리, 귀류법, 역함수, 정적분, 접선, 수열의 극한, 이차부등식
예상 소요 시간	90 분 / 전체 100 분	

2. 문항 및 제시문

<가>
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c) = k$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

<나>
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$$

인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

<다>
어떤 명제가 참임을 증명할 때, 그 명제 또는 명제의 결론을 부정하면 모순이 생긴다는 것을 보여도 된다. 이와 같이 증명하는 방법을 귀류법이라고 한다.

제시문 <가>, <나>, <다>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

1-1. 이차함수 $y=x^2+a$와 무리함수 $y=\sqrt{x+1}$이 열린구간 $(1,3)$에서 만나도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

1-2. 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[0,1]$에서 연속이고 열린구간 $(0,1)$에서 미분가능한 함수라고 하자. 함수 $f(x)$가 열린구간 $(0,1)$에 있는 모든 실수 x에 대하여 $|f'(x)|<1$을 만족시킬 때, $f(c)=2c$인 c의 개수가 닫힌구간 $[0,1]$에서 하나 이하로 존재함을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

<라>

두 직선 $l: y=mx+n$, $l': y=m'x+n'$에 대하여 l과 l'이 서로 수직인 조건은 다음과 같다.

$$mm'=-1$$

거꾸로 $mm'=-1$이면 l과 l'은 서로 수직이다.

<마>

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

제시문 <라>와 <마>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

자연수 n에 대하여 이차함수 $y=nx^2$ 위의 점 $\mathrm{P_n}(a_n, b_n)$을 지나고 이 점에서의 접선에 수직인 직선이 점 $(0,1)$을 지난다고 가정하자. (단, $a_n>0$이다.)

2-1. a_n과 b_n을 각각 구하시오.

2-2. 이차함수 $y=nx^2$과 x축 및 이차함수 $y=nx^2$ 위의 점 $\mathrm{P_n}(a_n, b_n)$에서의 접선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 A_n이라고 하자. 이때 $\lim_{n\to\infty}\frac{A_n}{a_n}$의 값을 구하시오.

<바>

함수 $f: X \to Y$가 일대일대응이면 Y의 각 원소 y에 대하여 $y = f(x)$인 X의 원소 x가 오직 하나 존재한다. 이때 Y의 각 원소 y에 $y = f(x)$인 X의 원소 x를 대응시키면 Y를 정의역, X를 공역으로 하는 새로운 함수를 정의할 수 있다. 이 함수를 함수 f의 역함수라 하고, 기호로

$$f^{-1}: Y \to X,\ x = f^{-1}(y)$$

와 같이 나타낸다.

<사>

실수 전체의 집합에서 정의된 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$가 역함수를 갖기 위한 조건은 다음과 같다.

1. $a > 0$이면 도함수 $f'(x)$가 실수 전체의 집합에서 $f'(x) \geq 0$을 만족시킨다.
2. $a < 0$이면 도함수 $f'(x)$가 실수 전체의 집합에서 $f'(x) \leq 0$을 만족시킨다.

제시문 <바>와 <사>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

함수 $f(x) = x^3 + 2x + 4$는 실수 전체의 집합에서 정의된 삼차함수이다.

3-1. 삼차함수 $f(x)$의 역함수가 존재함을 보이고, 역함수 f^{-1}에 대하여 $f^{-1}(t^2 + 5t + 1) = t - 1$을 만족시키는 실수 t의 값을 모두 구하시오.

3-2. 삼차함수 $f(x)$의 역함수 f^{-1}에 대하여 $f^{-1}(t^2 + 2) + f^{-1}(t^2 - 2) = 0$을 만족시키는 실수 t의 값을 모두 구하시오.

3. 출제 의도

함수, 이차방정식, 함수의 미분과 적분, 도함수의 활용, 정적분, 합성함수 등은 수학을 비롯한 자연과학, 사회과학 등 제반 학문에 기본으로 사용되는 필수 불가결한 도구이다. 본 문제들은 수학, 수학I, 수학II, 미적분 등 고등학교에서 배우는 수학 교과들로부터의 이해를 바탕으로 한다. 따라서 본 문제들을 통해 학생들이 제시문들을 읽고 함수의 합성, 함수의 그래프, 접선의 방정식, 이차방정식, 연립방정식, 정적분, 역함수 등에 대한 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취기준
제시문 〈가〉, 〈나〉, 〈다〉	[12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [12수학II01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-1	[10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. [10수학04-05] 무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다. [12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [12수학II01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-2	[10수학03-07] 대우를 이용한 증명법과 귀류법을 이해한다. [12수학II02-07] 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다.
제시문 〈라〉, 〈마〉	[10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 2-1	[10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다. [12수학II02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제 2-2	[12수학I03-01] 수열의 뜻을 안다. [12수학II02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다. [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 〈바〉, 〈사〉	[10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다. [12수학II02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.

문제 3-1	[10수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다. [10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다. [12수학II02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
문제 3-2	[10수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다. [10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 수학	황선욱 외 8인	미래엔	2020	69~81, 83~85, 128~131, 199~209, 227~230, 243~251
	고등학교 수학	이준열 외 9인	천재교육	2020	76~79 86~98, 122~132, 206~208, 248~252
	고등학교 수학I	권오남 외 14인	교학사	2020	116~117
	고등학교 수학I	황선욱 외 8인	미래엔	2020	121~122
	고등학교 수학II	홍성복 외 10인	지학사	2020	30~48, 62~73, 78~82
	고등학교 수학II	황선욱 외 8인	미래엔	2020	30~48, 61~67, 76~81
	고등학교 수학II	권오남 외 14인	교학사	2020	66~77, 142~148
	고등학교 미적분	황선욱 외 8인	미래엔	2020	166~179
	고등학교 미적분	김원경 외 14인	비상교육	2020	10~26

5. 문항 해설

제시문 〈가〉에서는 연속함수의 성질 중 하나인 사잇값 정리를 소개한다. 〈문제 1-1〉에서는 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a)$와 $f(b)$의 부호가 서로 다르면 사잇값의 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$은 a와 b 사이에 적어도 하나의 실근을 갖는다는 사실을 이용하여 부등식을 유도하고 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다. 제시문 〈나〉에서는 도함수의 활용 중 평균값 정리를 소개한다. 제시문 〈다〉에서는 어떤 명제가 참임을 증명하는 방법 중 하나인 귀류법을 소개한다. 〈문제 1-2〉에서는 평균값 정리를 바르게 이해하고 이를 문제에 적용할 수 있는지를 평가하고 귀류법을 이용하여 주어진 명제가 참임을 증명할 수 있는지를 평가한다.

제시문 〈라〉에서는 두 직선이 수직인 조건을 소개한다. 〈문제 2-1〉에서는 자연수 n에 대하여 이차함수 $y=nx^2$ 위의 점 $\mathrm{P_n}(a_n, b_n)$을 지나고 이 점에서의 접선에 수직인 직선이 점 $(0,1)$을 지난다는 가정을 이용하여 a_n과 b_n을 구할 수 있는지를 평가한다. 제시문 〈마〉에서는 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 소개한다. 〈문제 2-2〉에서는 이차함수 $y=nx^2$과 x축 및 이차함수 $y=nx^2$ 위의 점 $\mathrm{P_n}(a_n, b_n)$에서의 접선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 A_n이라고 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{A_n}{a_n}$의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

제시문 〈바〉에서는 역함수의 개념을 소개하고, 제시문 〈사〉에서는 실수 전체의 집합에서 정의된 삼차함수가 역함수를 갖기 위한 조건을 소개한다. 〈문제 3-1〉과 〈문제 3-2〉에서는 삼차함수의 역함수가 존재함을 보이고, 역함수의 성질을 사용할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1 1-2	■ 각 세부 문제별로 다음과 같은 기준을 만족시켜야 한다. ① <1-1>에서 이차함수와 무리함수가 연속함수임을 이해한다. ② <1-1>에서 사잇값 정리를 이해하고 활용할 수 있다. ③ <1-1>에서 이차부등식을 정확히 풀 수 있다. ④ <1-2>에서 명제의 부정을 정확히 기술할 수 있다. ⑤ <1-2>에서 평균값 정리를 이해할 수 있다. ⑥ <1-2>에서 귀류법을 이용하여 명제를 증명할 수 있다.	
	위의 6가지 기준을 모두 충족시키고 논리 전개가 완벽한 경우	1등급
	위의 6가지 기준을 모두 충족하나 논리 전개나 표현력이 다소 떨어지는 경우	2등급
	위의 6가지 기준 중 5가지 요건을 만족하는 경우	3등급
	위의 6가지 기준 중 ③과 ⑥ 요건을 충족시키고 나머지 요건 중 2가지를 만족시키는 경우	4등급
	위의 6가지 기준 중 4가지 요건을 만족하는 경우(4등급 기준 제외)	5등급
	위의 6가지 기준 중 3가지 요건을 만족하는 경우	6등급
	위의 6가지 기준 중 2가지 요건을 만족하는 경우	7등급
	위의 6가지 기준 중 1가지 요건을 만족하는 경우	8등급
	위의 6가지 기준을 전혀 충족시키지 못한 경우	9등급

하위 문항	채점 기준	배점
2-1 2-2	■ 각 세부 문제별로 다음과 같은 기준을 만족시켜야 한다. ① <2-1>에서 주어진 점에서의 접선의 기울기를 구할 수 있다. ② <2-1>에서 접선에 수직인 직선의 방정식을 구할 수 있다. ③ <2-1>에서 a_n과 b_n을 정확히 구할 수 있다. ④ <2-2>에서 주어진 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있다. ⑤ <2-2>에서 주어진 영역의 넓이를 적분을 이용하여 구할 수 있다. ⑥ <2-2>에서 수열의 극한값을 구할 수 있다.	
	위의 6가지 기준을 모두 충족시키고 논리 전개가 완벽한 경우	1등급
	위의 6가지 기준을 모두 충족하나 논리 전개나 표현력이 다소 떨어지는 경우	2등급
	위의 6가지 기준 중 5가지 요건을 만족하는 경우	3등급
	위의 6가지 기준 중 ③과 ⑥ 요건을 충족시키고 나머지 요건 중 2가지를 만족시키는 경우	4등급
	위의 6가지 기준 중 4가지 요건을 만족하는 경우(4등급 기준 제외)	5등급
	위의 6가지 기준 중 3가지 요건을 만족하는 경우	6등급
	위의 6가지 기준 중 2가지 요건을 만족하는 경우	7등급

	위의 6가지 기준 중 1가지 요건을 만족하는 경우	8등급
	위의 6가지 기준을 전혀 충족시키지 못한 경우	9등급

하위 문항	채점 기준	배점
3-1 3-2	■ 각 세부 문제별로 다음과 같은 기준을 만족시켜야 한다. ① <3-1>에서 도함수를 이용하여 역함수의 존재를 보일 수 있다. ② <3-1>에서 역함수를 이용하여 삼차방정식을 세울 수 있다. ③ <3-1>에서 삼차방정식의 해를 구할 수 있다. ④ <3-2>에서 역함수의 정의를 사용하여 $f(y)=t^2+2$, $f(z)=t^2-2$로 표현할 수 있다. ⑤ <3-2>에서 $f(y)-f(z)=4$를 구할 수 있다. ⑥ <3-2>에서 삼차방정식과 이차방정식을 풀 수 있다.	
	위의 6가지 기준을 모두 충족시키고 논리 전개가 완벽한 경우	1등급
	위의 6가지 기준을 모두 충족하나 논리 전개나 표현력이 다소 떨어지는 경우	2등급
	위의 6가지 기준 중 5가지 요건을 만족하는 경우	3등급
	위의 6가지 기준 중 ③과 ⑥ 요건을 충족시키고 나머지 요건 중 2가지를 만족시키는 경우	4등급
	위의 6가지 기준 중 4가지 요건을 만족하는 경우(4등급 기준 제외)	5등급
	위의 6가지 기준 중 3가지 요건을 만족하는 경우	6등급
	위의 6가지 기준 중 2가지 요건을 만족하는 경우	7등급
	위의 6가지 기준 중 1가지 요건을 만족하는 경우	8등급
	위의 6가지 기준을 전혀 충족시키지 못한 경우	9등급

7. 예시 답안 혹은 정답

1-1.

$f(x)=x^2+a-\sqrt{x+1}$ 라고 하면 $f(x)$는 닫힌구간 $[1,3]$에서 연속이다. 제시문 <가>(사잇값 정리)에 의해 $f(1)f(3)<0$이면 $f(c)=0$인 c가 열린구간 $(1,3)$에 적어도 하나 존재한다. 즉, 이차함수 $y=x^2+a$와 무리함수 $y=\sqrt{x+1}$ 이 열린구간 $(1,3)$에서 만난다.
$f(1)=a+1-\sqrt{2}$ 이고 $f(3)=a+7$이므로 $f(1)f(3)<0$에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

$$(a+1-\sqrt{2})(a+7)<0$$

그러므로 실수 a의 값의 범위는 $-7<a<\sqrt{2}-1$이다.

참고로 열린구간 $(1,3)$에서 도함수 $f'(x)$는 다음을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x-\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \\ &= \frac{4x\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}>0 \end{aligned}$$

따라서 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$f(1)<0,\ f(3)>0$$

1-2.

귀류법을 사용하기 위해 $f(c_1)=2c_1$이고 $f(c_2)=2c_2$인 서로 다른 c_1, c_2가 구간 $[0,1]$에 존재한다고 가정하자. 여기서 $c_1 \neq c_2$이므로 $c_1<c_2$라고 하자. 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[c_1, c_2]$에서 연속이고 열린구간 (c_1, c_2)에서 미분가능하므로 제시문 <나>(평균값 정리)에 의해

$$\frac{f(c_2)-f(c_1)}{c_2-c_1}=f'(c)$$

인 c가 열린구간 (c_1, c_2)에서 적어도 하나 존재한다. 위의 식으로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$f'(c)=\frac{f(c_2)-f(c_1)}{c_2-c_1}=\frac{2c_2-2c_1}{c_2-c_1}=2$$

그런데 c는 열린구간 $(0,1)$에 있고 $f'(c)=2$이므로 함수 $f(x)$가 열린구간 $(0,1)$에 있는 모든 실수 x에 대하여 $|f'(x)|<1$이라는 사실에 모순이다. 그러므로 $f(c)=2c$인 c의 개수가 닫힌구간 $[0,1]$에서 하나 이하로 존재한다.

2-1.

이차함수 $y=nx^2$ 위의 점 $\mathrm{P_n}(a_n, b_n)$을 지나는 접선의 방정식은

$$y=2na_n(x-a_n)+na_n^2$$

이고, 이차함수 $y=nx^2$ 위의 점 $\mathrm{P_n}(a_n, b_n)$을 지나고 이 점에서의 접선에 수직인 직선의 방정식은

$$y=-\frac{1}{2na_n}(x-a_n)+na_n^2$$

으로 주어진다. 또한 이 직선은 점 $(0,1)$을 지나므로

$$1=\frac{1}{2n}+na_n^2$$

을 만족시킨다. 따라서

$$a_n^2=\frac{2n-1}{2n^2}$$

을 얻고, 이를 이용하면

$$a_n=\frac{1}{n}\sqrt{\frac{2n-1}{2}}\ ,\ b_n=\frac{2n-1}{2n}$$

을 얻는다.

2-2.

점 $\mathrm{P_n}(a_n, b_n)$에서의 접선의 방정식은

$$y - na_n^2 = 2na_n(x - a_n)$$

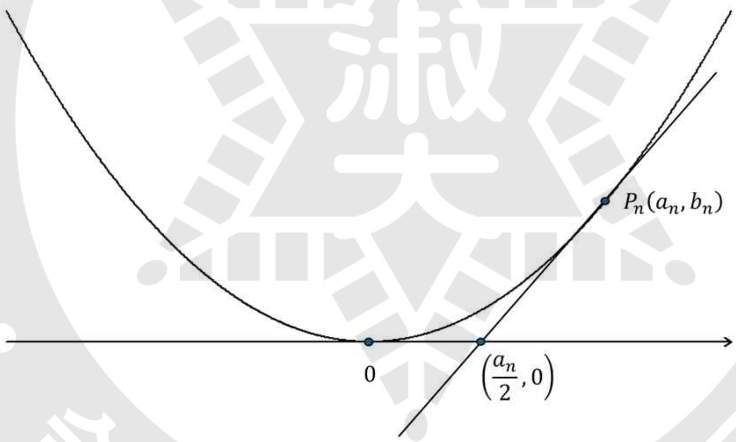
이다. x축과의 교점을 구하기 위해 $y=0$을 대입하면

$$-na_n^2 = 2na_n x - 2na_n^2$$

을 얻는다. 따라서

$$x = \frac{a_n}{2} > 0$$

이다.



이를 이용하여, 이차함수 $y=nx^2$과 x축 및 이차함수 $y=nx^2$ 위의 점 $\mathrm{P_n}(a_n, b_n)$에서의 접선으로 둘러싸인 영역의 넓이 A_n을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_n &= \int_0^{\frac{a_n}{2}} nx^2 dx + \int_{\frac{a_n}{2}}^{a_n} \{nx^2 - (2na_n x - na_n^2)\} dx \\ &= \int_0^{a_n} nx^2 dx - \int_{\frac{a_n}{2}}^{a_n} (2na_n x - na_n^2) dx \\ &= \frac{na_n^3}{3} - na_n \left\{ a_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2 \right\} + na_n^2 \frac{a_n}{2} \\ &= na_n^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{na_n^3}{12} \\ &= \frac{n}{12} \frac{1}{n^3} \left(\sqrt{\frac{2n-1}{2}} \right)^3 \end{aligned}$$

따라서

$$\lim_{n\to\infty} \frac{A_n}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{12n^2} \frac{2n-1}{2} \sqrt{\frac{2n-1}{2}}}{\frac{1}{n} \sqrt{\frac{2n-1}{2}}} = \frac{1}{12}$$

이다.

3-1.

도함수 $f'(x) = 3x^2 + 2$는 $f'(x) \geq 0$을 만족시킨다. 그러므로 제시문 <사>에 따르면 $f(x)$는 역함수를 갖는다. 문제에서 $f^{-1}(t^2 + 5t + 1) = t - 1$이므로 $t^2 + 5t + 1 = f(t-1)$이 성립한다. 여기에서 우변의 $f(t-1)$을 주어진 $f(x)$를 이용하여 계산하면

$$f(t-1) = t^3 - 3t^2 + 5t + 1$$

를 얻는다. 그러므로

$$t^3 - 3t^2 + 5t + 1 = t^2 + 5t + 1$$

이 되고, 이것을 풀면 $t^2(t-4) = 0$이다. 그러므로 $t = 0$ 또는 $t = 4$이다.

3-2.

$f^{-1}(t^2+2)=a$, $f^{-1}(t^2-2)=b$라고 하면 $f(a)=t^2+2$, $f(b)=t^2-2$이다. 첫 번째 식에서 두 번째 식을 빼면

$$f(a)-f(b)=4 \tag{1}$$

이다. 식 (1)의 좌변을 계산하면

$$\begin{aligned} f(a)-f(b) &= (a^3+2a+4)-(b^3+2b+4) \\ &= a^3-b^3+2(a-b) \end{aligned} \tag{2}$$

이다. 한편 $f^{-1}(t^2+2)+f^{-1}(t^2-2)=0$은 $a+b=0$이다. 이를 식 (2)에 대입하면

$$\begin{aligned} f(a)-f(b) &= a^3-(-a)^3+2(a-(-a)) \\ &= 2a^3+4a \end{aligned}$$

이다. 이것과 식 (1)로부터 $a^3+2a=2$를 얻는다. 그러므로

$$f(a)=a^3+2a+4=6$$

이다. 또한 $f(a)=t^2+2$이므로 $t^2=4$이다. 따라서 $t=\pm 2$이다.

■ 다른 풀이

함수 $f(x)$에 $-x$를 대입하면

$$\begin{aligned} f(-x) &= -x^3-2x+4 \\ &= -f(x)+8 \end{aligned} \tag{3}$$

이다. 문제의 조건 $f^{-1}(t^2+2)+f^{-1}(t^2-2)=0$은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f^{-1}(t^2+2)=-f^{-1}(t^2-2)$$

이것과 식 (3)을 이용하면

$$\begin{aligned} t^2+2 &= f(-f^{-1}(t^2-2)) \\ &= -f(f^{-1}(t^2-2))+8 \\ &= -t^2+2+8 \end{aligned}$$

이다. 따라서 $2t^2=8$이고 $t=\pm 2$이다.