

2025학년도 경북대학교 대학입학 수시모집
논술(AAT) 자연계열 I 문제지
 (의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

시 험 시 간	15:30 ~ 17:10 (100분)		
지원학과(부)	학과(부, 전공)		감독위원 확인
수 험 번 호			⑩
성 명			

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

- ※ 자연계열 I 문제지와 자연계열 I 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)
1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
 2. 문제지는 표지를 제외하고 4쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 2매(4쪽)로 구성되어 있음
 3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
 4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
 5. 답안을 수정할 경우 지우개 혹은 수정테이프를 사용하거나, 두 줄을 긋고 재작성하여야 함
 6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
 7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ ($a \neq 0$)은

(i) $|r| < 1$ 일 때 수렴하고, 그 합은 $\frac{a}{1-r}$ 이다.

(ii) $|r| \geq 1$ 일 때 발산한다.

(나) 삼각함수의 덧셈정리

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

(다) 자연수 n 에 대하여 명제 $p(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

- (i) $n = 1$ 일 때, 명제 $p(n)$ 이 성립한다.
- (ii) $n = k$ 일 때, 명제 $p(n)$ 이 성립한다고 가정하면 $n = k + 1$ 일 때에도 명제 $p(n)$ 이 성립한다.

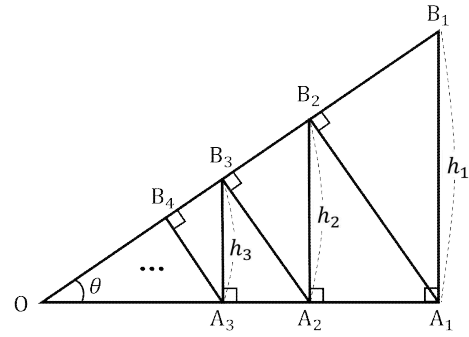
(라) 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x$$

(단, $\Delta x = \frac{b-a}{n}$, $x_k = a + k\Delta x$)

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

그림과 같이 $\angle A_1OB_1 = \theta$ 이고 $\angle OA_1B_1 = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 OA_1B_1 이 있다. 선분 A_1B_1 의 길이를 h_1 이라 하자. 점 A_1 에서 선분 OB_1 에 내린 수선의 발을 B_2 , 점 B_2 에서 선분 OA_1 에 내린 수선의 발을 A_2 라 하고, 이때 선분 A_2B_2 의 길이를 h_2 라 하자. 점 A_2 에서 선분 OB_1 에 내린 수선의 발을 B_3 , 점 B_3 에서 선분 OA_1 에 내린 수선의 발을 A_3 이라 하고, 이때 선분 A_3B_3 의 길이를 h_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 k 번째 선분 A_kB_k 의 길이를 h_k 라 하자.



선분 OB_1 의 길이가 j^2 이고 θ 가 $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{5}-1}{8}$ 을 만족할 때,

$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{h_k}$ 의 값을 S_j 라 하자. (단, j 는 자연수)

다음 물음에 답하시오.

【1-1】 $S_1 = \boxed{(\neg)} + \boxed{(\cup)}\sqrt{15}$ 이다. (\neg) 과 (\cup) 에 알맞은 자연수를 각각 구하시오. (40점)

【1-2】 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n+i}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n = 1$ 일 때, (좌변) = $\boxed{(\cup)}$ = (우변)이므로 주어진 등식은 성립한다.

(2) $n = k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{k+i}$$

이다. $n = k + 1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} &1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+2} \\ &= \sum_{i=1}^k \frac{1}{k+i} + \frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+2} \\ &= \sum_{i=2}^{k+1} \frac{1}{k+i} + \boxed{(\cup)} \\ &= \sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{\boxed{(\cup)}} \end{aligned}$$

따라서 $n = k + 1$ 일 때도 성립한다.

(1), (2)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 (\cup) 에 알맞은 수, (\cup) 에 알맞은 k 에 관한 식, (\cup) 에 알맞은 i 와 k 에 관한 식을 각각 구하시오. (30점)

【1-3】 극한값

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} (-1)^{j+1} \frac{2}{S_j} + \sqrt{15} \ln 2 = \ln \boxed{(\cup)}$$

이다. (\cup) 에 알맞은 자연수를 구하시오. (50점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 탄젠트함수의 덧셈정리

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

(나) 점 (x_1, y_1) 과 직선 $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$) 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(다) 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 미분가능할 때,

$$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

(라) 두 함수 $f(x), g(x)$ ($g(x) \neq 0$)가 미분가능할 때,

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ 이면 } y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

(마) 두 함수 $y = f(u), u = g(x)$ 가 미분가능할 때,

합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는

$$\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$$

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

곡선 $y = \sqrt{8x+16}$ 위의 점 $B(t, \sqrt{8t+16})$ 에 대하여 x 축 위의 세 점 $A_1(a_1, 0), A_2(a_2, 0), A_3(a_3, 0)$ 이 다음 조건을 만족한다.

(단, $t \geq -1$)

$$(I) 0 < a_1 < a_2 < a_3$$

(II) 삼각형 OA_1B, A_1A_2B, A_2A_3B 의 내접원의 반지름의 길이는 모두 1이다. (단, O 는 원점)

실수 $t \geq -1$ 에서 정의된 함수

$$f(t) = \tan\left(\frac{\angle OA_1B}{2}\right)$$

$$g(t) = \tan\left(\frac{\angle OA_2B}{2}\right)$$

$$h(t) = \tan\left(\frac{\angle OA_3B}{2}\right)$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

【2-1】 내접원의 반지름의 길이가 r , 높이가 q 이고 양 밑각이 α, β 인 삼각형의 넓이 S 에 대하여 다음이 각각 성립함을 보이시오. (40점)

$$(1) S = \frac{rq}{2} \left\{ \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \cot\left(\frac{\beta}{2}\right) \right\}$$

$$(2) S = r^2 \left\{ \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \cot\left(\frac{\beta}{2}\right) + \frac{\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \cot\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cot\left(\frac{\beta}{2}\right) - 1} \right\}$$

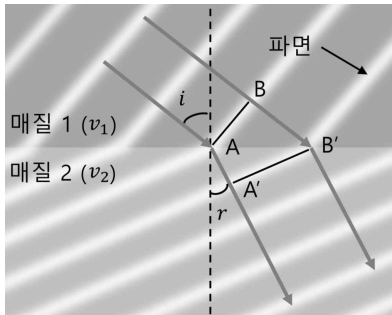
【2-2】 -1 이상인 모든 실수 t 에 대하여 $\frac{g(t)}{f(t)} = \frac{h(t)}{g(t)}$ 임을 보이시오. (40점)

【2-3】 $h'(0)$ 의 값을 구하시오. (50점)

교과목 통합(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

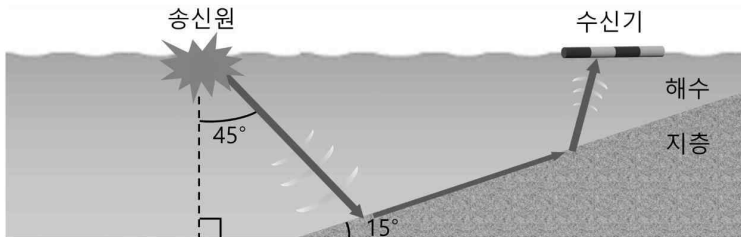
(가) [그림 1]은 매질 1에서 매질 2로 진행하는 음파가 굴절하는 모습을 나타낸 것이다. 두 매질의 경계면에서 입사각 i 로 입사한 파동은 굴절각 r 로 굴절하며, 이때 매질 1, 2에서 음파의 속력은 각각 v_1 , v_2 이다. 따라서 파면 AB가 A'B'으로 진행할 때, A점은 매질 2에서 이동하므로 A'까지 진행하고, B점은 매질 1에서 이동하므로 B'까지 진행하게 되어 파면이 꺾이는 굴절 현상이 나타난다. 이때 음파의 입사각, 굴절각, 매질에 따른 속력 간 관계는 스넬의 법칙으로 설명할 수 있다.



$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

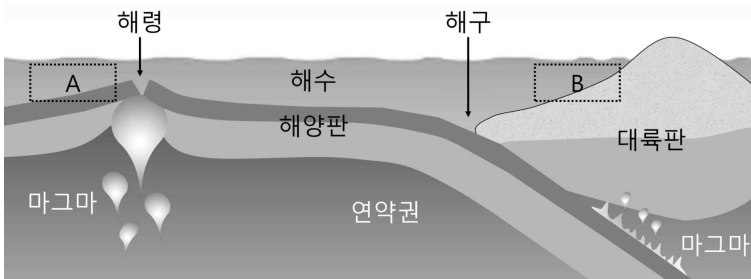
[그림 1] 매질 경계에서 음파의 굴절과 스넬의 법칙

(나) 임의의 매질을 통해 진행하던 파동이 다른 매질과의 경계면에서 굴절되어 두 매질의 경계면을 따라 진행하는 현상을 임계 굴절이라 한다. [그림 2]와 같이 해수면 바로 아래에서 발생한 음파는 해수와 맞닿은 지층에서 임계 굴절되고 지층을 따라 진행한다. 이 음파는 매질 경계 임의의 지점에서 굴절되어 송신원과 떨어진 위치의 수신기에서 관측된다. 지층의 음파 속력은 지층을 구성하는 암석 종류와 특성에 대한 정보를 제공해 준다.



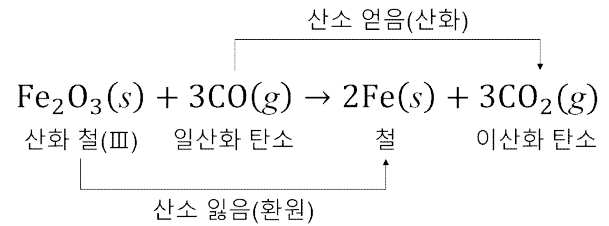
[그림 2] 음파를 이용한 지층 분석 실험

(다) 판의 경계는 판의 상대적인 운동에 따라 발산형 경계, 수렴형 경계, 보존형 경계로 구분된다. 마그마는 주로 발산형 경계인 해령과 수렴형 경계인 해구의 섭입대 주변에서 생성되고, 보존형 경계인 변환 단층에서는 생성되지 않는다. [그림 3]의 해령 주변 해양 지각 표면에는 마그마의 분출로 인한 세립질의 화산암이 분포하며, 해구 주변 대륙 지각 표면에는 육상 기원 퇴적물로 인한 쇄설성 퇴적암이 분포한다.



[그림 3] 판의 경계와 마그마 생성

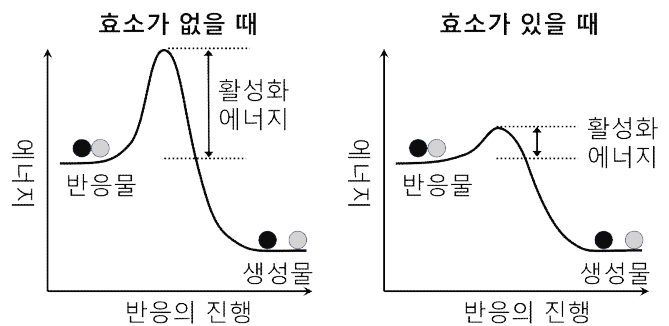
(라) 산화 환원 반응은 물질 간 산소 또는 전자의 이동을 통해 화학적 변화를 일으키는 반응이다. 물질이 산소를 얻거나 전자를 잃는 반응을 산화, 물질이 산소를 잃거나 전자를 얻는 반응을 환원이라고 한다. 예를 들어 순수한 철을 얻기 위해서는 다음과 같이 산화 철로부터 산소를 제거하는 과정이 필요하다.



산화 철이 산소를 잃어 환원되며 일산화 탄소가 그 산소를 얻어 산화된다.

(마) 산화 환원 반응과 같은 화학 반응의 효율과 속도를 변화시키기 위해 종종 촉매가 사용된다. 화학 반응은 일정한 양 이상의 에너지를 가진 분자들이 충돌하여 일어나며, 이때 필요한 최소한의 에너지를 활성화 에너지라고 한다. 촉매는 자신은 변하지 않으면서 활성화 에너지를 낮춰 화학 반응이 더 쉽게 진행될 수 있도록 돕는다. 촉매의 사용은 산업적 화학 반응에서 에너지를 절약하고 반응 시간을 단축하며, 원하는 제품의 수율을 높이는 데 크게 기여한다.

효소는 생체 촉매라고도 불리는데, 이는 생명체 내의 화학 반응에서 자신은 변하지 않으면서 화학 반응의 속도를 변화시키기 때문이다 [그림 4]. 생명체 내에 다양한 효소가 존재하며, 그들의 복합적인 작용으로 물질대사가 활발히 이루어진다. 물질대사가 진행될 때 여러 단계의 화학 반응을 거치며, 각 단계마다 반응물이 다르기 때문에 작용하는 효소의 종류도 달라질 수 있다. 만약 특정 효소가 결핍되거나 이상이 생기면 해당 효소가 관여하는 물질대사에 문제가 발생할 수 있다. 따라서 효소는 생명 시스템을 유지하는 데 필수적인 역할을 한다.



[그림 4] 효소의 역할

(바) 인공 광합성은 식물의 엽록체가 빛에너지를 이용해 이산화 탄소와 물을 포도당으로 전환하는 광합성을 모방한 기술이다. 인공 광합성에서는 광촉매와 같은 물질을 활용하여 광합성과 유사한 과정을 거치지만, 최종적으로 생산되는 것은 포도당이 아니라 수소, 메탄올, 에탄올, 아세트이트, 일산화 탄소와 같은 유용한 화합물이다. 이때 사용되는 광촉매는 주로 금속 산화물, 반도체 물질, 특정 나노 물질로 구성되어 있으며, 이들은 빛에너지를 효과적으로 흡수하고 그 에너지를 반응물에 전달한다. 이를 통해 반응물의 에너지가 높아지기 때문에, 실질적으로 반응에 필요한 활성화 에너지가 낮아지는 것과 같은 효과를 보인다.

교과목 통합(문제 3)

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

【3-1】 제시문 (가), (나)의 내용을 참고하여 다음 물음에 답하시오.

(1) [그림 2]의 송신원에서 진동수가 50 Hz인 음파를 방출하고, 수면 법선에 대해 45°를 이루는 음파를 추적한다고 가정하자. 음파가 1,500 m/s의 속력으로 해수에서 진행하여 수면에 대해 15°의 경사를 가진 평탄한 지층 경계에서 임계 굴절된다. 아래 표를 참고하여 해당 지층의 음파 속력을 구하시오 (단, 소수점 둘째 자리에서 반올림하시오). (15점)

$\theta(^{\circ})$	$\frac{1}{\sin \theta}$
15	3.86
20	2.92
25	2.37
30	2.00
35	1.74
40	1.56
45	1.41

(2) 만약 [그림 2]에서 음파의 진동수를 100 Hz로 증가시켜 방출한다면, 해수에서 지층으로 굴절되는 음파의 굴절각, 속력, 파장 중 변하는 요소가 무엇인지 설명하시오. 변하는 요소의 값을 구하여 (1)번 경우와 비교하시오. (10점)

【3-2】 제시문 (나), (다)의 내용을 참고하여 다음 물음에 답하시오.

(1) [그림 3]의 A, B 지역에서 각각 조사를 완료하여 해저면에 위치한 암석을 분석하였다. <보기>의 암석 중 A, B 지역 해저면에 분포할 것으로 예상되는 암석을 각각 하나씩 고르고 그 이유를 설명하시오. (10점)

—<보기>—
반려암, 현무암, 사암, 석회암

(2) [그림 3]의 A, B 지역 지하에서는 서로 다른 과정으로 현무암질 마그마가 생성될 수 있다. 각 지역 지하에서 현무암질 마그마가 생성되는 과정을 비교하시오. (20점)

【3-3】 제시문 (라), (마)와 아래 내용을 참고하여 다음 물음에 답하시오.

광합성과 세포 호흡은 생명체 내에서 발생하는 대표적인 산화 환원 반응이다. 빛 의존적 반응인 광합성은 식물의 엽록체에서 일어난다. 광합성은 빛에너지를 흡수하여 이산화 탄소와 물로부터 포도당($C_6H_{12}O_6$)을 합성하고 부산물로 산소를 생성하는 과정이다. 세포 호흡이 일어나면 포도당이 산소와 반응하여 물과 이산화 탄소가 분해되고 에너지가 생성된다.

(1) 광합성과 세포 호흡 과정의 화학 반응식을 각각 쓰고, 그 과정에서 산화되는 물질과 환원되는 물질은 각각 무엇인지 적으시오. (20점)

(2) 광합성과 세포 호흡 과정에서 화학 반응이 원활하게 진행되기 위해서는 효소가 필요하다. 효소의 역할을 활성화 에너지, 화학 반응 속도와 관련지어 설명하시오. (5점)

【3-4】 제시문 (바)의 내용을 참고하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 다음은 인공 광합성에서 일어나는 일련의 화학 반응의 한 예이다.

물의 분해 과정을 통해 산소와 수소가 생성되며, 이때 생성된 수소는 이산화 탄소의 환원 반응에 사용되어 메탄올(CH_3OH)과 산소를 생성한다.

위 내용에서 설명한 물의 분해와 메탄올 생성 과정의 화학 반응식을 각각 쓰시오. (15점)

(2) 광촉매의 주요 특징은 빛에너지를 흡수하여 화학 반응의 속도에 영향을 주는 것이다. 일반적으로 촉매를 이용한 반응은 반응물이 모두 소진될 때까지 중지하기 어려운 반면, 광촉매는 이를 조절하기 용이하다. 그 이유에 대하여 설명하시오. (5점)