2026학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드

[자연오후]

1. 일반정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="3">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="3">논술(논술우수자)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">해당 대학의 계열(과목)</td><td rowspan="2">자연계열</td><td rowspan="2">문항번호</td><td>□ 오전 ■ 오후</td></tr>
<tr><td>■ 1번 □ 2번 □ 3번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td colspan="2">수학Ⅱ, 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td colspan="2">함수의 극대와 극소, 함수의 곱의 미분법, 삼각함수의 도함수, 수열의 극한</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="3">30분 / 전체 100분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

함수의 극값을 이해하고, 삼각함수의 도함수를 구할 수 있는지 평가한다. 수열의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다.

(1-1) 함수의 극값을 이해하고, 삼각함수의 도함수와 함수의 곱의 미분법을 활용하여 주어진 함수를 미분할 수 있는지 평가한다. 수열의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다.

(1-2) 무리수 e의 정의를 활용하여 수열의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	■ 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정" ☐ 수학 ☐ 수학 Ⅰ ■ 수학 Ⅱ ■ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (가)	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학Ⅱ02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
제시문 (나)	[미적분] - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-01] 지수함수와 로그함수의 극한을 구할 수 있다.
문항 (1-1)	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [수학Ⅱ] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학Ⅱ02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. [미적분] - (1) 수열의 극한 - ① 수열의 극한 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.
문항 (1-2)	[미적분] - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-01] 지수함수와 로그함수의 극한을 구할 수 있다. [미적분] - (1) 수열의 극한 - ① 수열의 극한 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	이준열 외	천재교육	2020	67
	수학Ⅱ	류희찬 외	천재교과서	2020	64
	미적분	이준열 외	천재교육	2020	57
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	58

5. 문항 해설

(1-1) 삼각함수의 도함수와 함수의 곱의 미분법을 활용하여 주어진 함수 $f(x)$를 미분한다. 함수의 극값의 정의를 사용하여 수열 a_n을 구하고, 삼각함수의 덧셈정리와 수열의 극한의 성질을 활용하여 주어진 극한값을 구한다.

(1-2) 무리수 e의 정의와 수열의 극한의 성질을 활용하여 주어진 수열의 극한값을 구한다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(1-1)	함수 $f(x)$의 도함수를 계산하면	5점
	수열 a_n을 구하면	5점
	$f(x)$의 증가, 감소를 확인하여 $x=a_n$에서 극값을 갖는다는 것을 보이지 않으면	최대 2점 감점
	주어진 극한값을 구하면	5점
(1-2)	수열 b_n을 구하면	3점
	수열 $(1+\sqrt{n})b_n$의 극한을 무리수 e의 정의와 연관 지으면	6점
	수열 $(1+\sqrt{n})b_n$의 극한값을 구하면	6점

7. 예시 답안

(1-1) 제시문 (가)에 의하여, $0<x<\frac{\pi}{2}$인 실수 x에 대하여

$$f'(x)=n\sin^{n-1}x\cos^2x-\sin^{n+1}x=\sin^{n-1}x\left(n\cos^2x-\sin^2x\right)=\sin^{n-1}x\{(n+1)\cos^2x-1\}$$

이다. $f'(t)=0$이라 하면, $0<t<\frac{\pi}{2}$이므로 $\cos^2t=\frac{1}{n+1}$이다. 또한 $0<x<t$, $t<x<\frac{\pi}{2}$에서 $f'(x)$의 부호가 반대이므로, $f(x)$는 $x=t$에서 극값을 가지고 $a_n=t$이다. 또한 $0<a_n<\frac{\pi}{2}$이므로 $\cos a_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}}$이고 $\tan a_n=\frac{\sin a_n}{\cos a_n}=\frac{\sqrt{1-\cos^2 a_n}}{\cos a_n}=\sqrt{n}$이다. 삼각함수의 덧셈정리에 의하여

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\tan(2a_n)=\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\frac{2\tan a_n}{1-\tan^2 a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2n}{1-n}=-2$$

이다.

(1-2) $b_n=f(a_n)=\sin^n a_n\cos a_n=\left(\sqrt{\frac{n}{n+1}}\right)^n\frac{1}{\sqrt{n+1}}$이다.

$$(1+\sqrt{n})b_n=\left(\sqrt{\frac{n}{n+1}}\right)^n\times\frac{1+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}=\left(\frac{n+1}{n}\right)^{-\frac{n}{2}}\times\frac{1+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}=\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}^{-\frac{1}{2}}\times\frac{1+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}$$

이므로, 제시문 (나)에 의하여

$$\lim_{n\to\infty}(1+\sqrt{n})b_n=\lim_{n\to\infty}\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}^{-\frac{1}{2}}\times\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}=\frac{1}{\sqrt{e}}$$

이다.

2026학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드

[자연오후]

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술(논술우수자)		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	□ 오전 ■ 오후 □ 1번 ■ 2번 □ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학II, 미적분	
	핵심개념 및 용어	직선의 방정식, 극댓값	
예상 소요 시간	35분 / 전체 100분		

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

(2-1) 도형의 길이, 넓이 등을 좌표평면을 활용하여 계산하고 분석할 수 있는지 평가한다.

(2-2) (2-1)에서 구한 결과에 넓이가 1이라는 조건을 반영하여 정사각형의 넓이를 함수로 표현할 수 있는지 평가한다. 또한, 함수의 극댓값을 계산할 수 있는지 평가한다.

(2-3) 도형의 닮음을 이용하여 넓이를 구하고, 식 변형을 통하여 극댓값을 간단히 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	■ 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] “수학과 교육과정” ■ 수학 □ 수학Ⅰ ■ 수학Ⅱ ■ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (가)	[수학] - (2) 기하 - ② 직선의 방정식 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 (나)	[수학II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
문항 (2-1)	[수학] - (2) 기하 - ② 직선의 방정식 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다.
문항 (2-2)	[수학II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-06] 함수의 몫을 미분할 수 있다.
문항 (2-3)	[수학II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-06] 함수의 몫을 미분할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	권오남 외	㈜교학사	2020	118
	수학	이준열 외	천재교육	2020	124
	수학II	권오남 외	㈜교학사	2020	93
	수학II	이준열 외	천재교육	2020	88
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	97
	미적분	고성은 외	좋은책신사고	2020	77

5. 문항 해설

(2-1) 도형의 꼭짓점의 좌표를 구하고, 정사각형의 변의 길이를 구한 후 넓이를 계산한다.
(2-2) 삼각형의 넓이로부터 밑변과 높이의 관계를 파악한다. 넓이가 최대가 되는 경우를 구하기 위해 함수의 극댓값을 계산한다.
(2-3) 도형의 닮음을 활용하여 두 정사각형의 넓이 차를 유리함수로 표현하고, 이 함수의 극댓값을 계산하여 넓이의 차가 최대가 되는 경우를 구한다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(2-1)	직선 AB와 AC의 직선의 방정식을 구하면	3점
	정사각형 $PQRS$의 넓이를 구하면	7점
(2-2)	정사각형 $PQRS$의 넓이를 변 BC의 길이의 식으로 표현하면 (또는 정사각형 $PQRS$의 넓이를 $(b+c)$의 식으로 표현하면) (또는 정사각형 $PQRS$의 넓이를 a의 식으로 표현하면)	5점
	정사각형 $PQRS$의 넓이가 최대가 될 때 변 BC의 길이를 구하면	5점
(2-3)	정사각형 $XYZW$의 한 변의 길이, 또는 넓이를 구하면	5점
	넓이의 차가 최대가 될 때 d^2의 값을 구하면	10점

7. 예시 답안

(2-1) 두 점 A와 C를 지나는 직선의 방정식은 $y=-\frac{a}{c}x+a$이고 두 점 A와 B를 지나는 직선의 방정식은 $y=\frac{a}{b}x+a$이다. R과 S의 x좌표를 각각 r, s라 하면 P, Q의 좌표는 $P\left(s, \frac{a}{b}s+a\right)$, $Q\left(r, -\frac{a}{c}r+a\right)$이다.
$\overline{PS}=\overline{QR}$이므로

$$\frac{a}{b}s+a=-\frac{a}{c}r+a$$

이다. 따라서 $cs+br=0$. 또한, $\overline{QR}=\overline{SR}$이므로

$$-\frac{a}{c}r+a=r-s=r+\frac{br}{c}$$

이다. 따라서 $r=\frac{ac}{a+b+c}$, $s=-\frac{ab}{a+b+c}$이고 정사각형 $PQRS$의 변의 길이는 $\frac{a(b+c)}{a+b+c}$이다. 따라서 넓이는 $\frac{a^2(b+c)^2}{(a+b+c)^2}$이다.

(2-2) 삼각형 ABC의 변 BC의 길이를 x라 하자. 그러면 (2-1)에서 $\overline{BC}=b+c=x$이고 삼각형 ABC의 넓이가 1이므로 $a=\frac{2}{x}$이다. 이를 (2-1)에서 구한 정사각형 $PQRS$의 넓이에 대입하면 $\left(\frac{2x}{x^2+2}\right)^2$이 된다. 넓이가 최대가 되는 x를 구하기 위해서 $f(x)=\frac{2x}{x^2+2}$가 최대가 되는 x를 구하면 된다. (단, $x>0$) $f'(x)=\frac{-2x^2+4}{(x^2+2)^2}$이므로 $f'(x)=0$의 해는 $x=\pm\sqrt{2}$이다. $x>0$이므로 증감 관계를 확인하면 $f(x)$는 $x=\sqrt{2}$에서 극댓값 $\frac{\sqrt{2}}{2}$를 갖는다.

(별해) $f(x)=\frac{2x}{x^2+2}$에서 x가 양수이므로 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 $f(x)$의 최댓값을 구할 수 있다. $x^2+2\geq 2\sqrt{2}x$이므로 $f(x)\leq\frac{1}{\sqrt{2}}$이다. 등호는 $x^2=2$일 때 성립하므로, $x=\sqrt{2}$일 때 최댓값을 갖는다.

(2-3) (2-2)에서 선분 BC의 길이를 x라 할 때, $\overline{PQ}=\frac{2x}{x^2+2}$이다. 삼각형 ABC와 삼각형 APQ는 서로 닮음이고 닮음비가 $x:\frac{2x}{x^2+2}$이다. 따라서 XY의 길이는 $\overline{PQ}\cdot\frac{\overline{PQ}}{\overline{BC}}=\frac{4x}{(x^2+2)^2}$이고 사각형 $XYZW$의 넓이는 $\frac{16x^2}{(x^2+2)^4}$이다. 그러므로 정사각형 $PQRS$와 $XYZW$의 넓이의 차는

$$g(x)=\left(\frac{2x}{x^2+2}\right)^2-\frac{16x^2}{(x^2+2)^4}$$

이고, 이 값이 최대가 되는 x의 값이 d가 된다. $x^2=y$라 하면 $g(x)$는 다음과 같이 y의 식으로 나타낼 수 있다.

$$h(y)=\frac{4y}{(y+2)^2}-\frac{16y}{(y+2)^4}=\frac{4(y^3+4y^2)}{(y+2)^4}\quad(y>0)$$

함수 $h(y)$가 최대가 되는 y의 값이 d^2이다.

$$h'(y)=\frac{-4y(y^2+2y-16)}{(y+2)^5}\quad(y>0)$$

이므로 $h(y)$는 $y=-1+\sqrt{17}$에서 극값을 갖고, $y<-1+\sqrt{17}$이면 $h'(y)>0$이고 $y>-1+\sqrt{17}$이면 $h'(y)<0$이므로 $h(y)$는 $y=-1+\sqrt{17}$에서 최댓값을 갖는다. 그러므로 $d^2=-1+\sqrt{17}$이다.

2026학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드

[자연오후]

1. 일반정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="3">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="3">논술(논술우수자)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">해당 대학의 계열(과목)</td><td rowspan="2">자연계열</td><td rowspan="2">문항번호</td><td>□ 오전 ■ 오후</td></tr>
<tr><td>□ 1번 □ 2번 ■ 3번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td colspan="2">수학Ⅱ, 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td colspan="2">정적분의 치환적분법, 미분계수, 삼각함수의 극한</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="3">35분 / 전체 100분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

삼각함수의 공식과 정적분의 치환적분법을 이해하고, 정적분의 값을 계산할 수 있는지 평가한다. 함수의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다.

(3-1) 삼각함수의 공식을 활용하여 정적분의 값을 계산할 수 있는지 평가한다.

(3-2) 정적분의 치환적분법을 활용하여 정적분의 값을 계산할 수 있는지 평가한다.

(3-3) 미분계수의 정의와 적분과 미분의 관계를 이해하고, 삼각함수의 극한값을 계산할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	■ 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] “수학과 교육과정” ☐ 수학 ☐ 수학Ⅰ ■ 수학Ⅱ ■ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (가)	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
제시문 (나)	[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다.
문항 (3-1)	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
문항 (3-2)	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문항 (3-3)	[수학Ⅱ] - (3) 미분 - ① 미분계수 [12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. [수학Ⅱ] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. [미적분] - (3) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-04] 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	이준열 외	천재교육	2020	151
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	168
	수학Ⅱ	이준열 외	천재교육	2020	125
	수학Ⅱ	류희찬 외	천재교과서	2020	127

5. 문항 해설

(3-1) $(\tan x)' = \sec^2 x$와 $(\sec x)' = \sec x \tan x$를 사용하여 주어진 정적분의 값을 구한다.
(3-2) $t = \pi - y$로 치환하여 주어진 정적분의 값을 구한다.
(3-3) 미분계수의 정의와 적분과 미분의 관계를 활용하여 주어진 극한값을 계산한다. (3-2)의 결과를 사용하여 $f(\pi)$를 삼각함수의 극한으로 표현하고 이 극한값을 구한다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(3-1)	함수의 분자와 분모에 $1-\sin t$를 곱하여 식을 변형하면	3점
	$\sin^2 t+\cos^2 t=1$을 활용하여 주어진 함수를 $\sec^2 t+\sec t\tan t$로 변형하면	3점
	$\sec^2 t+\sec t\tan t$의 적분값을 구하면	4점
(3-2)	정적분의 치환적분법을 사용하여 주어진 정적분을 $\int_0^x \frac{\sin t}{1+\sin t}dt$에 관한 식으로 표현하면	5점
	주어진 정적분의 값을 구하면	5점
(3-3)	미분계수의 정의와 적분과 미분의 관계를 사용하여 주어진 극한값을 구하면	3점
	이를 활용하여 $\lim_{h\to 0+}\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt=0$ 임을 확인하면	4점
	$f(\pi)=\int_0^{\frac{\pi}{2}-h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}+h}^{\pi}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt$로 표현하면	4점
	삼각함수의 극한값을 계산하여 $f(\pi)$를 구하면	4점
	$\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt$를 고려하지 않고 $f(\pi)$의 값을 구하면	최대 4점 감점

7. 예시 답안

(3-1) $0<a<\frac{\pi}{2}$인 실수 a에 대하여,

$$\int_0^a \frac{1}{1+\sin t}dt=\int_0^a \frac{1-\sin t}{(1+\sin t)(1-\sin t)}dt=\int_0^a \frac{1-\sin t}{1-\sin^2 t}dt=\int_0^a \frac{1-\sin t}{\cos^2 t}dt$$

$$=\int_0^a(\sec^2 t-\tan t\sec t)dt=[\tan t-\sec t]_0^a=\tan a-\sec a+1$$

이다.

(3-2) $0<a<\frac{\pi}{2}$인 실수 a에 대하여, 제시문 (가)에 의하여 $(t=\pi-y)$

$$\int_0^a \frac{t\sin t}{1+\sin t}dt=\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{(\pi-y)\sin y}{1+\sin y}dy=\pi\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{\sin y}{1+\sin y}dy-\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{y\sin y}{1+\sin y}dy$$

이다. (3-1)과 제시문 (가)에 의하여 $(y=\pi-t)$

$$\int_0^a \frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt=\pi\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{\sin y}{1+\sin y}dy=\pi\int_0^a\frac{\sin t}{1+\sin t}dt$$

$$=\pi\int_0^a\left(1-\frac{1}{1+\sin t}\right)dt=\pi a-\pi\int_0^a\frac{1}{1+\sin t}dt$$

$$=\pi(a-\tan a+\sec a-1)$$

이다.

(3-3) 미분계수의 정의와 적분과 미분의 관계에 의하여,

$$\lim_{h\to 0+}\frac{1}{2h}\left(f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)\right)=\lim_{h\to 0+}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2h}+\lim_{h\to 0+}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2(-h)}=f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}}{1+\sin\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}$$

이다. 따라서

$$\lim_{h\to 0+}\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt=\lim_{h\to 0+}\left(f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)\right)=0$$

이다. 제시문 (나)와 (3-2)에 의하여 ($a=\frac{\pi}{2}-h$)

$$f(\pi)=\lim_{h\to 0+}f(\pi)=\lim_{h\to 0+}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}-h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}+h}^{\pi}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt\right)$$

$$=\lim_{h\to 0+}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}-h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}+h}^{\pi}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt\right)+\lim_{h\to 0+}\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt$$

$$=\lim_{h\to 0+}\left\{\pi\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-\pi\tan\left(\frac{\pi}{2}-h\right)+\pi\sec\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-\pi\right\}$$

$$=\frac{\pi^2}{2}-\pi-\pi\lim_{h\to 0+}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-h\right)}=\frac{\pi^2}{2}-\pi-\pi\lim_{h\to 0+}\frac{\cos h-1}{\sin h}$$

$$=\frac{\pi^2}{2}-\pi-\pi\lim_{h\to 0+}\frac{(\cos h-1)(\cos h+1)}{\sin h\,(\cos h+1)}=\frac{\pi^2}{2}-\pi+\pi\lim_{h\to 0+}\frac{\sin h}{\cos h+1}=\frac{\pi^2}{2}-\pi$$

이다.

2026학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드

[자연오후-의예과]

1. 일반정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="3">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="3">논술(논술우수자)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">해당 대학의 계열(과목)</td><td rowspan="2">자연계열</td><td rowspan="2">문항번호</td><td>□ 오전 ■ 오후(의예과)</td></tr>
<tr><td>■ 1번 □ 2번 □ 3번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td colspan="2">수학Ⅱ, 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td colspan="2">정적분의 치환적분법, 미분계수, 삼각함수의 극한</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="3">35분 / 전체 100분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

삼각함수의 공식과 정적분의 치환적분법을 이해하고, 정적분의 값을 계산할 수 있는지 평가한다. 함수의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다.

(1-1) 삼각함수의 공식을 활용하여 정적분의 값을 계산할 수 있는지 평가한다.

(1-2) 정적분의 치환적분법을 활용하여 정적분의 값을 계산할 수 있는지 평가한다.

(1-3) 미분계수의 정의와 적분과 미분의 관계를 이해하고, 삼각함수의 극한값을 계산할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	■ 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정" ☐ 수학 ☐ 수학 Ⅰ ■ 수학 Ⅱ ■ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (가)	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
제시문 (나)	[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다.
문항 (1-1)	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
문항 (1-2)	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문항 (1-3)	[수학Ⅱ] - (3) 미분 - ① 미분계수 [12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. [수학Ⅱ] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. [미적분] - (3) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-04] 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	이준열 외	천재교육	2020	151
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	168
	수학Ⅱ	이준열 외	천재교육	2020	125
	수학Ⅱ	류희찬 외	천재교과서	2020	127

5. 문항 해설

(1-1) $(\tan x)' = \sec^2 x$와 $(\sec x)' = \sec x \tan x$를 사용하여 주어진 정적분의 값을 구한다.
(1-2) $t = \pi - y$로 치환하여 주어진 정적분의 값을 구한다.
(1-3) 미분계수의 정의와 적분과 미분의 관계를 활용하여 주어진 극한값을 계산한다. (1-2)의 결과를 사용하여 $f(\pi)$를 삼각함수의 극한으로 표현하고 이 극한값을 구한다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(1-1)	함수의 분자와 분모에 $1-\sin t$를 곱하여 식을 변형하면	3점
	$\sin^2 t+\cos^2 t=1$을 활용하여 주어진 함수를 $\sec^2 t+\sec t\tan t$로 변형하면	3점
	$\sec^2 t+\sec t\tan t$의 적분값을 구하면	4점
(1-2)	정적분의 치환적분법을 사용하여 주어진 정적분을 $\int_0^x \frac{\sin t}{1+\sin t}dt$에 관한 식으로 표현하면	5점
	주어진 정적분의 값을 구하면	5점
(1-3)	미분계수의 정의와 적분과 미분의 관계를 사용하여 주어진 극한값을 구하면	3점
	이를 활용하여 $\lim_{h\to 0+}\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt=0$ 임을 확인하면	4점
	$f(\pi)=\int_0^{\frac{\pi}{2}-h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}+h}^{\pi}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt$로 표현하면	4점
	삼각함수의 극한값을 계산하여 $f(\pi)$를 구하면	4점
	$\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt$를 고려하지 않고 $f(\pi)$의 값을 구하면	최대 4점 감점

7. 예시 답안

(1-1) $0<a<\frac{\pi}{2}$인 실수 a에 대하여,

$$\int_0^a \frac{1}{1+\sin t}dt=\int_0^a \frac{1-\sin t}{(1+\sin t)(1-\sin t)}dt=\int_0^a \frac{1-\sin t}{1-\sin^2 t}dt=\int_0^a \frac{1-\sin t}{\cos^2 t}dt$$

$$=\int_0^a(\sec^2 t-\tan t\sec t)dt=[\tan t-\sec t]_0^a=\tan a-\sec a+1$$

이다.

(1-2) $0<a<\frac{\pi}{2}$인 실수 a에 대하여, 제시문 (가)에 의하여 $(t=\pi-y)$

$$\int_0^a \frac{t\sin t}{1+\sin t}dt=\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{(\pi-y)\sin y}{1+\sin y}dy=\pi\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{\sin y}{1+\sin y}dy-\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{y\sin y}{1+\sin y}dy$$

이다. (1-1)과 제시문 (가)에 의하여 $(y=\pi-t)$

$$\int_0^a \frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt=\pi\int_{\pi-a}^{\pi}\frac{\sin y}{1+\sin y}dy=\pi\int_0^a\frac{\sin t}{1+\sin t}dt$$

$$=\pi\int_0^a\left(1-\frac{1}{1+\sin t}\right)dt=\pi a-\pi\int_0^a\frac{1}{1+\sin t}dt$$

$$=\pi(a-\tan a+\sec a-1)$$

이다.

(1-3) 미분계수의 정의와 적분과 미분의 관계에 의하여,

$$\lim_{h\to 0+}\frac{1}{2h}\left(f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)\right)=\lim_{h\to 0+}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2h}+\lim_{h\to 0+}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2(-h)}=f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}}{1+\sin\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}$$

이다. 따라서

$$\lim_{h\to 0+}\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt=\lim_{h\to 0+}\left(f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)\right)=0$$

이다. 제시문 (나)와 (1-2)에 의하여 ($a=\frac{\pi}{2}-h$)

$$\begin{aligned}
f(\pi)&=\lim_{h\to 0+}f(\pi)=\lim_{h\to 0+}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}-h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}+h}^{\pi}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt\right)\\
&=\lim_{h\to 0+}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}-h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}+h}^{\pi}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt\right)+\lim_{h\to 0+}\int_{\frac{\pi}{2}-h}^{\frac{\pi}{2}+h}\frac{t\sin t}{1+\sin t}dt\\
&=\lim_{h\to 0+}\left\{\pi\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-\pi\tan\left(\frac{\pi}{2}-h\right)+\pi\sec\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-\pi\right\}\\
&=\frac{\pi^2}{2}-\pi-\pi\lim_{h\to 0+}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-h\right)}=\frac{\pi^2}{2}-\pi-\pi\lim_{h\to 0+}\frac{\cos h-1}{\sin h}\\
&=\frac{\pi^2}{2}-\pi-\pi\lim_{h\to 0+}\frac{(\cos h-1)(\cos h+1)}{\sin h\,(\cos h+1)}=\frac{\pi^2}{2}-\pi+\pi\lim_{h\to 0+}\frac{\sin h}{\cos h+1}=\frac{\pi^2}{2}-\pi
\end{aligned}$$

이다.

2026학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드

[자연오후-의예과]

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술(논술우수자)		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	□ 오전 ■ 오후(의예과) □ 1번 ■ 2번 □ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I	
	핵심개념 및 용어	지수함수, 로그함수, 평행이동, 대칭이동	
예상 소요 시간	35분 / 전체 100분		

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해하는지 평가한다.

(2-1) 평행이동의 의미를 이해하는지 평가한다.

(2-2) 직선 $y=x$에 대한 대칭이동의 의미를 이해하는지 평가한다.

(2-3) 지수함수와 로그함수의 그래프의 성질을 이해하여, 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	■ 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] “수학과 교육과정” ■ 수학 ■ 수학 Ⅰ □ 수학 Ⅱ □ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[수학Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - 2 지수함수와 로그함수 [12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
문항 (2-1)	[수학] - (2) 기하 - 4 도형의 이동 [10수학02-08] 평행이동의 의미를 이해한다.
문항 (2-2)	[수학] - (2) 기하 - 4 도형의 이동 [10수학02-09] 원점, x축, y축, 직선 $y=x$에 대한 대칭이동의 의미를 이해한다.
문항 (2-3)	[수학Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - 2 지수함수와 로그함수 [12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	박교식 외	동아출판	2020	143-151
	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2020	146-152
	수학 Ⅰ	고성은 외	좋은책 신사고	2020	40-45
	수학 Ⅰ	김원경 외	비상	2020	38-47

5. 문항 해설

이 문항은 지수함수와 로그함수의 그래프의 성질을 이해하여 선분의 길이와 사각형의 넓이를 구하는 문제이다.
(2-1) 직선의 방정식과 지수함수에 점 P의 좌표를 넣어 식이 성립함을 확인하여 점이 직선과 곡선의 교점임을 확인한다.
(2-2) 점 A가 구체적으로 주어졌을 때, 세 점 B, C, D를 구하여 두 선분 AC와 BD의 길이를 구한다.
(2-3) 평행사변형이 되는 조건을 통해, 점 A가 만족하는 조건을 구하여, 평행사변형의 밑변인 선분 AB의 길이를 구하여 평행사변형의 넓이를 구한다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(2-1)	점 P가 직선 CD 위에 있음을 보이면	5점
	점 P가 곡선 $y=2^{x-1}+4$ 위에 있음을 보이면	5점
(2-2)	점 B의 좌표를 구하면	2점
	점 C의 좌표를 구하면	2점
	점 D의 좌표를 구하면	2점
	선분 AC의 길이를 구하면	2점
	선분 BD의 길이를 구하면	2점
(2-3)	평행사변형일 조건인 $b-a=3$을 구하면	5점
	선분 AB의 길이(또는 선분 CD의 길이)를 구하면	5점
	두 직선 AB와 CD 사이의 거리를 구하면	5점
	사각형 $ABCD$의 넓이를 구하지 못했으면	최대 3점 감점

7. 예시 답안

(2-1) 직선 AB의 기울기는 -1이고 직선 AB는 점 $A(a,b)$를 지나므로, 직선 AB의 방정식은 $y=-(x-a)+b$이고 직선 CD의 방정식은

$$y=-(x-a)+(b+5) \qquad \cdots\cdots ㉠$$

이다. 점 $A(a,b)$는 곡선 $y=2^x$ 위의 점이므로 $b=2^a$이고,

$$b+4=2^{(a+1)-1}+4 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

이다. ㉠에 의하여 점 $P(a+1,b+4)$는 직선 CD 위에 있고, ㉡에 의하여 점 P는 곡선 $y=2^{x-1}+4$ 위에 있으므로, 점 P는 직선 CD와 곡선 $y=2^{x-1}+4$의 교점이다.

(2-2) $y=2^{x-1}+4$의 그래프와 $y=\log_2(x-4)+1$의 그래프는 직선 $y=x$에 의하여 대칭이므로, 점 C는 점 P를 대칭이동한 점이다. (2-1)에 의하여, 점 A의 좌표가 (a,b)이면 점 P의 좌표는 $(a+1,b+4)$이고 점 C는 $C(b+4,a+1)$이다. 점 B는 점 $A(a,b)$를 직선 $y=x$에 의하여 대칭이동한 점이므로 $B(b,a)$이고, 점 D는 점 $C(b+4,a+1)$에서 직선 $y=x$에 내린 수선의 발이므로 $D\left(\frac{a+b+5}{2}, \frac{a+b+5}{2}\right)$이다.

따라서 A의 좌표가 $(3,8)$이면 $a=3$, $b=8$이므로 $B(8,3)$, $C(12,4)$, $D(8,8)$이고,

$$\overline{AC}=\sqrt{(12-3)^2+(4-8)^2}=\sqrt{97},$$

$$\overline{BD}=\sqrt{(8-8)^2+(8-3)^2}=5$$

이다.

(2-3) 사각형 $ABCD$가 평행사변형이므로 사각형의 두 대각선 AC와 BD의 중점은 서로 같다.

$$\left(\frac{a+b+4}{2}, \frac{a+b+1}{2}\right)=\left(\frac{a+3b+5}{4}, \frac{3a+b+5}{4}\right)$$

그러므로 $b-a=3$이다. 선분 AB의 길이는

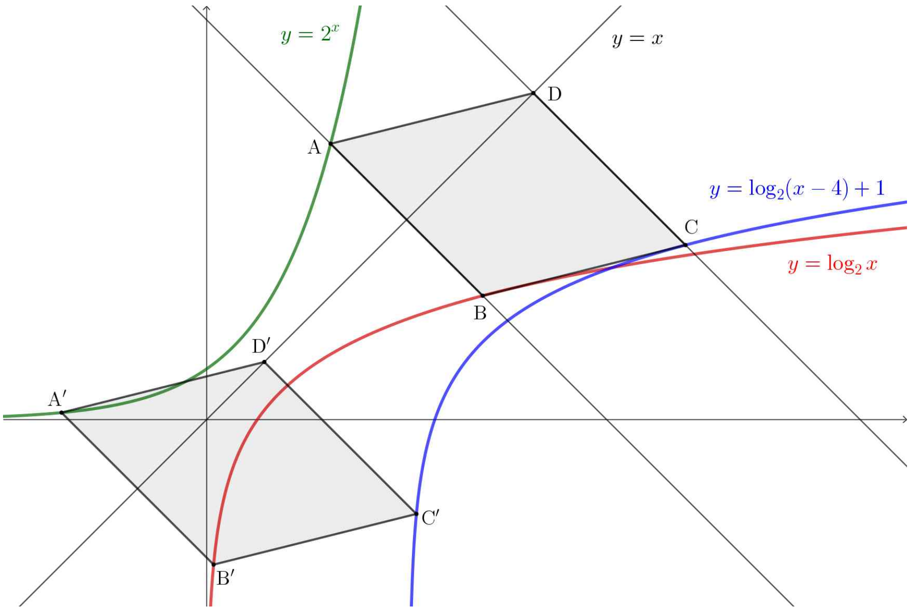
$$\overline{AB} = \sqrt{(a-b)^2+(b-a)^2} = |b-a| \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

이고, 두 직선 AB와 CD 사이의 거리는

$$\left|(\text{직선 } AB\text{의 } y\text{절편}) - (\text{직선 } CD\text{의 } y\text{절편})\right| \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

이므로, 사각형 $ABCD$의 넓이는 $3\sqrt{2} \times \frac{5}{2}\sqrt{2} = 15$이다.

참고. 주어진 조건을 만족하는 사각형 ABCD는 두 가지가 있고, 두 경우 모두 넓이는 15이다.



2026학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드

[자연오후-의예과]

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술(논술우수자)		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	□ 오전 ■ 오후(의예과)
			□ 1번 □ 2번 ■ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II	
	핵심개념 및 용어	미분가능, 증가, 감소	
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분		

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

주어진 사차함수로부터 최대, 최소를 포함한 표현으로 함수가 정의되었을 때, 함수의 증가, 감소와 미분가능성 등을 포함한 성질을 파악할 수 있는지 평가한다.

(3-1) 함수 $g(t)$의 식으로부터 사차함수 $p(x)$의 개형을 파악할 수 있는지 평가한다.

(3-2) 함수 $q(x)$에 대하여 정의된 함수 $h(t)$의 성질로부터 사차함수 $q(x)$를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	■ **교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정"** □ 수학 □ 수학Ⅰ ■ 수학Ⅱ □ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 1 미분계수 [12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
문항 (3-1)	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 3 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문항 (3-2)	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 1 미분계수 [12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	황선욱 외	미래앤	2020	53-59, 82-94
	수학Ⅱ	홍성복 외	지학사	2020	53-58, 83-93

5. 문항 해설

사차함수의 증가, 감소 등의 상황을 이해하여 최대, 최소 등으로 정의된 함수의 성질을 이용하여 원래의 사차함수를 구한다.

(3-1) $g(t)$가 구간별 식으로 주어졌을 때 사차함수 $p(x)$를 구한다.

(3-2) 주어진 함수의 미분가능성을 이용하여 사차함수 $q(x)$를 구한다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(3-1)	$p'(x)=4x(x-a)(x-3)$ (단, $0<a<3$)이라고 놓으면 (또는 $p(x)$가 $x=0$과 $x=3$에서 극솟값을 갖는 것을 파악하면)	4점
	$p(0)=p(2)$로부터 $p(x)=x^4-\frac{28}{5}x^3+\frac{36}{5}x^2+C$임을 구하면	4점
	$p(1)-p(0)=\frac{13}{5}$임을 구하면	2점
(3-2)	$q'(0)=0$임을 보이면	3점
	$q(x)$의 최고차항의 계수가 음수임을 증명하면	4점
	$q(x)$가 $x>0$일 때와 $x<0$일 때 최댓값이 모두 4임을 보이면	3점
	$q'(x)=cx(x-\alpha)(x-\beta)$라고 놓았을 때 $\alpha=-\beta$임을 보이면	4점
	$q(x)$의 식을 모두 구하면	6점

7. 예시 답안

(3-1) $g(t)$의 식으로부터 사차함수 $p(x)$의 그래프의 개형을 보면 $x=0$과 $x=3$에서 극솟값을 갖고, $p(0)=p(2)$임을 알 수 있다. 특히, $p(x)$는 $x=3$에서 최소이다.

$p'(x)=4x(x-a)(x-3)$ (단, $0<a<3$)이라고 놓을 수 있고,

$p(x)=x^4-\left(4+\frac{4a}{3}\right)x^3+6ax^2+C$이다. $p(0)=p(2)$이므로 $\frac{40}{3}a-16=0$이다.

그러므로 $a=\frac{6}{5}$이고 $p(x)=x^4-\frac{28}{5}x^3+\frac{36}{5}x^2+C$이다.

따라서 $p(1)-p(0)=\frac{13}{5}$이다.

(3-2) $q'(0)>0$이면 $\lim_{x\to 0+}h'(x)=1$, $\lim_{x\to 0-}h'(x)=0$이므로 좌극한

$$\lim_{x\to 0-}\frac{(q\circ h)(x)-q(0)}{x}=\lim_{x\to 0-}\frac{q(0)-q(0)}{x}=0$$

과 우극한

$$\lim_{x\to 0+}\frac{(q\circ h)(x)-q(0)}{x}=\lim_{x\to 0+}\frac{q(x)-q(0)}{x}=q'(0)$$

이 같지 않아서 함수 $(q\circ h)(x)$는 $x=0$에서 미분가능하지 않다. 마찬가지로 $q'(0)<0$이면 함수 $(q\circ h)(x)$는 $x=0$에서 미분가능하지 않다. 따라서 $q'(0)=0$이다.

먼저 사차함수 $q(x)$의 최고차항의 계수가 양수라고 가정하자. 사잇값의 정리에 의하여 $q(a)=q(b)=4$인 가장 큰 음수 a와 가장 작은 양수 b가 존재한다. $x\le a$ 또는 $x\ge b$이면 $(q\circ h)(x)=4$이므로, $x=a$와 $x=b$에서 $(q\circ h)(x)$가 미분가능하려면 $q'(a)=q'(b)=0$이어야 한다. 사차함수의 그래프의 개형으로부터 이는 가능하지 않다. 따라서 사차함수 $q(x)$의 최고차항의 계수는 음수이다.

구간 $[0,\infty)$에서 $q(x)$의 최댓값을 M이라 하자. 문제의 조건에서 $M\ge q(1)>q(0)$이고 $q(b)=M$인 양수 b에 대하여 $q'(b)=0$이다. 마찬가지로 구간 $(-\infty,0]$에서 $q(x)$가 $x=a$일 때 최대이면 $q'(a)=0$이다. $M<4$이면

잇값의 정리에 의하여 $q(\gamma)=-4$인 가장 작은 양수 γ가 존재하고 $x \geq \gamma$이면 $(q \circ h)(x)=-4$이므로, $x=\gamma$에서 $(q \circ h)(x)$가 미분가능하려면 $q'(\gamma)=0$이어야 한다. 사차함수는 4개의 서로 다른 점에서 미분값이 0이 될 수 없으므로 이는 가능하지 않다. 마찬가지로 $M>4$이면 $q(\gamma)=-4$ 또는 $q(\gamma)=4$인 가장 작은 양수 γ에 대하여 $q'(\gamma)=0$이어야 하고 이는 가능하지 않으므로 $M=4$이다. 같은 방법으로 구간 $(-\infty, 0]$에서 $q(x)$의 최댓값도 4임을 알 수 있다.

따라서 음수 α와 양수 β가 존재하여, $q'(x)=cx(x-\alpha)(x-\beta)$이고, $q(\alpha)=q(\beta)=4$이다. (단, $c<0$은 상수)

$q'(x)$를 적분하면 $q(0)=2$이므로, $q(x)=c\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{\alpha+\beta}{3}x^3+\frac{\alpha\beta}{2}x^2\right)+2$이다.

$$\begin{aligned} q(\alpha)-q(\beta) &= c\left\{\frac{1}{4}(\alpha^4-\beta^4)-\frac{\alpha+\beta}{3}(\alpha^3-\beta^3)+\frac{\alpha\beta}{2}(\alpha^2-\beta^2)\right\} \\ &= \frac{c}{12}(\alpha-\beta)\{3(\alpha+\beta)(\alpha^2+\beta^2)-4(\alpha+\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)+6\alpha\beta(\alpha+\beta)\} \\ &= \frac{c}{12}(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)\{3(\alpha^2+\beta^2)-4(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)+6\alpha\beta\} \\ &= -\frac{c}{12}(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)^3=0 \end{aligned}$$

이므로, $\alpha=-\beta$이고, $q(x)=c\left(\frac{x^4}{4}-\frac{\beta^2}{2}x^2\right)+2$이다.

$q(\beta)=-\frac{\beta^4 c}{4}+2=4$이므로, $c=-\frac{8}{\beta^4}$이다. $q(1)=\frac{23}{8}$이므로, $-\frac{8}{\beta^4}\left(\frac{1}{4}-\frac{\beta^2}{2}\right)+2=\frac{23}{8}$이고, 이를 정리하면

$7\beta^4-32\beta^2+16=(\beta^2-4)(7\beta^2-4)=0$이므로, $\beta^2=4$ 또는 $\beta^2=\frac{4}{7}$이다.

각각의 경우 $q(x)=-\frac{x^4}{8}+x^2+2$ 또는 $q(x)=-\frac{49}{8}x^4+7x^2+2$이다.