

논술고사 문제지(오후)

(자연계열) : 100분

모집단위		전형유형	논술(논술우수자)
수험번호		성명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 100분, 배점은 100점 만점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하십시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하십시오.(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가)
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하십시오.(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가)
5. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
6. 본인이 지원한 모집단위에 해당하는 문항을 선택하여 답안을 작성하십시오.

(다른 모집단위 문항의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함시키시오.



인하대학교
INHA UNIVERSITY

[자연계열 - 일반]

(의예과 제외)

 의예과는 4쪽부터 푸시오.

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (함수의 곱의 미분법)

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 미분가능할 때,

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

(나) (무리수 e)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

(※) 자연수 n 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \sin^n x \cos x$$

는 $x = a_n$ ($0 < a_n < \frac{\pi}{2}$)에서 극값 b_n 을 갖는다.

(1-1) 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \tan(2a_n)$ 의 값을 구하시오. [15점]

(1-2) 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \sqrt{n})b_n$ 의 값을 구하시오. [15점]

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

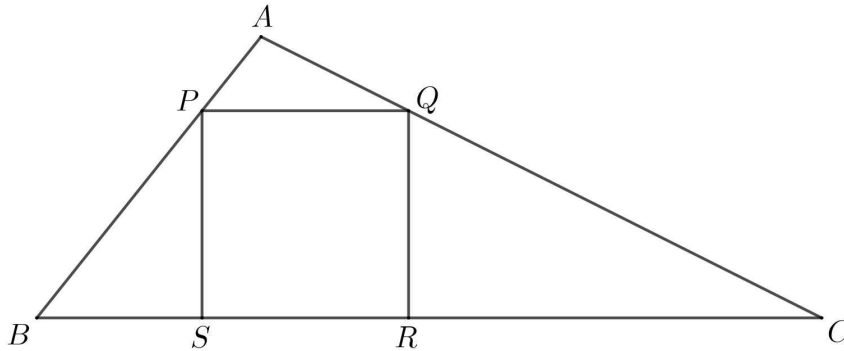
[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) $x_1 \neq x_2$ 일 때, 두 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

(나) 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(\alpha) = 0$ 일 때, $x = \alpha$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = \alpha$ 에서 극대이고, 극댓값 $f(\alpha)$ 를 갖는다.

(※) 그림과 같이 삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위에 각각 점 P, Q 가 있고, 변 BC 위에 두 점 R, S 가 있고, 사각형 $PQRS$ 는 정사각형을 이룬다. (단, 두 각 B 와 C 는 예각이다.)



(2-1) 양의 실수 a, b, c 에 대하여 삼각형 ABC 의 세 꼭짓점의 좌표를 각각 $A(0, a), B(-b, 0), C(c, 0)$

이라 할 때, 정사각형 $PQRS$ 의 넓이를 a, b, c 의 식으로 나타내시오. [10점]

(2-2) 삼각형 ABC 의 넓이가 1이다. 정사각형 $PQRS$ 의 넓이가 최대일 때, 변 BC 의 길이를 구하시오. [10점]

(2-3) 삼각형 ABC 의 넓이가 1이다. 선분 AP 위의 점 X 에서 선분 PQ 위에 내린 수선의 발을 W , 선분 AQ 위의 점 Y 에서 선분 PQ 위에 내린 수선의 발을 Z 라 할 때, 사각형 $XYZW$ 는 정사각형을 이룬다. 정사각형 $PQRS$ 와 정사각형 $XYZW$ 의 넓이의 차이가 최대일 때, 변 BC 의 길이를 d 라 하자. d^2 의 값을 구하시오. [15점]

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (정적분의 치환적분법)

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 에 대하여 $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$ 일 때 도함수 $g'(t)$ 가 α, β 를 포함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x) dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t) dt$$

(나) (나누어진 구간에서의 정적분)

임의의 세 실수 a, b, c 를 포함하는 구간에서 함수 $f(t)$ 가 연속일 때

$$\int_a^c f(t) dt + \int_c^b f(t) dt = \int_a^b f(t) dt$$

(3-1) $0 < a < \frac{\pi}{2}$ 인 실수 a 에 대하여

$$\int_0^a \frac{1}{1 + \sin t} dt$$

를 구하시오. [10점]

(3-2) $0 < a < \frac{\pi}{2}$ 인 실수 a 에 대하여

$$\int_0^a \frac{t \sin t}{1 + \sin t} dt + \int_{\pi-a}^\pi \frac{t \sin t}{1 + \sin t} dt$$

를 구하시오. [10점]

(3-3) $0 \leq x \leq \pi$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x) = \int_0^x \frac{t \sin t}{1 + \sin t} dt$ 라 할 때, 극한

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{1}{2h} \left(f\left(\frac{\pi}{2} + h\right) - f\left(\frac{\pi}{2} - h\right) \right)$$

의 값을 구한 후, $f(\pi)$ 의 값을 구하시오. [15점]

[자연계열 - 의예과]

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 1] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (정적분의 치환적분법)

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 에 대하여 $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$ 일 때 도함수 $g'(t)$ 가 α, β 를 포함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x) dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t) dt$$

(나) (나누어진 구간에서의 정적분)

임의의 세 실수 a, b, c 를 포함하는 구간에서 함수 $f(t)$ 가 연속일 때

$$\int_a^c f(t) dt + \int_c^b f(t) dt = \int_a^b f(t) dt$$

(1-1) $0 < a < \frac{\pi}{2}$ 인 실수 a 에 대하여

$$\int_0^a \frac{1}{1 + \sin t} dt$$

를 구하시오. [10점]

(1-2) $0 < a < \frac{\pi}{2}$ 인 실수 a 에 대하여

$$\int_0^a \frac{t \sin t}{1 + \sin t} dt + \int_{\pi-a}^\pi \frac{t \sin t}{1 + \sin t} dt$$

를 구하시오. [10점]

(1-3) $0 \leq x \leq \pi$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x) = \int_0^x \frac{t \sin t}{1 + \sin t} dt$ 라 할 때, 극한

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{1}{2h} \left(f\left(\frac{\pi}{2} + h\right) - f\left(\frac{\pi}{2} - h\right) \right)$$

의 값을 구한 후, $f(\pi)$ 의 값을 구하시오. [15점]

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

일반적으로 $a > 0$, $a \neq 1$ 일 때, 로그함수 $y = \log_a x$ 의 그래프는 지수함수 $y = a^x$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

(※) 곡선 $y = 2^x$ 위의 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 하고, 곡선 $y = \log_2(x-4)+1$ 위의 점 C 에서 직선 $y = x$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 네 점 A, B, C, D 는

$$(\text{직선 } AB \text{의 } y\text{절편}) = (\text{직선 } CD \text{의 } y\text{절편}) - 5$$

를 만족한다.

(2-1) 점 A 의 좌표가 (a, b) 일 때, 점 $P(a+1, b+4)$ 는 직선 CD 와 곡선 $y = 2^{x-1} + 4$ 의 교점임을 보이시오. [10점]

(2-2) 점 A 의 좌표가 $(3, 8)$ 일 때, 두 선분 AC 와 BD 의 길이를 구하시오. [10점]

(2-3) 사각형 $ABCD$ 가 평행사변형일 때, 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 구하시오. [15점]

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 3] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

함수 $f(x)$ 에 대하여 좌극한 $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 와 우극한 $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 가 각각 존재하고, 그 값이 서로 같다면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 미분가능하다고 한다.

(3-1) 사차함수 $p(x)$ 의 최고차항의 계수가 1이다. 실수 t 에 대하여 다음 조건을 만족하는 실수 α 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자.

구간 $(-\infty, t]$ 에서 $p(x)$ 는 $x = \alpha$ 일 때 최솟값을 갖는다. (단, $\alpha \leq t$)

함수 $g(t)$ 가

$$g(t) = \begin{cases} t & (t < 0) \\ 0 & (0 \leq t < 2) \\ t & (2 \leq t < 3) \\ 3 & (t \geq 3) \end{cases}$$

이 되도록 하는 $p(x)$ 에 대하여, $p(1) - p(0)$ 의 값을 구하시오. [10점]

(3-2) 사차함수 $q(x)$ 는 $q(0) = 2$, $q(1) = \frac{23}{8}$ 을 만족하고, 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = -\cos \frac{\pi q(x)}{4}$$

이다. 함수 $h(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 다음과 같이 정의한다.

- (i) $h(0) = 0$
- (ii) $t > 0$ 이면, 구간 $[0, t]$ 에서 $f(x)$ 가 $x = \alpha$ 일 때 최댓값을 갖도록 하는 α 중 최솟값이 $h(t)$ 이다. (단, $0 \leq \alpha \leq t$)
- (iii) $t < 0$ 이면, 구간 $[t, 0]$ 에서 $f(x)$ 가 $x = \alpha$ 일 때 최댓값을 갖도록 하는 α 중 최댓값이 $h(t)$ 이다. (단, $t \leq \alpha \leq 0$)

합성함수 $(q \circ h)(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 사차함수 $q(x)$ 를 모두 구하시오. [20점]

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

