2025학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드

[자연_오후]

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	□ 오전 ■ 오후
			■ 1번 □ 2번 □ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미적분	
	핵심개념 및 용어	삼각형의 넓이, 함수의 극대, 극소, 최대, 최소	
예상 소요 시간	(30) 분 / 전체 120분		

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

삼각함수의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 함수로 나타내고, 함수의 미분을 이용하여 함수의 극대, 극소, 최대, 최소를 구할 수 있는지 평가한다.

(1-1) 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 함수로 나타낼 수 있는지 평가한다.

(1-2) 함수의 미분을 이용하여 함수의 극대, 극소를 판정할 수 있는지 평가한다.

(1-3) 함수의 최대, 최소를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	☐ **교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정"** ☐ 수학 ■ 수학Ⅰ ■ 수학Ⅱ ■ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (가)	[수학Ⅰ] - (2) 삼각함수 - ⓵ 삼각함수 [12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
제시문 (나)	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ⓷도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
문항 (1-1)	[수학Ⅰ] - (2) 삼각함수 - ⓵ 삼각함수 [12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문항 (1-2)	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ⓷도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
문항 (1-3)	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ⓷ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅰ	홍성복 외	지학사	2020	102
	수학Ⅰ	박교식 외	동아출판	2020	91
	수학Ⅱ	홍성복 외	지학사	2020	145
	수학Ⅱ	황선욱 외	미래엔	2020	140
기타					

5. 문항 해설

(1-1) P, Q의 위치에 따라 x의 구간을 3개로 나누고, 각 구간에 대하여 삼각함수를 이용하여 삼각형의 넓이 $S(x)$를 구한다.
(1-2) 삼각형의 넓이를 나타내는 함수 $S(x)$의 미분값을 3개의 구간에 따라 각각 구한다. $S'(x)$의 부호를 따져 $S(x)$가 증가하거나 감소하는 구간을 밝히고 그에 따라 극대, 극소를 판정한다.
(1-3) 앞에서 판정한 $S(x)$의 극대, 극소와 양 끝점에서의 값들을 비교함으로써 최댓값과 최솟값을 구한다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(1-1)	3가지 경우로 올바르게 나누면	2점
	3가지 경우에 대하여 각각 $\overline{AP}$, $\overline{AQ}$를 구하면	3점
	3가지 경우에 대하여 각각 $S(x)$를 구하면	5점
(1-2)	3가지 경우에 대하여 각각 $S'(x)$를 구하면	4점
	$S'(x)$가 양수 또는 음수가 되는 구간을 찾으면	3점
	극대, 극소를 구하면	3점
(1-3)	극솟값 $S\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{100}{3}$이 최솟값이 아님을 밝히면	3점
	최솟값을 가질 때의 x의 값을 구하면	3점
	최댓값을 가질 때의 x의 값을 구하면	4점

7. 예시 답안

(1-1) 다음 세 가지 경우로 나눌 수 있다.

(i) P, Q가 모두 변 BC 위에 있을 때 $(0 \le x \le \frac{\pi}{12})$,

$\overline{AP}=\frac{10}{\cos x}$이고 $\overline{AQ}=\frac{10}{\cos(x+\frac{\pi}{6})}$이다. 따라서 제시문 (나)에 의해 $S(x)=\frac{25}{\cos x\cos(x+\frac{\pi}{6})}$이다.

(ii) P는 변 BC 위에 있고 Q는 변 CD 위에 있을 때 $(\frac{\pi}{12}\le x \le \frac{\pi}{4})$,

$\overline{AP}=\frac{10}{\cos x}$이고 $\overline{AQ}=\frac{10}{\cos(\frac{\pi}{3}-x)}$이다. 따라서 $S(x)=\frac{25}{\cos x\cos(\frac{\pi}{3}-x)}$이다.

(iii) P, Q가 모두 변 CD 위에 있을 때 $(\frac{\pi}{4}\le x \le \frac{\pi}{3})$,

$\overline{AP}=\frac{10}{\cos(\frac{\pi}{2}-x)}=\frac{10}{\sin x}$, $\overline{AQ}=\frac{10}{\cos(\frac{\pi}{3}-x)}$이다. 따라서 $S(x)=\frac{25}{\sin x\cos(\frac{\pi}{3}-x)}$이다.

결론적으로,

$$S(x)=\begin{cases}\dfrac{25}{\cos x\cos(x+\frac{\pi}{6})} & (0\le x\le\frac{\pi}{12})\\ \dfrac{25}{\cos x\cos(\frac{\pi}{3}-x)} & (\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{\pi}{4})\\ \dfrac{25}{\sin x\cos(\frac{\pi}{3}-x)} & (\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{3})\end{cases}$$

(1-2) $S'(x)$를 각 구간에서 계산하면

$$S'(x)=\begin{cases}\dfrac{25\sin(2x+\frac{\pi}{6})}{\cos^2 x\cos^2(x+\frac{\pi}{6})} & (0\le x<\frac{\pi}{12})\\ \dfrac{25\sin(2x-\frac{\pi}{3})}{\cos^2 x\cos^2(\frac{\pi}{3}-x)} & (\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{4})\\ \dfrac{-25\cos(2x-\frac{\pi}{3})}{\sin^2 x\cos^2(\frac{\pi}{3}-x)} & (\frac{\pi}{4}<x\le\frac{\pi}{3})\end{cases}$$

이다. $S'(x)$를 살펴보면,

(i) $0\le x<\frac{\pi}{12}$일 때 $S'(x)>0$이므로 $S(x)$는 증가한다.

(ii) $\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{4}$일 때 $S'(\frac{\pi}{6})=0$이며, $\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{6}$일 때 $S'(x)<0$이고 $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{4}$일 때 $S'(x)>0$이므로 $S(x)$는 $x=\frac{\pi}{6}$일 때 극솟값을 갖는다.

(iii) $\frac{\pi}{4}<x\le\frac{\pi}{3}$일 때 $S'(x)<0$이므로 $S(x)$는 감소한다.

이것으로부터 $x=\frac{\pi}{12}$일 때와 대칭적으로 $x=\frac{\pi}{4}$일 때 극댓값을 갖는다는 것을 알 수 있다.

(1-3) (1-2)에서 살펴본 대로 $x=\frac{\pi}{12}$일 때와 $x=\frac{\pi}{4}$일 때 $S(x)$가 최댓값을 갖는다는 것을 알 수 있다. 한편 $S(x)$는 $x=\frac{\pi}{6}$일 때 극솟값을 갖지만 $S(\frac{\pi}{6})=\frac{100}{3}$이고 $S(0)=S(\frac{\pi}{3})=\frac{50}{\sqrt{3}}$인데, $\frac{100}{3}>\frac{50}{\sqrt{3}}$이므로 $x=0$일 때와 $x=\frac{\pi}{3}$일 때 $S(x)$가 최솟값을 갖는다.

2025학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드

[자연_오후]

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	□ 오전 ■ 오후
			□ 1번 ■ 2번 □ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅱ, 미적분	
	핵심개념 및 용어	접선의 방정식, 정적분의 활용	
예상 소요 시간	(40) 분 / 전체 120분		

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

곡선의 접선의 식을 구할 수 있는지 평가한다. 두 곡선 사이의 도형의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다.
(2-1) 두 곡선이 한 점에서 만나는 조건과 접선의 기울기가 같다는 조건을 이해하는지 평가한다.
(2-2) 곡선의 접선의 식을 구할 수 있는지 평가한다.
(2-3) 두 곡선 사이의 도형의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다.
.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	☐ **교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정"** ☐ 수학 ☐ 수학Ⅰ ■ 수학Ⅱ ■ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 (가)	[수학Ⅱ] - (1) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 (나)	[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문항 (2-1)	[수학Ⅱ] - (1) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문항 (2-2)	[수학Ⅱ] - (1) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문항 (2-3)	[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	홍성복 외	지학사	2020	76, 86
	수학Ⅱ	황선욱 외	미래엔	2020	73, 85

5. 문항 해설

(2-1) 두 곡선이 한 점에서 만나는 조건과 접선의 기울기가 같다는 조건을 식으로 나타내고 그것을 이용하여 a와 b의 관계식을 구한다.

(2-2) 두 곡선에 모두 접하는 곡선의 식을 구하고 그것이 a와 관계없이 항상 $(0,\ \frac{2}{3})$를 지남을 보인다.

(2-3) 접선에 의해 생기는 두 도형의 넓이를 각각 정적분을 이용하여 구한 후, 두 도형의 넓이가 같음을 확인한다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(2-1)	두 곡선이 한 점에서 만나는 조건과 그 점에서의 미분계수가 같다는 조건을 식으로 쓰면	4점
	관계식을 구하면	6점
(2-2)	P의 좌표를 구하면	3점
	접선의 방정식을 구하면	4점
	항상 $(0,\ \frac{2}{3})$을 지남을 밝히면	3점
(2-3)	윗도형의 넓이를 구하면	6점
	아랫도형의 넓이를 구하면	6점
	두 도형의 넓이가 항상 같음을 서술하면	3점

7. 예시 답안

(2-1) 점 P에서는 두 함수의 함숫값이 같고 미분계수도 같다. 따라서 이 점에서는 두 개의 등식 $\frac{a}{3}x^2+1=b\sqrt{x}$와 $\frac{2a}{3}x=\frac{b}{2\sqrt{x}}$가 성립한다.

먼저, $\frac{2a}{3}x=\frac{b}{2\sqrt{x}}$로부터 $b=\frac{4a}{3}x^{\frac{3}{2}}$을 얻는다. 이것을 $\frac{a}{3}x^2+1=b\sqrt{x}$에 대입하면 $x=\frac{1}{\sqrt{a}}=a^{-\frac{1}{2}}$이다. 따라서 $b=\frac{4}{3}a^{\frac{1}{4}}$이 된다.

(2-2) 점 P의 x좌표는 $x=\frac{1}{\sqrt{a}}$이므로 $P=(\frac{1}{\sqrt{a}},\ \frac{4}{3})$이다. 이 점에서의 접선의 기울기, 즉 미분계수는 $\frac{2\sqrt{a}}{3}$이다. 따라서 접선의 방정식은 $y-\frac{4}{3}=\frac{2\sqrt{a}}{3}(x-\frac{1}{\sqrt{a}})$이고 이것을 정리하면 $y=\frac{2\sqrt{a}}{3}x+\frac{2}{3}$이다. 그러므로 a의 값에 관계없이 접선이 y축 위의 점 $(0,\ \frac{2}{3})$를 지난다.

(2-3) 접선 $y=\frac{2\sqrt{a}}{3}x+\frac{2}{3}$에 의해 생긴 두 도형 중 윗도형의 넓이는

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{a}}}\left(\frac{a}{3}x^2+1-\frac{2\sqrt{a}}{3}x-\frac{2}{3}\right)dx=\left[\frac{a}{9}x^3-\frac{\sqrt{a}}{3}x^2+\frac{x}{3}\right]_0^{\frac{1}{\sqrt{a}}}=\frac{1}{9\sqrt{a}}$$

이다. 아랫도형의 넓이는

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{a}}}\left(\frac{2\sqrt{a}}{3}x+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}a^{\frac{1}{4}}\sqrt{x}\right)dx=\left[\frac{1}{3}\sqrt{a}\,x^2+\frac{2}{3}x-4a^{\frac{1}{4}}\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{1}{\sqrt{a}}}=\frac{1}{9\sqrt{a}}$$

이다. 따라서 이 접선은 도형 A를 항상 $1:1$의 비율로 나눈다.

2025학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 문항카드
[자연_오후]

1. 일반정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="3">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="3">논술우수자</td></tr>
<tr><td rowspan="2">해당 대학의 계열(과목)</td><td rowspan="2">자연계열</td><td rowspan="2">문항번호</td><td>□ 오전 ■ 오후</td></tr>
<tr><td>□ 1번 □ 2번 ■ 3번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td colspan="2">수학Ⅰ, 수학Ⅱ</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td colspan="2">지수함수, 로그함수, 사잇값의 정리</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="3">(40) 분 / 전체 120분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

문제지와 동일

3. 출제 의도

로그함수와 지수함수의 그래프의 개형을 이해하는지 평가한다. 그리고 연속함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=c$의 해가 여러 개 존재하는 상황을 이해하고 사잇값의 정리를 사용해서 해의 존재성을 알아낼 수 있는지 평가한다.
(3-1) 연속함수 조건으로부터 등식을 세워서 간단한 로그가 포함된 식의 계산을 할 수 있는지 평가한다.
(3-2) 지수함수와 로그함수의 그래프의 개형을 이해하고 있는지 평가한다.
(3-3) 그래프의 개형을 보고 방정식 $f(x)=f(8)$이 해를 여러 개 가지는 조건으로부터 문제의 조건을 만족하는 a의 범위를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	**☐ 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정"** ☐ 수학 ■ 수학Ⅰ ■ 수학Ⅱ ☐ 미적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 [12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문항 (3-1)	[수학Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - ① 지수와 로그 [12수학Ⅰ01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
문항 (3-2)	[수학Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수 [12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
문항 (3-3)	[수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 [12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅰ	고성은 외	좋은책 신사고	2020	26-50
	수학Ⅰ	김원경 외	비상	2020	23-52
	수학Ⅱ	고성은 외	좋은책 신사고	2020	38-39
	수학Ⅱ	김원경 외	비상	2020	38-39

5. 문항 해설

지수함수와 로그함수의 그래프의 개형을 이용하여 방정식 문제를 해결하는 문제이다.

(3-1) 연속함수의 정의로부터 로그가 포함된 식을 계산하여 a와 c의 관계를 알아낸다. a의 값에 따라서 함수 $f(x)$가 결정된다는 사실을 확인한다.

(3-2) 지수함수와 로그함수의 그래프의 개형을 이용하여 문제를 해결한다.

(3-3) 그래프의 개형을 통해 방정식 $f(x)=f(8)$이 해를 여러 개 가지는 조건으로부터 문제의 조건을 만족하는 a의 범위를 구할 수 있다. 해의 존재성 등은 사잇값의 정리를 이용하여 보일 수 있다.

6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(3-1)	연속함수의 정의로부터 a,b,c의 관계를 얻으면	3점
	로그의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하면	7점
(3-2)	그래프의 개형에서 $f(x)$가 닫힌구간 $[2,4]$에서 감소함수이며 $f(2)>\frac{1}{2}$이고 $f(4)<\frac{1}{2}$이어야 한다는 사실을 파악하면	6점
	a의 범위를 구하면	4점
(3-3)	$f(x)=f(8)$ $(x\neq 8)$인 x가 존재하려면 $f(x)$가 닫힌구간 $[2,4]$에서 감소하여야 한다는 사실을 파악하면	3점
	$f(2)\geq f(8)$이어야 함을 서술하면	3점
	다른 해가 $f(x)$의 치역에 있으면 조건을 만족한다는 사실을 파악하면	5점
	a의 범위를 구하면	4점

7. 예시 답안

(3-1) 연속함수의 정의로부터 $\log_a 2=b^2$이고 $\log_c 4=b^4$이므로, $(\log_a 2)^2=\log_c 4$이다.

따라서 $\frac{(\log a)^2}{\log c}=\frac{1}{2}\log 2$이다.

(3-2) $f(x)$는 구간 $(0,2]$와 구간 $[4,\infty)$에서 각각 증가함수이다.
 따라서 문제의 조건을 만족하려면 $f(x)$가 닫힌구간 $[2,4]$에서 감소함수여야 하며 그래프의 개형으로부터 $f(2)>\frac{1}{2}$이고 $f(4)<\frac{1}{2}$이어야 한다. 이를 만족하는 a의 범위는 $2^{\sqrt{2}}<a<4$이다.

(3-3) 방정식 $f(x)=f(8)$의 해가 $x=8$뿐이라면 $f(f(\beta))=f(8)$는 $f(\beta)=8$을 의미하게 되므로 문제의 조건을 만족하지 않기 때문에 방정식 $f(x)=f(8)$은 $x=8$이 아닌 해를 가져야 한다.
 역으로 방정식 $f(x)=f(8)$이 해 $x=k$ $(k\neq 8)$을 갖는다면, $f(x)$의 그래프의 개형 또는 사잇값의 정리에 의해 $f(x)$의 치역은 실수 전체의 집합이므로 $f(\beta)=k$ $(k\neq 8)$를 만족하는 β가 존재한다. 이때 $f(f(\beta))=f(8)$이 성립한다.
 따라서 문제의 조건을 만족하려면 $f(x)$는 닫힌구간 $[2,4]$에서 감소함수이고 $f(2)\geq f(8)$이어야 한다.
즉, $\log_a 2\geq log_c 8$이어야 하는데, 이는 $3\log a\leq log c=\frac{2(\log a)^2}{\log 2}$, 즉, $\log a\geq\frac{3}{2}\log 2$와 동치이므로, 문제의 조건을 만족하는 a의 범위는 $a\geq 2\sqrt{2}$이다.