2025학년도 수시모집

# 논술고사 문제지(오전)

## (자연계열) : 120분

| 모집단위 | | 전형유형 | 논술(논술우수자) |
|---|---|---|---|
| 수험번호 | | 성 명 | |

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오.(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가)
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오.(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가)
5. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
6. **본인이 지원한 모집단위에 해당하는 문항을 선택하여 답안을 작성하시오.**
   **(다른 모집단위 문항의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)**

**※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.**

■ 답안 작성 유의사항

1. **수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.**
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함시키시오.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

# [자연계열 - 일반]

## (의예과 제외)

☞ 의예과는 4쪽부터 푸시오.

# 논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

**[문제 1] (35점)** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (정적분의 부분적분법) 두 함수 $f(x), g(x)$가 미분가능하고 $f'(x), g'(x)$가 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

(나) $f(x)$는 닫힌구간 $[a,b]$에서 정의된 상수함수가 아닌 연속함수이고, 이 구간의 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x) \geq 0$이면 $\int_a^b f(x)dx$는 도형의 넓이이므로 $\int_a^b f(x)\,dx > 0$이다.

**(1-1)** $\sum_{n=1}^{8} \sin^2 \frac{n\pi}{16}$의 값을 구하시오. (10점)

**(1-2)** 정적분 $\int_0^{\pi} e^x \sin\frac{x}{4} \cos\frac{x}{4}\,dx$의 값을 구하시오. (10점)

**(1-3)** $f(x) = \sum_{n=1}^{16} \sin\frac{nx}{8},\ g(x) = \sum_{n=1}^{16} n\cos\frac{nx}{8}$일 때, 다음 부등식이 성립함을 보이시오. (15점)

$$\int_0^{\pi} e^x f(x)g(x)\,dx < 0$$

# 논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

**[문제 2] (35점)** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) $a$를 포함하는 어떤 열린구간에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고 $x$의 값이 $a$보다 작은 값에서 $a$보다 큰 값으로 바뀔 때
(1) $f'(x)$의 부호가 양(+)에서 음(−)으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극댓값을 가진다.
(2) $f'(x)$의 부호가 음(−)에서 양(+)으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극솟값을 가진다.

(나) 임의의 양의 실수 $\alpha\,(\alpha \neq 2)$에 대하여, $1+\dfrac{\alpha}{2} > \sqrt{2\alpha}$이다.

**(2-1)** $f(t)=\cos(t-1)\sin(t-2)\sin(t^2)$이라 하자.

(a) 열린구간 $(0,3)$에서 $f(t)=0$이 되는 $t$의 값을 모두 구하시오. (5점)

(b) 열린구간 $(0,3)$에서 정의된 함수 $F(x)=\displaystyle\int_0^x f(t)dt$에 대하여, $F(x)$가 극댓값을 가지는 $x$의 값과 극솟값을 가지는 $x$의 값을 각각 모두 구하시오. (10점)

**(2-2)** $g(t)=\cos(t^2-1)\sin(t^2-2)\cos^2(t^2-3)\sin^2(t^2-4)$라 하자.

(a) 열린구간 $(-\sqrt{\pi},\sqrt{\pi})$에서 $g(t)=0$이 되는 $t$의 값을 모두 구하시오. (5점)

(b) 열린구간 $(-\sqrt{\pi},\sqrt{\pi})$에서 정의된 함수 $G(x)=\displaystyle\int_0^x g(t)dt$에 대하여, $G(x)$가 극댓값을 가지는 $x$의 값과 극솟값을 가지는 $x$의 값을 각각 모두 구하시오. (15점)

# 논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

**[문제 3] (30점)** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (접선의 방정식) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

(나) (판별식) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$의 판별식은 $D=b^2-4ac$이다.

**(3-1)** 실수 $a$와 양의 실수 $b$에 대하여 점 $X(a,0)$에서 곡선 $f(x)=x^2+b$에 그은 두 접선이 곡선과 만나는 접점을 각각 $P, Q$라 하자. 점 $P, Q$에서 $x$축에 내린 수선의 발을 각각 $P', Q'$이라 할 때, 사다리꼴 $PP'Q'Q$의 넓이를 $a$와 $b$의 식으로 나타내시오. (10점)

**(3-2)** $-2<p<2$인 실수 $p$에 대하여 $g(x)=x^2+(p-2)x+(p^3-4p+4)$라 하자.

(a) 이차방정식 $g(x)=0$의 판별식이 $(p+2)h(p)$일 때, $h(p)$의 최댓값을 구하시오. (5점)

(b) 점 $A(1,0)$에서 $y=g(x)$에 그은 두 접선의 접점을 각각 $B, C$라 하고, 점 $B, C$에서 $x$축에 내린 수선의 발을 각각 $B', C'$이라 하자. 사다리꼴 $BB'C'C$의 넓이를 $S$라 할 때, $S$를 $p$의 식으로 나타내시오. (10점)

(c) $S$의 최솟값을 구하시오. (5점)

# [자연계열 - 의예과]

# 논술고사 (자연계열 – 의예과)

**[문제 1] (30점)** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (접선의 방정식) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

(나) (판별식) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$의 판별식은 $D=b^2-4ac$이다.

**(1-1)** 실수 $a$와 양의 실수 $b$에 대하여 점 $X(a,0)$에서 곡선 $f(x)=x^2+b$에 그은 두 접선이 곡선과 만나는 접점을 각각 $P, Q$라 하자. 점 $P, Q$에서 $x$축에 내린 수선의 발을 각각 $P', Q'$이라 할 때, 사다리꼴 $PP'Q'Q$의 넓이를 $a$와 $b$의 식으로 나타내시오. (10점)

**(1-2)** $-2<p<2$인 실수 $p$에 대하여 $g(x)=x^2+(p-2)x+(p^3-4p+4)$라 하자.

(a) 이차방정식 $g(x)=0$의 판별식이 $(p+2)h(p)$일 때, $h(p)$의 최댓값을 구하시오. (5점)

(b) 점 $A(1,0)$에서 $y=g(x)$에 그은 두 접선의 접점을 각각 $B, C$라 하고, 점 $B, C$에서 $x$축에 내린 수선의 발을 각각 $B', C'$이라 하자. 사다리꼴 $BB'C'C$의 넓이를 $S$라 할 때, $S$를 $p$의 식으로 나타내시오. (10점)

(c) $S$의 최솟값을 구하시오. (5점)

# 논술고사 (자연계열 - 의예과)

**[문제 2] (35점)** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 처음 몇 개의 항과 이웃하는 여러 항 사이의 관계식으로 수열을 정의하는 것을 수열의 귀납적 정의라 한다.

(나) 모든 실수 $\alpha$에 대하여 $\cos\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$이다.

(※) 수열 $\{a_n\}$은 다음 조건을 만족한다. (단, $0 \le a_1 < 2\pi$이다.)

자연수 $n$에 대하여 $a_{n+1}$은 방정식 $\sin\left(2x - \frac{3}{2}a_n\right) = \cos\left(x - \frac{3}{2}a_n\right)$을 만족하는 양의 실수 $x$의 값을 작은 것부터 나열했을 때 $(n+1)$번째 값이다.

**(2-1)** $a_1 = 0$일 때, $a_2, a_3$의 값을 구하시오. (10점)

**(2-2)** $a_2 = a_1 + \frac{\pi}{6}$가 되기 위한 첫째항 $a_1$의 조건을 구하시오. (10점)

**(2-3)** $a_2 = a_1 + \frac{\pi}{6} \le \frac{2\pi}{3}$일 때, 집합 $\{\sin a_n \mid n = 1, 2, 3, \cdots\}$의 원소의 개수가 될 수 있는 값을 모두 구하시오. (15점)

# 논술고사 (자연계열 - 의예과)

**[문제 3] (35점)** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

| |
|---|
| (수학적 귀납법) 2 이상의 자연수 $n$에 대한 명제 $p(n)$이 2 이상의 모든 자연수 $n$에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.<br>(1) $n=2$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다.<br>(2) $n=k$ $(k \geq 2)$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때에도 명제 $p(n)$이 성립한다. |

(※) 자연수를 원소로 갖는 유한집합 $S$에 대하여 $a+b=c$인 $S$의 원소 $a, b, c\,(a<b<c)$의 순서쌍 $(a, b, c)$의 개수를 $\sigma(S)$라 하자. ($n(S) \leq 2$인 경우, $\sigma(S)=0$으로 간주한다.)

**(3-1)** $S=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$일 때, $\sigma(S)$의 값을 구하시오. (5점)

**(3-2)** 집합 $S$는 $2n+1$개$(n \geq 2)$의 자연수로 이루어진 집합이다.

(a) $S$의 원소 중 가장 큰 것을 $x$, 두 번째로 큰 것을 $y$라 할 때, $a+b \in \{x,y\}$인 $S$의 원소 $a, b\,(a<b)$의 순서쌍 $(a, b)$의 개수로 가능한 값 중 가장 큰 것을 구하시오. (5점)

(b) $\sigma(S)$의 최댓값 $M$을 구하시오. (5점)

(c) $\sigma(S)$가 최댓값 $M$과 같고 $1 \in S$인 집합 $S$를 모두 구하시오. (10점)

**(3-3)** 다음 세 조건을 모두 만족하는 집합 $S$의 개수를 구하시오. (10점)

| |
|---|
| (i) $S \subset \{1,2,3,\cdots,2024\}$<br>(ii) $n(S)=202$<br>(iii) $\sigma(S)=10100$ |

# <연 습 장>

# <연 습 장>