

2026학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열 II)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교

1

함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수 $f''(x)$ 를 갖고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_2^6 f''(x)\cos\frac{\pi x}{4} dx = -\frac{\pi^2}{16}$
 (나) $x \geq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = -f(x)$ 이다.

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = \int_0^{4n+2} f(x)\cos\frac{\pi x}{4} dx$ 라 할 때, 아래 물음에 답하시오. [40점]

- (1) $\int_2^6 f(x)\cos\frac{\pi x}{4} dx$ 의 값을 구하시오.
- (2) $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m^2} \sum_{n=1}^m a_n$ 의 값을 구하시오.
- (3) 다음 부등식이 성립함을 증명하시오.

$$a_1^2 + \dots + a_{2026}^2 \geq \frac{2025 \times 2026 \times 2027}{12}$$

- (4) 문항(3)의 부등식의 등호가 성립할 때 다음 식의 값을 구하시오.

$$\frac{a_1 + a_2}{a_1^2 a_2^2} + \frac{a_3 + a_4}{a_3^2 a_4^2} + \dots + \frac{a_{2025} + a_{2026}}{a_{2025}^2 a_{2026}^2}$$

2 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 함수 $f(x) = \left(\frac{x}{x+6}\right)^x$ 에 대하여 아래 물음에 답하시오. [30점]

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 의 값을 각각 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$ 이다.)
- (2) 함수 $f(x)$ 는 구간 $(0, \infty)$ 에서 감소함을 보이시오.
- (3) $f(c) = \frac{1}{15}$ 을 만족시키는 양의 실수 c 가 오직 하나 존재함을 보이시오.

3

좌표평면에 주어진 두 집합

$$A = \left\{ (x, y) \mid \frac{|x|}{a} + \frac{|y|}{b} = 1 \right\}, \quad B = \{ (x, y) \mid |x^k y| = 3 \}$$

에 대하여 $n(A \cap B) = 4$ 일 때 다음 물음에 답하시오. (단, a, b 는 양수, k 는 자연수) [30점]

- (1) $k = 1$ 일 때 집합 A 가 나타내는 도형의 넓이가 일정함을 보이고, 이때 집합 A 가 나타내는 도형의 둘레의 길이의 최솟값을 구하시오.
- (2) 자연수 k 에 대하여 집합 A 가 나타내는 도형의 넓이를 집합 $A \cap B$ 의 원소들을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이로 나눈 값을 h_k 라 할 때, h_k 가 양수 a, b 와 관계없이 일정함을 보이시오.
- (3) 문항(2)의 h_k 에 대하여 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{k^3 h_k}$ 의 값을 구하시오.