## 2025학년도 수시모집 논술전형

# 논술고사 문제지 (자연계열 II)

| 모집단위 | 학부/학과 | 수험번호 | | 성 명 | |
|---|---|---|---|---|---|

◆ 유 의 사 항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

| 감독확인 |
|---|
| |

이 화 여 자 대 학 교

**1** 양의 실수 $a$에 대하여 아래 물음에 답하시오. [35점]

(1) 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(x,y)$에서 점 $\mathrm{A}(0,3)$까지의 거리를 $b$, 점 $\mathrm{P}(x,y)$에서 점 $\mathrm{B}(0,5)$까지의 거리를 $c$라 할 때, $b+c=4$이다. 이때 점 P가 그리는 도형 $S$의 방정식을 구하시오.

(2) 좌표평면 위의 점 $\mathrm{Q}(x,y)$에서 점 $\mathrm{A}(0,3)$까지의 거리를 $d$, 점 Q와 $x$축까지의 거리를 $e$라 할 때, $d+e=a$이다. 이때 $y\geq 0$인 점 Q가 그리는 도형 $T$의 방정식을 구하시오.

(3) 언급된 (1), (2)의 두 도형 $S, T$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 $a$의 값의 범위와 이때 두 교점의 좌표를 구하시오.

**2** 구간 $[0,\infty)$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때,

$2^{n-1}-1 \le x < 2^n-1$일 때, $f(x)=\sqrt{2^{n-1}(x+1)-2^{2n-2}}+2^{n-1}-1$이다. (단, $n=1,2,3,\cdots$이다.)

아래 물음에 답하시오. [35점]

(1) 함수 $f(x)$가 구간 $[0,\infty)$에서 증가함을 보이시오.

(2) 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여 $a_n=2^{n-1}-1$일 때, $\int_{a_n}^{a_{n+1}} f(x)dx$의 값을 구하시오.

(3) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, (2)에서 언급된 수열 $\{a_n\}$에 대하여, $\int_{a_n}^{a_{n+1}} g(x)dx$의 값을 구하시오.

**3** 모든 자연수 $n$에 대하여 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$을 다음과 같이 정의할 때,

$$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n-1} x \, dx, \qquad b_n = \frac{a_{2n+1}}{a_{2n}}, \qquad c_n = \frac{a_{2n-1}}{a_{2n}}$$

아래 물음에 답하시오. [30점]

(1) 모든 자연수 $n$에 대하여 $a_{n+2} = \frac{n}{n+1} a_n$ 임을 보이시오.

(2) 수열 $\{b_n\}$이 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty} b_n$의 값과 $\lim_{n\to\infty} c_n$의 값을 각각 구하시오.

(3) 수열 $\{b_n\}$이 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{1^2 \times 3^2 \times \cdots \times (2n-1)^2}{2^2 \times 4^2 \times \cdots \times (2n)^2} \times n$의 값을 구하시오.