단국대학교 2026학년도 수시 모집 논술고사

자연 계열 가이드 답안 (오후)

문제 1

예시 답안의 내용 및 평가 기준의 내용과는 일치하지 않더라도 기술한 내용이 논리적으로 타당한 경우에는 평가위원의 판단에 따라 부분 점수를 부여할 수 있음.

□ 출제의도

〔논제 1〕 미분계수의 개념을 이해하고 있는지를 평가

〔논제 2〕 접선의 개념을 이해하고 있는지를 평가

〔논제 3〕 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가

□ 자료출처

○ 황선욱 외(2025), 수학2, 미래엔, 73-75쪽
○ 김원경 외(2025), 미적분, 비상교육, 131-132쪽
○ 황선욱 외(2025), 미적분, 미래엔, 166-167쪽

□ 문항해설

〔논제 1〕 미분을 이용하여 방정식의 해를 구할 수 있는지를 평가하는 문제

〔논제 2〕 접선의 개념을 활용하여 문제를 해결할 수 있는지를 평가하는 문제

〔논제 3〕 정적분을 이용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하는 문제

□ 예시 답안

〔논제 1〕 $k(t)=e^{-(at)^2}f(at)$, $K(x)=\int_1^x k(t)dt$라 하자.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_1^{x+1} e^{-(at)^2}f(at)\,dt = \lim_{x\to 0}\frac{K(x+1)-K(1)}{x} = K'(1)=k(1)=e^{-a^2}f(a)=0$$

따라서 $\cos a=\sin a$로부터 a의 최솟값은 $\frac{\pi}{4}$

〔논제 2〕 교점의 x좌표를 p라 하면, $g(p)=h(p)$로부터

$$\cos p-\sin p=b \ \cdots\cdots \ (1)$$

또한 $g'(x)=e^{-x}(f'(x)-f(x))$, $h'(x)=-be^{-x}$이고, $g'(p)=h'(p)$이므로

$$2\cos p=b \ \cdots\cdots \ (2)$$

(1)과 (2)에 의해 $\cos p=-\sin p$에서 $\tan p=-1$이다. b는 양의 실수이므로 $p_2=\dfrac{15\pi}{4}$

(2)에 의해 $b=\sqrt{2}$이므로

$$b+p_2=\sqrt{2}+\frac{15\pi}{4}$$

〔논제 3〕 방정식 $g(x)=0$을 만족시키는 양수 x를 작은 수부터 7개 구하면

$$x=\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4}+\pi,\ \frac{\pi}{4}+2\pi,\ \frac{\pi}{4}+3\pi,\ \frac{\pi}{4}+4\pi,\ \frac{\pi}{4}+5\pi,\ \frac{\pi}{4}+6\pi$$

이다. 도형의 넓이 A_1은 $\dfrac{\pi}{4}\le x\le\dfrac{5\pi}{4}$에서 $g(x)\le 0$이므로 부분적분법에 의하여

$$A_1=-\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}(\cos x-\sin x)e^{-x}dx=-\left[e^{-x}\sin x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(e^{-\frac{5\pi}{4}}+e^{-\frac{\pi}{4}}\right)$$

이고, 또한

$$A_3=-\int_{\frac{\pi}{4}+2\pi}^{\frac{5\pi}{4}+2\pi}(\cos x-\sin x)e^{-x}dx=-\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}(\cos(x+2\pi)-\sin(x+2\pi))e^{-(x+2\pi)}dx=A_1e^{-2\pi}$$

도형의 넓이 A_6은 $\dfrac{21\pi}{4}\le x\le\dfrac{25\pi}{4}$에서 $g(x)\ge 0$이므로

$$A_6=\int_{\frac{\pi}{4}+5\pi}^{\frac{5\pi}{4}+5\pi}(\cos x-\sin x)e^{-x}dx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}(\cos(x+5\pi)-\sin(x+5\pi))e^{-(x+5\pi)}dx$$

$$=-e^{-5\pi}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}(\cos x-\sin x)e^{-x}dx=A_1e^{-5\pi}$$

이다. 따라서 $A_1+\dfrac{A_6}{A_3}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(e^{-\frac{5\pi}{4}}+e^{-\frac{\pi}{4}}\right)+e^{-3\pi}$

문제 2

예시 답안의 내용 및 평가 기준의 내용과는 일치하지 않더라도 기술한 내용이 논리적으로 타당한 경우에는 평가위원의 판단에 따라 부분 점수를 부여할 수 있음.

□ 출제의도

〔논제 1〕 함수의 극한의 개념을 이해하고 있는지를 평가

〔논제 2〕 연속함수의 성질과 합성함수의 미분의 개념을 이해하고 있는지를 평가

□ 자료출처

○ 황선욱 외(2025), 수학2, 미래엔, 31-34쪽
○ 이준열 외(2025), 수학2, 천재, 30-33쪽
○ 김원경 외(2025), 미적분, 비상교육, 79-80쪽

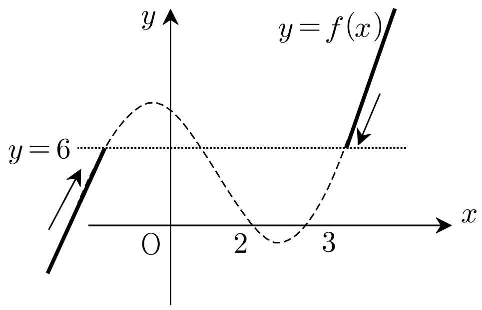
□ 문항해설

〔논제 1〕 함수의 성질을 파악하여 좌극한과 우극한을 찾을 수 있는지를 평가하는 문제

〔논제 2〕 연속함수의 성질을 활용하여 조건을 만족하는 함수를 구하고 합성함수의 미분법을 활용할 수 있는지를 평가하는 문제

□ 예시 답안

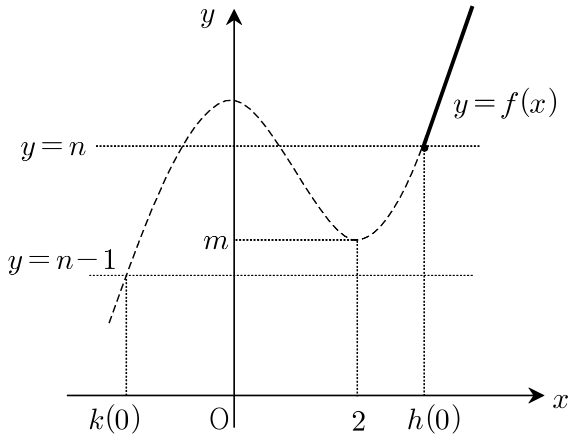
〔논제 1〕 $g(0)=-2$이므로 $f(-2)=0$이다. 또한, $f(3)=0$이므로 $f(x)=(x+2)(x-3)(x-a)$이다. $g(6)=1$에 의해 $f(1)=6$이므로, $a=2$이다.
조건 (2)에 의하여 $g(t)$는 $t<6$에서 연속이고, 삼차함수 $f(x)$의 그래프의 개형과 〈제시문〉 (다)에 의하여 $\lim\limits_{t\to 6-} g(t)$은 $f(x)=6$을 만족시키는 x의 값 중 가장 작은 값이다. 또한 $g(t)$는 $t>6$에서 연속이므로 $\lim\limits_{t\to 6+} g(t)$은 $f(x)=6$을 만족시키는 x의 값 중 가장 큰 값이다.
방정식 $f(x)=(x+2)(x-3)(x-2)=6$에서 $(x-1)(x^2-2x-6)=0$. $x=1-\sqrt{7},\ 1,\ 1+\sqrt{7}$이므로
$\lim\limits_{t\to 6-} g(t)=1-\sqrt{7}$, $\lim\limits_{t\to 6+} g(t)=1+\sqrt{7}$



〔논제 2〕 $f'(x)=3x^2-6x$이므로 $f(x)$는 $x=2$에서 극솟값 m을 갖는다고 하자. $t=0$일 때, $h(0)$은 〈제시문〉 (다)에 의하여 $y=f(x)$와 직선 $y=n$의 교점의 x좌표 중 하나이다. $h(t)$가 $t\ge 0$에서 연속이기 위해서는 $h(0)$가 $x\ge 2$인 구간에 위치해야하고, $h(t)$는 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t+n$이 만나는 점의 x 좌표 중 가장 큰 값이다. 그러므로 $h(t)$가 $t\ge 0$에서 연속이기 위해서는 $f(x)$는 $x=2$에서 극솟값을 가지므로 $h(0)$가 $x\ge 2$인 구간에 위치해야하고, 그림과 같이 $t\ge 0$에서 $h(t)$는 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t+n$이 만나는 점의 x 좌표 중 가장 큰 값이다. 그러므로 $f(x)$의 극솟값을 m이라 하면 $m\le n$이다. 한편, $m\le n-1$이면 같은 이유로 모든 $t\ge 0$에 대하여 $f(k(t))=t+n-1$을 만족하는 연속함수 $k(t)$가 존재하므로 $m>n-1$이다. 따라서

$$n-1<m\le n$$

이다.



$f'(x)=3x^2-6x$이므로 $f(x)=x^3-3x^2+c$이다. 따라서 $m=f(2)=c-4$이고 $n-1<c-4\le n$.

$$f(h(n))=2n=f(1)=c-2$$

로부터 $c=2n+2$에서 $n+3<2n+2\le n+4$이고, 즉 $1<n\le 2$. 따라서 $n=2$이고 $c=6$이다.

$f(h(t))=t+2$로부터 $[f(h(t))]'=f'(h(t))h'(t)=1$이므로

$$h'(2)=\frac{1}{f'(h(2))} \quad \cdots\cdots \ (\bigstar)$$

또한 $h(2)$은 $f(x)=4$를 만족하는 x중 가장 큰 값이므로 $4=f(x)=x^3-3x^2+6$ 에서

$h(2)=1+\sqrt{3}$. 따라서 $(\bigstar)$로부터 $h'(2)=\dfrac{1}{f'(1+\sqrt{3})}=\dfrac{1}{3(1+\sqrt{3})(-1+\sqrt{3})}=\dfrac{1}{6}$