2022학년도

중앙대학교 모의 논술

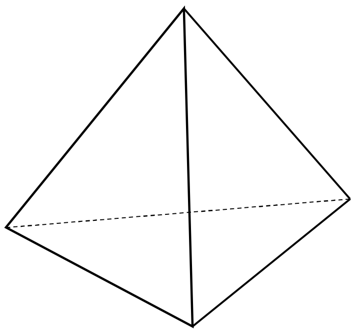
채점자 매뉴얼

자연계열

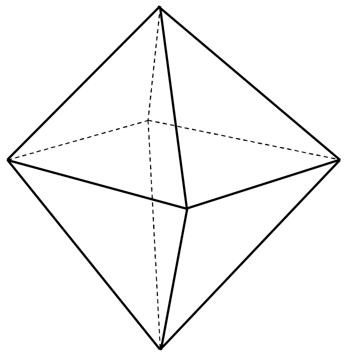
[수학]

[문제 1] 다음 상황에 기초하여 문제에 답하시오.

- 다음과 같이 두 종류의 정다면체 주사위를 고려한다. 즉, 정사면체 주사위는 각 면에 1부터 4까지의 자연수가 중복되지 않게 한 번씩 적혀있고, 정팔면체 주사위는 각 면에 1부터 8까지의 자연수가 같은 방식으로 적혀있다. 이때 각 주사위를 던졌을 때 밑면에 적혀있는 수를 그 주사위의 눈의 수라고 정의한다.



정사면체 주사위



정팔면체 주사위

- 두 가지 정다면체 주사위를 각각 한 번씩 던지는 실험을 시행할 때, 정사면체 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 a라고 하고 정팔면체 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 b라고 한다.
- 이때 원 $x^2+y^2=a^2$과 직선 $y=|b-4|$가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 점 사이의 선분의 길이를 l이라고 한다.

$\sqrt{15} \le l \le \sqrt{20}$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)를 모두 구하시오. **[20점]**

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 각 θ에 대하여 식 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$이 성립한다.

- 미분가능한 함수 $g(x)$에 대하여 $g(x) = t$로 놓으면, 다음 식이 성립한다.
$$\int f(g(x))\,g'(x)\,dx = \int f(t)\,dt$$

- 각 α와 β에 대하여 다음 식이 성립한다.
$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

- 미분가능한 두 함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))\,g'(x)$이다.

[문제 2-1] 다음 정적분의 값을 구하시오. **[10점]**

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{(1-\sin x)^2}{\cos^3 x}\,dx$$

[문제 2-2] 좌표평면 위에서 점 P는 시각 $t(\geq 0)$에 따라 다음의 조건을 만족하며 움직인다고 하자.

(가) 시각 $t = 0$일 때 점 P의 위치는 원점 O이다.

(나) 점 P는 시간이 증가함에 따라 x축 방향으로 움직이며, 시각 t일 때 좌표를 $(s(t), 0)$으로 표현할 수 있다.

(다) 시각 t일 때 점 P의 속력은 $v(t) = \dfrac{\ln(t+1)}{t+1}$이다.

점 P를 중심으로 점 A$(-2, 2)$와 점 B$(-1, 1)$이 이루는 각 $\angle$APB를 $\theta(t)$라 할 때, $\theta(t)$가 최댓값을 가지는 시각 t_0에 대하여 $\theta''(t_0)$을 구하시오. **[15점]**

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $h(x)$가 어떤 구간에서 미분가능하고 이 구간의 모든 x에서 $h'(x) > 0$이면 $h(x)$는 이 구간에서 증가한다.
- 두 함수 $u(x)$, $v(x)$가 닫힌구간 $[c, d]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y = u(x)$, $y = v(x)$ 및 두 직선 $x = c$, $x = d$로 둘러싸인 도형의 넓이는 $\int_c^d |u(x) - v(x)|dx$이다.
- 이차방정식 $\ell x^2 + mx + n = 0$의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{m}{\ell}$, $\alpha\beta = \frac{n}{\ell}$이다.
- 점 (x_1, y_1)과 직선 $px + qy + r = 0$ 사이의 거리는 $\frac{|px_1 + qy_1 + r|}{\sqrt{p^2 + q^2}}$이다.

[문제 3-1] 좌표평면 위의 영역 R는 다음의 조건 (가)가 조건 (나)의 필요충분조건이 되도록 정의되어 있다.

(가) 점 (a, b)는 R의 원소이다.

(나) 두 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$과 $g(x) = x^5 - bx^3 + ax + 1$이 모두 실수 전체의 집합에서 역함수를 갖는다.

영역 R의 넓이를 구하시오. **[10점]**

[문제 3-2] $t > \frac{1}{2}$인 임의의 실수 t에 대하여 점 $(t, -3t^2 + 4t - 1)$에서 포물선 $y = x^2$에 그은 두 접선과 이 포물선이 둘러싸는 영역의 넓이를 $A(t)$라 할 때, $18 < A(t) < 486$을 만족하는 t의 범위를 구하시오. **[15점]**

[생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 유전 현상은 어버이의 형질을 결정하는 유전 정보가 자손에게 전달됨으로써 나타나며, 이 때 유전 정보를 담아 전달하는 역할을 하는 것이 염색체이다. 한 생물의 체세포에 들어 있는 염색체의 수, 모양, 크기와 같은 외형적인 특성을 핵형이라고 한다. 핵형은 생물종의 고유한 특성이며, 핵형을 분석하면 성별과 염색체 수나 구조 이상을 판별할 수 있다. 사람의 핵형을 보면 모양과 크기가 같은 염색체가 2개씩 있는데, 이들 염색체를 상동 염색체라고 한다. 사람의 체세포에는 상동 염색체가 23쌍 있는데, 이 중 22쌍은 상염색체이고, 나머지 1쌍은 남녀에 따라 구성이 다른 성염색체이다.

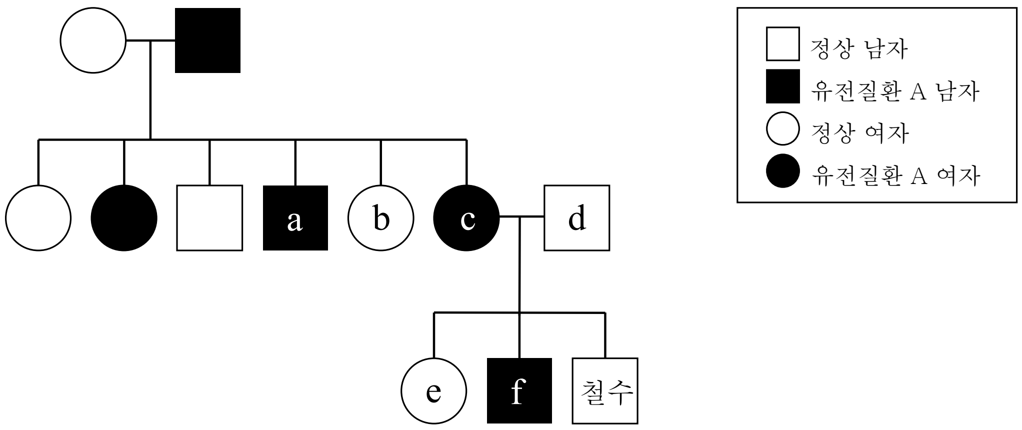
(나) 사람의 유전 형질 중 눈꺼풀, 보조개, 귓불 모양 등은 상염색체에 있는 대립유전자 한 쌍에 의해 결정된다. 상염색체는 남녀에 공통으로 존재하므로 이러한 형질이 나타나는 빈도는 이론적으로 남녀에서 같다. 성염색체에는 성 결정에 관련된 유전자뿐만 아니라 여러 가지 형질을 결정하는 유전자가 있다. 성염색체 구성은 남녀에 따라 다르므로 유전자가 성염색체에 있으면 형질이 나타나는 빈도가 성별에 따라 다르다. 염색체 수는 정상이라 하더라도 염색체 구조에 이상이 생기면 유전병이 나타날 수 있다. 염색체 구조 이상에는 결실, 중복, 역위, 전좌가 있다. 결실은 염색체 일부가 떨어져 없어진 것이고, 중복은 염색체 일부가 염색 분체나 상동 염색체에 연결되어 염색체 일부가 반복되는 것이다. 역위는 떨어진 염색체 일부가 원래 염색체에 반대 방향으로 연결된 것이고, 전좌는 떨어진 염색체 일부가 상동 염색체가 아닌 다른 염색체에 연결된 것이다.

(다) 병원체에 의해 다른 사람에게 전염되는 질병을 감염성 질병이라고 한다. 병원체는 독소를 분비하여 세포를 죽이거나 세포 속으로 들어가 증식하는 과정에서 세포를 파괴하여 질병을 일으키는 물질로, 세균, 곰팡이, 바이러스 등이 있다. 세균은 단세포 원핵생물로, 이 중 일부가 병원성이 있어서 질병을 일으킨다. 병원성 세균은 독소를 분비하여 세포나 조직을 손상시키거나 직접 파괴한다. 곰팡이는 균 계에 속하는 진핵생물로, 습기가 많은 환경에서 잘 자란다. 피부에서 번식하거나 포자가 몸속으로 들어와 질병을 일으킨다. 바이러스는 유전물질인 핵산이 단백질 껍질에 싸여 있는 단순한 구조를 가지며, 스스로 물질대사를 할 수 없기 때문에 살아있는 세포 내에서만 증식한다. 바이러스 침입 후 증식하거나 방출되는 과정에서 세포가 파괴되고, 이에 대응하는 과정에서 여러 가지 질병의 증상이 나타난다.

(라) 체내에 침입한 병원체에 대한 방어 작용에는 선천성 면역과 후천성 면역이 있다. 선천성 면역 반응은 여러 병원체에 대하여 비특이적으로 일어나며, 병원체에 감염된 경험 여부와 관계없이 신속하게 일어난다. 피부와 점막, 염증 작용, 식세포 작용이 선천성 면역에 관여한다. 후천성 면역 반응은 병원체에 특이적으로 작용하여 일어난다. 후천성 면역에는 체액성 면역과 세포성 면역이 있다. 체액성 면역은 B 림프구로부터 분화한 형질세포가 생산하는 항체를 통해 항원을 제거하는 방어 작용이다. 세포성 면역은 세포독성 T 림프구가 항원을 제시하는 세포를 직접 파괴하여 제거하는 작용이다. 외부 항원을 인식한 보조 T 림프구가 세포독성 T 림프구를 활성화하고 증식시킨다. 활성화된 세포독성 T 림프구는 감염된 세포나 암세포를 직접 인식하여 파괴한다. 선천성 면역과 달리 후천성 면역은 동일한 병원체에 다시 노출되었을 때, 이전에 형성된 기억 세포를 통해 빠르고 효과적으로 병원체를 제거할 수 있다.

[문제 4-1] 다음은 어떤 유전질환 A가 있는 가족의 가계도를 그리고, 유전자 검사를 통해 유전질환 A를 확인하는 과정을 나타낸 것이다.

[가계도]



[검사 과정]

Ⅰ. 유전질환 A의 발생 원인을 판정하기 위해 검사 대상자의 피부에서 체세포를 분리하였다.

Ⅱ. 분리한 체세포로부터 DNA를 추출하고, 0.1 mg의 DNA를 사용하여 DNA 증폭장치를 이용한 유전자 검사를 시행하였다.

Ⅲ. DNA 증폭장치는 유전질환 A의 원인이 되는 유전자가 있는 부위의 3000개 염기쌍을 증폭시키는 장치로, 증폭된 DNA량을 상대적으로 나타내주는 장치이다.

Ⅳ. 유전자 검사 결과를 <표 1>에 정리하였다.

<표 1> 유전자 검사 결과

검사 대상자	a	b	c	d	e	f	철수
증폭된 DNA량 (상댓값)	1.00	2.01	1.99	1.01	2.02	1.00	0.24

의사는 위 가계도를 분석한 결과 철수에게도 향후 유전질환 A의 발생이 의심된다며 유전자 검사를 제안하였다. 검사 결과, 철수는 유전질환 A가 발생하지 않을 것으로 진단 받았는데, 그 이유를 제시문 (가), (나)와 유전자 검사 결과에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 유전질환 A는 단일 유전자 돌연변이에 의해 발생한다.) **[15점]**

[문제 4-2] 다음은 병원체 P, Q, R의 특성에 대한 자료와 실험이다.

[자료]

병원체 P, Q, R는 각각 세균, 곰팡이, 바이러스 중 하나이며 다음과 같은 특성이 있다.

	병원체 P	병원체 Q	병원체 R
소포체 유무	없음	없음	있음
리보솜 유무	있음	없음	있음
유전물질	DNA	DNA	DNA

[실험 1]

Ⅰ. 병원체 P, Q, R를 멸균된 고체영양배지에 각각 접종한다.

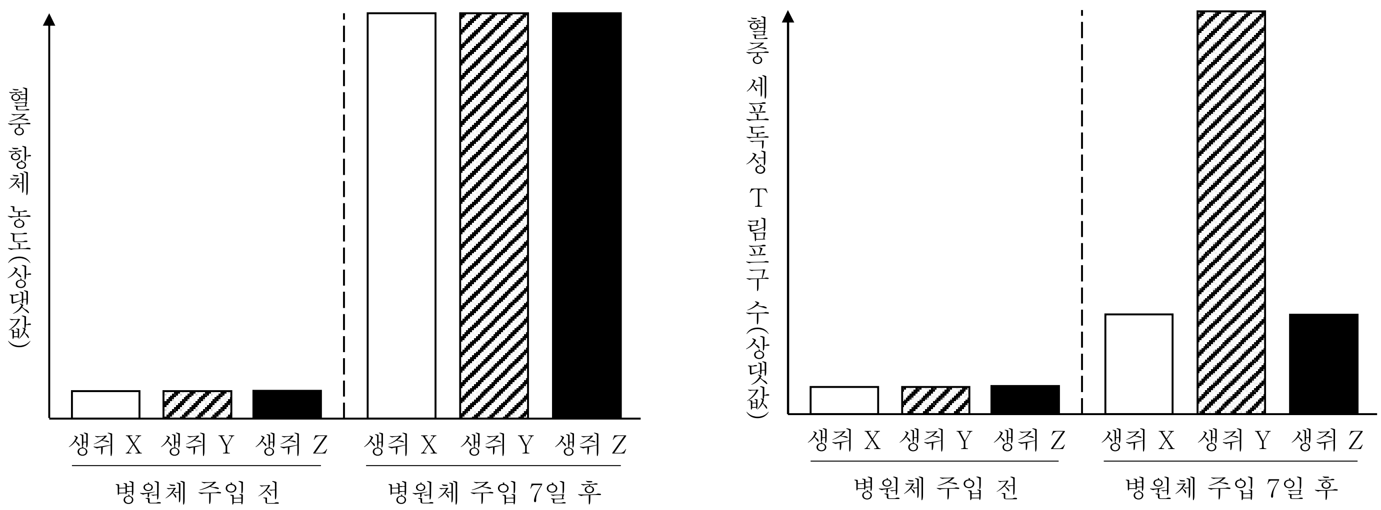
Ⅱ. 37℃에서 24시간 동안 배양한 후, 콜로니 형성 유무를 확인한 결과는 다음과 같다.

	병원체 P	병원체 Q	병원체 R
콜로니 형성 유무	형성됨	형성 안됨	형성됨

[실험 2]

Ⅰ. 생쥐 X에 병원체 P를, 생쥐 Y에 병원체 Q를, 생쥐 Z에 병원체 R를 주입한다.

Ⅱ. 병원체 주입 전과 주입 7일 후의 혈중 항체 농도와 세포독성 T 림프구 수를 분석한 결과는 다음과 같다. (단, 생쥐 X, Y, Z는 실험 이전에 병원체 P, Q, R에 노출된 적이 없다.)



위에 주어진 자료와 실험 결과를 바탕으로 병원체 P, Q, R가 각각 어떤 종류의 병원체인지 제시문 (다), (라)에 근거하여 논리적으로 추론하시오. **[15점]**

- 끝 -

[물리학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 마찰이 없는 직선상에서 각각 속도 v_{A}와 v_{B}로 운동하고 있는 질량 m_{A}와 m_{B}인 두 물체 A, B가 충돌 후, 속도가 각각 v_{A}', v_{B}'가 될 때 다음 식이 성립한다.

$$m_{\mathrm{A}}v_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}v_{\mathrm{B}} = m_{\mathrm{A}}v_{\mathrm{A}}' + m_{\mathrm{B}}v_{\mathrm{B}}'$$

즉, 충돌 전 두 물체의 운동량의 합은 충돌 후 두 물체의 운동량의 합과 같다. 이처럼 두 물체가 충돌할 때 외부에서 힘이 작용하지 않으면 충돌 전과 충돌 후의 운동량의 합은 항상 일정하게 보존된다. 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다. 운동량 보존 법칙은 한 물체가 두 물체로 쪼개져서 분열되거나, 두 물체가 충돌해 한 덩어리로 결합 또는 융합될 때에도 성립한다.

(나) 에너지는 다른 형태로 전환될 수 있다. 예를 들어 운동 에너지가 열에너지로 전환되거나 중력 퍼텐셜 에너지가 전기 에너지로 전환되기도 한다. 이 과정에서 에너지는 새로 생성되거나 없어지지 않으며, 에너지의 총합은 늘 일정하다. 즉, 전환 전의 에너지 총합과 전환 후의 에너지 총합은 같다. 이를 에너지 보존 법칙이라 하며, 역학적 에너지 보존 법칙은 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합이 항상 일정한 경우를 말한다. 질량 m인 물체가 가만히 낙하하면서 높이 h인 지점을 지날 때 속력을 v라고 하면, 공기 저항이 없을 때 역학적 에너지 보존 법칙은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{일정} \qquad (\text{단, } g\text{는 중력가속도})$$

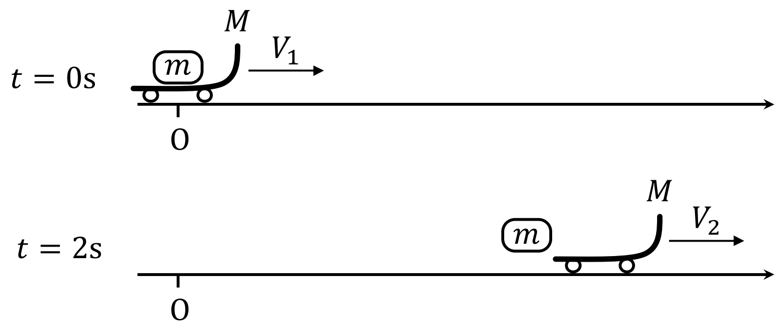
(다) 위치, 변위, 속도, 가속도, 힘 등과 같이 방향과 크기를 함께 가지는 물리량을 벡터량이라고 한다. 벡터를 그림으로 표시할 때에는 화살표로 나타내며, 이때 화살표의 길이가 벡터의 크기를, 화살표의 방향이 벡터의 방향을 나타낸다. 물체의 운동을 분석하려면 힘 벡터를 분해해야 할 때가 있다. 힘 벡터는 임의의 방향으로 분해할 수 있지만 계산을 편리하게 하기 위해 보통 수직인 두 벡터로 분해한다.

(라) 공기 저항을 무시할 때 수평으로 던진 공의 운동 경로를 정량적으로 분석해 보자. 공을 수평 방향으로 속력 v_0으로 던지면 수평 방향(x축 방향)의 처음 속력은 v_0이고, 연직 방향(y축 방향)의 처음 속력은 0이다. x축 방향으로는 등속도 운동을 하므로 공이 시간 t 동안 수평으로 이동한 거리 x는 $x = v_0 t$이다. 연직 방향으로는 중력 가속도 g로 등가속도 운동을 하므로 공이 시간 t 동안 낙하한 변위 y는 $y = -\frac{1}{2}gt^2$이다. 이때 공의 이동 경로를 x, y로 나타내기 위해 $x = v_0 t$와 $y = -\frac{1}{2}gt^2$에서 t를 소거하면 다음과 같다.

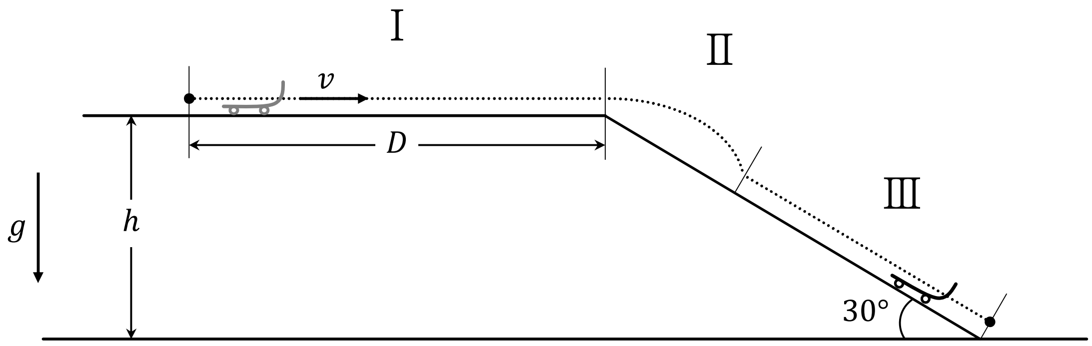
$$y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2$$

이 식은 포물선의 방정식으로 공의 이동 경로가 포물선임을 보여 준다.

[문제 4-1] 아래 그림과 같이 마찰이 없는 평면에서 질량이 $M = 0.8\,\mathrm{kg}$ 인 수레가 직선 운동을 하고 있다. 시각 $t = 0\,\mathrm{s}$ 에서 수레는 질량이 $m = 0.4\,\mathrm{kg}$ 인 물체를 싣고 속력 $V_1 = 3\,\mathrm{m/s}$ 로 원점 O를 지나고 있다. 시각 $t = 2\,\mathrm{s}$ 에서 물체가 수레의 운동 방향과 반대 방향으로 수평으로 던져졌고, 수레의 속력은 $V_2 = 4\,\mathrm{m/s}$ 가 되었다. 물체는 중력에 의해 $h = 0.2\,\mathrm{m}$ 낙하하여 지면에 떨어졌다. 물체가 떨어진 지점의 위치를 제시문 (가) - (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 중력가속도 g 는 $10\,\mathrm{m/s^2}$ 이고, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.) **[15점]**



[문제 4-2] 아래 그림은 질량이 $0.5\,\mathrm{kg}$ 인 수레가 높이 $h=\frac{9}{5}\,\mathrm{m}$ 인 평면에서 직선 운동을 하다가 기울기가 30° 인 빗면을 내려가는 운동을 나타낸다. 그림과 같이 수레는 구간 Ⅰ 에서 속력 $v=2\sqrt{3}\,\mathrm{m/s}$ 로 거리 $D=\frac{4}{5}\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ 를 이동하고, 구간 Ⅱ 에서 중력에 의한 포물선 운동을 한 후, 구간 Ⅲ에서 빗면을 따라 지면까지 내려온다. 구간 Ⅱ가 끝나는 지점에서 수레가 빗면에 닿을 때 운동 에너지의 $\frac{3}{7}$을 잃었다. 수레가 구간 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ을 이동한 총 시간을 제시문 (나) - (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 중력가속도 g는 $10\,\mathrm{m/s^2}$ 이고, 수레의 질량은 일정하며, 수레의 크기와 공기 저항 및 마찰은 무시한다.) **[15점]**



- 끝 -

[화학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 화학 반응에 참여하는 물질들이 산화되거나 환원되면 그 물질들 사이에서 전자의 이동이 일어나기 때문에 반드시 산화수의 변화가 일어난다. 그러므로 물질을 이루는 원자의 산화수 변화를 알면 산화된 물질과 환원된 물질을 쉽게 구별할 수 있다. 산화 반응은 산화수가 증가하는 반응이고, 환원 반응은 산화수가 감소하는 반응이다. 산화와 환원은 항상 동시에 일어나므로 어떤 물질이 산화되면 다른 물질은 환원된다. 이때 산화되는 물질은 자신이 산화되면서 다른 물질을 환원시키므로 환원제라고 하고, 환원되는 물질은 자신이 환원되면서 다른 물질을 산화시키므로 산화제라고 한다.

(나) 산의 세기는 수용액 속 H_3O^+의 농도로, 염기의 세기는 수용액 속 OH^-의 농도로 비교할 수 있다. 같은 온도에서는 수용액의 종류에 관계없이 H_3O^+과 OH^-의 농도를 곱한 값이 일정하므로 H_3O^+의 농도로 산과 염기의 세기를 모두 비교할 수 있다. 그러나 H_3O^+의 농도는 매우 작아 실제 값을 그대로 사용하기가 불편하다. 1909년 덴마크의 화학자 쇠렌센은 H_3O^+의 농도를 편리하게 나타내는 방법으로 수소 이온 농도 지수(pH)를 제안하였다.

$$\mathrm{pH} = -\log[H_3O^+]$$

25 ˚C에서 순수한 물은 $[H_3O^+] = [OH^-] = 1.0 \times 10^{-7}$ M로 pH가 7이며 중성이다. 산성 수용액에서는 $[H_3O^+] > [OH^-]$이므로 pH가 7보다 작고, 염기성 수용액에서는 $[H_3O^+] < [OH^-]$이므로 pH가 7보다 크다.

(다) 1662년 영국의 과학자 보일은 J자관과 수은을 이용한 실험을 통해 일정한 온도에서 기체의 부피가 압력에 따라서 어떻게 변하는지를 측정하였다. 보일은 이 실험으로 ‘기체의 온도와 몰수가 일정할 때 기체에 작용하는 압력과 기체의 부피의 곱은 일정하다.’는 것을 밝혀내었다. 이를 보일 법칙이라고 한다. 일정한 온도에서 일정량의 기체의 부피를 V, 기체의 압력을 P라고 하면, 기체의 부피와 압력 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$PV = k \ (k\text{는 상수})$$

(라) 일반적으로 A와 B가 반응하여 C와 D를 생성하는 반응의 화학 반응식에서 항상 일정한 값을 나타내는 농도비를 K라고 하면, K는 다음과 같이 나타낸다.

$$a\mathrm{A} + b\mathrm{B} \rightleftarrows c\mathrm{C} + d\mathrm{D} \qquad K = \frac{[\mathrm{C}]^c[\mathrm{D}]^d}{[\mathrm{A}]^a[\mathrm{B}]^b}$$

([A], [B], [C], [D]: 평형 상태에서 각 물질의 몰 농도)

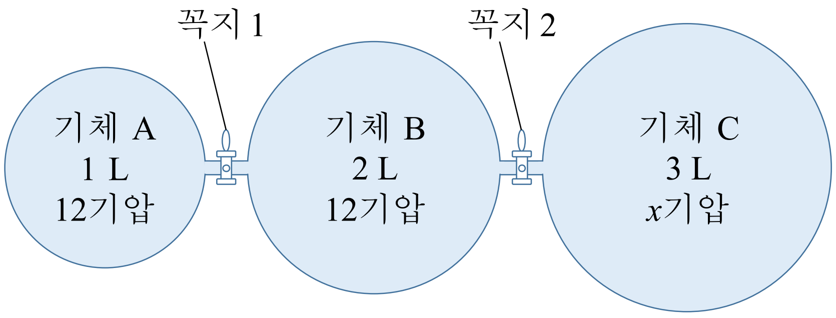
이때 K를 평형 상수라고 하고, 평형 상수는 온도가 일정하면 농도와 관계없이 일정한 값을 갖는다. 일반적으로 평형 상수는 몰 농도를 이용하여 나타내지만, 단위는 생략한다. 기체 사이의 반응인 경우 평형 상태에서의 부분 압력을 이용하여 평형 상수를 나타내기도 한다. 르샤틀리에는 ‘화학 반응이 평형 상태에 있을 때 농도, 온도, 압력과 같은 반응 조건을 변화시키면 그 변화를 감소시키는 방향으로 반응이 진행되어 새로운 평형에 도달한다.’는 르샤틀리에 원리를 발견하였다. 이를 평형 이동이라고 한다.

[문제 4-1] 0.10 L의 염기성 수용액에서 옥살산 이온($C_2O_4^{2-}$)과 과망가니즈산 이온(MnO_4^-)이 반응해 탄산 이온(CO_3^{2-})과 이산화 망가니즈(MnO_2)를 형성하였다. 제시문 (가)에 근거하여, 이 반응에서 산화제와 환원제로 작용한 물질은 각각 무엇인지 제시하고 산화 환원 반응식을 완성하시오. 이 반응이 진행된 전후로 수용액의 온도는 25°C로 일정하였고 pH가 10.00에서 9.00으로 감소하였다면, 이때 석출된 MnO_2의 질량 및 이동한 전자의 몰수를 제시문 (나)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 염의 가수분해는 pH 변화에 기여하지 않으며 다른 산화 환원 반응은 일어나지 않는다. MnO_2의 화학식량은 87 g mol^{-1}이고 25°C에서 물의 이온곱상수는 1.0×10^{-14}이다.) **[15점]**

[문제 4-2] 다음은 기체 A와 B가 반응하여 기체 C를 생성하는 화학 반응식과 압력으로 정의되는 평형 상수 K 이다.

$$\mathrm{A}(g) + \mathrm{B}(g) \rightleftarrows \mathrm{C}(g) \qquad K$$

아래 그림과 같이 부피가 서로 다른 세 개의 용기가 꼭지 1과 꼭지 2로 연결되어 있다. 두 꼭지가 닫혀 있는 상태에서 1 L의 용기에는 12기압의 기체 A, 2 L의 용기에는 12기압의 기체 B, 3 L의 용기에는 x기압의 기체 C가 각각 들어 있었다. 꼭지 1을 열어 평형 상태에 도달한 후 가운데 용기의 압력을 측정하였더니 10기압이었고, 그 후 꼭지 2를 열어 새로운 평형 상태에 도달한 후 가운데 용기의 압력을 측정하였더니 10.5기압이었다. 제시문 (다), (라)에 근거하여 이 화학 반응식의 평형 상수 K 와 꼭지 2를 열기 전 기체 C의 압력 x 를 논리적으로 구하시오. (단, 온도는 일정하고, 연결관의 부피는 무시한다.) **[15점]**



- 끝 -

[수학, 문제 1 제시문 출전]
수학 III-3-2 원과 직선의 위치 관계 (㈜좋은책신사고, 고성은 외 5인, 2019; p.137-141)
수학 III-3-2 원과 직선의 위치 관계 (㈜미래엔, 황선욱 외 9인, 2019; p.144-148)
수학 III-3-2 원과 직선의 위치 관계 (㈜교학사, 권오남 외 14인, 2019; p.134-139)
수학 III-3-2 원과 직선의 위치 관계 (㈜금성출판사, 배종숙 외 6인, 2019; p.145-147)
수학 III-3-2 원과 직선 (㈜천재교육, 이준열 외 7인, 2019; p.145-150)
수학 III-3-2 원과 직선의 위치 관계 (동아출판㈜, 박교식 외 19인, 2019; p.133-138)
수학 VI-1-1 경우의 수 (㈜좋은책신사고, 고성은 외 5인, 2019; p.249-252)
수학 VI-1-1 경우의 수 (㈜미래엔, 황선욱 외 9인, 2019; p.261-264)
수학 VI-1-1 경우의 수 (㈜교학사, 권오남 외 14인, 2019; p.255-262)
수학 VI-1-1 경우의 수 (㈜금성출판사, 배종숙 외 6인, 2019; p.262-266)
수학 VI-1-1 합의 법칙과 곱의 법칙 (㈜천재교육, 이준열 외 7인, 2019; p.262-266)
수학 VI-1-1 경우의 수 (동아출판㈜, 박교식 외 19인, 2019; p.255-258)

[문제 1 출제 의도]
다양한 상황에서 발생하는 경우의 수에 대한 개념은 논리적 사고와 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 두 가지의 새로운 주사위에서 나올 수 있는 다양한 상황을 이해하고, 원과 직선의 위치 관계에 대한 성질을 이용하여 구하고자 하는 경우의 순서쌍을 정확하게 찾아낼 수 있는 지를 평가한다.

[수학, 문제 2 제시문 출전]

첫 번째 제시문: - 수학I, 삼각함수, 삼각함수 (미래엔 p.78)
- 수학 I, 삼각함수, 삼각함수의 뜻 (동아출판 p.70)
- 수학 I, 삼각함수, 삼각함수의 뜻 (금성출판사 p.81)
- 수학 I, 삼각함수, 삼각함수의 뜻 (천재교육 p.79)

두 번째 제시문: - 미적분, 적분법, 치환적분법 (동아출판 p.134)
- 미적분, 적분법, 치환적분법 (교학사 p.150)
- 미적분, 적분법, 치환적분법 (천재교육 p.147)
- 미적분, 적분법, 치환적분법 (좋은책 신사고 p.133)

세 번째 제시문: - 미적분, 미분법, 삼각함수의 덧셈정리 (교학사 p.67)
- 미적분, 미분법, 삼각함수의 덧셈정리 (좋은책 신사고 p.62)
- 미적분, 여러 가지 함수의 미분, 삼각함수의 덧셈정리 (천재교과서 p.71)
- 미적분, 미분법, 삼각함수의 덧셈정리 (동아출판 p.65)

네 번째 제시문: - 미적분, 미분법, 합성함수의 미분법 (동아출판 p.82)
- 미적분, 미분법, 합성함수의 미분법 (좋은책 신사고 p.81)
- 미적분, 미분법, 합성함수의 미분 (천재교육 p.89)
- 미적분, 여러 가지 미분법, 합성함수의 미분법 (천재교과서 p.104)

[문제 2-1 출제 의도]

치환적분 계산을 수행하기 위해 적절한 함수의 선택을 할 수 있는지 그리고 이를 위해 삼각함수의 성질을 이용하여 적분을 하는 함수를 변형할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2 출제 의도]

미적분학에서 다룬 속력와 이동거리의 관계를 이용하여 주어진 상황을 제시문에 따라 이해하여 문제를 파악하는 능력을 갖추었는지 평가한다. 또한 문제를 푸는 과정에서 미적분학에서 다루는 도함수를 이용하여 함수의 최댓값을 구하는 과정을 이해하는지와 미분과 적분 계산을 수행하는 능력을 갖추었는지 평가한다.

[수학, 문제 3 제시문 출전]

첫 번째 제시문: - 수학 II, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소 (미래엔 p.83)
- 수학 II, 함수의 증가와 감소 (금성출판사 p.85)
- 수학 II, 함수의 극대와 극소 (지학사 p.84)
- 수학 II, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소 (천재교육 p.85)

두 번째 제시문: - 수학 II, 정적분의 활용 (미래엔 p.140)
- 수학 II, 두 곡선 사이의 넓이 (금성출판사 p.139)
- 수학 II, 넓이 (지학사 p.145)
- 수학 II, 도형의 넓이 (천재교육 p.137)

세 번째 제시문: - 수학, 이차방정식의 근과 계수의 관계 (미래엔 p.61)
- 수학, 이차방정식의 판별식, 근과 계수의 관계 (천재교육 p.55)
- 수학, 이차방정식의 근과 계수의 관계 (동아출판 p.53)
- 수학, 이차방정식의 근과 계수의 관계 (금성출판사 p.62)

네 번째 제시문: - 수학, 점과 직선 사이의 거리 (미래엔 p.133)
- 수학, 점과 직선 사이의 거리 (천재교육 p.134)
- 수학, 점과 직선 사이의 거리 (동아출판 p.123)
- 수학, 점과 직선 사이의 거리 (금성출판사 p.136)

[문제 3-1 출제 의도]

함수의 역함수에 대한 개념을 정확히 이해하고 미분과 이차함수의 판별식을 활용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2 출제 의도]

미적분의 기본 개념인 접선의 방정식 및 두 곡선 사이의 넓이를 이차방정식의 근과 계수의 관계를 활용하여 계산할 수 있는 종합적인 사고 능력 갖추었는지 평가한다.

[생명과학, 문제 4 제시문 출전]

제시문 (가): - 생명과학 I, 유전적 다양성 (금성출판사, p.132)
- 생명과학 I, 유전자와 염색체 (동아출판사, p.117-123)
- 생명과학 I, 염색체와 DNA (미래엔, p.126)
- 생명과학 I, 염색체와 유전 물질 (지학사, p.112-119)
- 생명과학 I, 염색체 (비상, p.115-121)

제시문 (나): - 생명과학 I, 사람의 유전 (금성출판사, p.146)
- 생명과학 I, 돌연변이와 유전병 (동아출판사, p.144)
- 생명과학 I, 유전자 이상과 염색체 이상 (지학사, p.134)
- 생명과학 I, 유전병의 종류와 특징 (미래엔, p.112)
- 생명과학 I, 사람의 유전병 (비상, p.142)

제시문 (다): - 생명과학 I, 질병과 병원체 (금성출판사, p.112)
- 생명과학 I, 질병과 병원체 (동아출판사, p.93-94)
- 생명과학 I, 생물의 특성 (미래엔, p.19)
- 생명과학 I, 생물의 특성 (지학사, p.18)
- 생명과학 I, 우리 몸의 방어 작용 (미래엔, p.101-102)

제시문 (라): - 생명과학 I, 우리 몸의 방어 작용 (금성출판사, p.116)
- 생명과학 I, 우리 몸의 방어 작용 (미래엔, p.108-109)
- 생명과학 I, 질병과 방어작용 (지학사, p.94-95)
- 생명과학 I, 우리 몸의 방어작용 (천재교육, p.100-102)

[문제 4-1 출제 의도]

생명 현상이 지속적으로 세대를 거치면서 일어날 수 있는 것은, 생명 정보가 담긴 유전 물질을 다음 세대로 전달해 주는 유전 현상이 있기 때문이다. 이러한 유전 현상에 문제가 생기면 생명체가 제대로 발생 및 성숙 할 수 없거나, 다양한 질병에 걸리게 된다. [문제 4-1]에서는 유전질환 A 가 빈번히 나타나는 가족의 가계도를 분석하고, 유전자 검사 결과를 해석하여 질병의 원인을 추론하는 문제로써, 학생들의 데이터 해석력, 논리적 사고력, 추론 능력을 측정하고자 하였다.

주어진 가계도를 분석해 보면, 남성에서 자주 유전질환이 발생하며, 성염색체 X 위에 유전질환과 연관된 유전자가 놓여 있음을 알 수 있다. 학생들은 가계도로부터 상염색체 유전 현상과 구별하여, 각 사람들의 유전자형으로 표시할 수 있다. 이에 따르면 철수는 100% 질환이 발생해야 하는 것으로 가계도를 통해서 보여 진다. 문제에서 의사 또한 철수에게 질환이 의심되어 유전자 검사를 권유하였고, 검사 결과 철수는 유전질환이 발생하지 않을 것이라고 최종 진단 받았다. <표 1>에 제시된 유전자 검사 결과를 보면 b, c, e 인 여자는 a, d, f 에 비해 두 배의 DNA 가 검출된 것으로 보아, 유전질환과 관련된 유전자가 성염색체 X 위에 놓여 있음을 다시 한 번 확인 할 수 있다. 그러나 철수는 DNA 량이 상대적으로 적은 것으로 보아, 제시문 (나)에 의해 염색체 결손에 의해 유전질환과 관련된 유전자가 없어진 것을

추론해 볼 수 있다. 이를 통해 철수는 유전질환과 관련된 유전자가 결손에 의해 제거 되었고, 유전질환 A 로부터 자유로워 질 수 있다고 추론해 볼 수 있다. 이를 통해 실제 측정한 유전자 검사 결과와 가계도를 활용하여 주어진 상황 속에서 질병의 발병 원인을 추론하고, 논리적으로 제시할 수 있는지 확인하는 문제이다.

[문제 4-2 출제 의도]

우리 주변에 있는 많은 미생물 중에서 유익한 미생물도 있지만, 전염성을 가지고 질병을 일으키는 병원체도 있다. 세균, 곰팡이, 바이러스와 같은 병원체는 인체에 침입한 뒤 증식하여 세포를 파괴하거나 인체에 해로운 독소를 분비하여 질병을 일으킨다. [문제 4-2]에서는 주어진 제시문, 자료, 실험 결과를 바탕으로, 세균, 곰팡이, 바이러스의 특성을 정확히 이해할 수 있는지를 평가하고자 한다.

[제시문]을 바탕으로 [자료]에서 주어진 세균, 곰팡이, 바이러스의 특성을 올바르게 설명할 수 있는지를 평가한다. [제시문]과 [실험 1]을 통해, 원생생물인 세균과 진핵생물인 곰팡이와 달리, 스스로 물질대사 및 증식을 할 수 없는 바이러스는 멸균된 고체영양배지에서 증식할 수 없음을 추론할 수 있는지를 평가한다. [제시문]과 [실험 2]를 통해, 세포독성 T 림프구는 감염된 세포를 직접 인식하여 파괴하므로, 세균이나 곰팡이가 주입된 생쥐에 비하여 바이러스를 주입한 생쥐에서 세포독성 T 림프구 반응이 증가함을 설명할 수 있는지를 평가한다.

이를 통해 주어진 제시문에 대한 이해력, 자료 및 실험 결과의 해석력, 논리적 추론 능력을 종합적으로 측정하고자 한다.

[물리, 문제 4 제시문 출전]

제시문 (가): 물리 I – 역학과 에너지
(p.38-39, 천재교육, 강남화 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.46-47, 교학사, 김영민 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.32, 지학사, 김성원 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.30-31, 금성출판사, 이상연 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.29-31, 동아출판, 송진웅 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.36, 미래엔, 김성진 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.30, 비상교육, 손정우 외)

제시문 (나): 물리 I – 역학과 에너지
(p.49, 지학사, 김성원 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.48, 천재교육, 강남화 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.65, 교학사, 김영민 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.42-43, 금성출판사, 이상연 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.42, 동아출판, 송진웅 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.52, 미래엔, 김성진 외)
물리 I – 역학과 에너지
(p.28, 비상교육, 손정우 외)

제시문 (다): 물리 II – 역학적 상호 작용
(p.12-14, 비상교육, 손정우 외)
물리 II – 역학적 상호 작용
(p.11, 천재교육, 강남화 외)
물리 II – 역학적 상호 작용
(p.14-16, 교학사, 김영민 외)
물리 II – 역학적 상호 작용

(p.14-15, 지학사, 김성원 외)
물리 II – 역학적 상호 작용
(p.14-15, 미래엔, 김성진 외)

제시문 (라): 물리 II – 역학적 상호 작용
(p.30, 천재교육, 강남화 외)
물리 II – 역학적 상호 작용
(p.33, 교학사, 김영민 외)
물리 II – 역학적 상호 작용
(p.36-37, 지학사, 김성원 외)
물리 II – 역학적 상호 작용
(p.33, 미래엔, 김성진 외)
물리 II – 역학적 상호 작용
(p.26-27, 비상교육, 손정우 외)

[문제 4-1 출제 의도]

물체의 운동과 운동량 보존 법칙을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 수레에서 물체를 던지면 수레와 물체의 운동 에너지의 합은 변화하지만 운동량의 합은 보존된다. 따라서 문제에서 주어진 조건을 이용하여 물체가 던져진 직후 물체의 속력과 방향을 구할 수 있다. 이후 물체는 중력에 의한 포물선 운동을 한 후 지면에 도달하므로 물체의 낙하 시간과 이동거리를 구할 수 있다. 본 문항의 평가에서는, 일차원 직선 운동, 운동량 보존 법칙, 포물선 운동을 이해하고 벡터량의 합을 이용하여 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2 출제 의도]

문제 4-2는 등속 직선 운동을 하던 수레가 중력에 의한 포물선 운동을 하다가 등가속도 직선 운동으로 빗면을 내려오는 상황을 분석하여 각각의 운동에 걸리는 시간을 구하는 문제이다. 평면 위에서 수레의 운동은 등속 직선 운동으로 이동 시간은 속도와 이동 거리에 의해 결정된다. 수레가 포물선 운동을 시작할 때에는 수평 방향의 초기 속도를 가지므로 제시문에 주어진 포물선의 식을 이용하여 운동을 분석할 수 있다. 포물선 운동을 하는 동안에는 역학적 에너지 보존 법칙이 성립하므로 수레가 빗면에 닿기 직전의 속력을 구할 수 있고, 수레가 빗면에 닿을 때 운동 에너지의 손실이 주어져 있으므로 수레가 빗면을 내려오는 등가속도 운동의 초기 속도를 구할 수 있다. 수레의 등가속도 운동을 기술하기 위해서는 중력을 빗면에 나란한 힘과 빗면에 수직한 힘으로 분해하여 가속도를 결정할 수 있다. 등속 직선 운동, 등가속도 직선 운동과 역학적 에너지 보존 법칙은 물리1 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이고 수평으로 던져진 공의 포물선 운동과 힘의 벡터 성질은 물리2 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이다. 수레가 빗면에 닿는 지점은 포물선의 식과 빗면의 식을 연립하면 간단한 방정식을 도출하여 찾을 수 있다. 물리 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

[화학, 문제 4 제시문 출전]

제시문 (가): 화학 I − 단원 IV. 역동적인 화학 반응
(p.176-178, 교학사, 홍훈기 외 6인)
(p.177-179, 지학사, 이상권 외 7인)
(p.189-191, 동아출판, 황성용 외 3인)
(p.178-182, 미래엔, 최미화 외 5인)
(p.189-194, 천재교육, 노태희 외 6인)

제시문 (나): 화학 I − 단원 II. 원자의 세계
(p.156-157, 교학사, 홍훈기 외 6인)
(p.166-167, 지학사, 이상권 외 7인)
(p.172-173, 동아출판, 황성용 외 3인)
(p.160-162, 미래엔, 최미화 외 5인)
(p.170-171, 천재교육, 노태희 외 6인)

제시문 (다): 화학 II − 단원 I. 물질의 세 가지 상태와 용액
(p.15-16, 미래엔, 최미화 외 5인)
(p.14-15, 교학사, 홍훈기 외 6인)
(p.12, 비상교육, 박종석 외 7인)
(p.14, 지학사, 이상권 외 7인)
(p.14-15, 천재교육, 노태희 외 6인)
(p.16-17, 상상아카데미, 장낙한 외 9인)

제시문 (라): 화학 II − 단원 II. 반응엔탈피와 화학 평형
(p.90-101, 미래엔, 최미화 외 5인)
(p.92-99, 교학사, 홍훈기 외 6인)
(p.91-100, 지학사, 이상권 외 7인)
(p.77-85, 비상교육, 박종석 외 7인)
(p.89-97, 천재교육, 노태희 외 6인)
(p.99-112, 상상아카데미, 장낙한 외 9인)

[문제 4 출제 의도]

본 모의 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정(화학 I 및 화학 II)에 대한 전반적인 이해도를 평가하고자 하였다.

[문제 4-1]은 화학 I에서 다루는 역동적인 화학 반응 및 반응의 양적 관계에 대한 개념 적용 문제로써, 화학 교과에 대한 전반적인 이해도 및 실제 사례 응용 능력을 평가하고자 하였다. 물질을 구성하는 원소들의 산화수 결정 방법과 산화수법을 이용한 산화 환원 반응식 수립, 산화 환원 반응에 수반되는 전자의 이동, 산화제 및 환원제의 구분, 수용액의 산성도 계산, 반응물과 생성물의 양적 관계에 질문함으로써 화학 반응에 대한 통합적인 이해도를 가늠하고 올바른 결론을 도출해내기 위한 사고 능력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]는 화학 II 에서 다루는 이상 기체의 성질과 화학 평형의 개념을 바르게 연계하여, 기체 사이의 반응에서 생성물과 반응물의 양적 변화를 논리적으로 도출해 낼 수 있는지 물어보는 문제이다. 온도가 일정할 때 기체의 압력과 부피의 곱이 일정하다는 보일 법칙을 이용하여 화학 반응의 일어나기 전 반응물의 초기 상태를 알아내고, 이로부터 화학 평형에 도달했을 때 반응물과 생성물의 양적 관계를 도출하여 주어진 화학 반응의 평형 상수를 계산할 수 있어야 한다. 또한, 생성물의 추가로 인해 평형 이동이 일어난다는 것을 이해하고, 일정한 온도에서 평형 상수가 일정하다는 것을 이용하여 새로운 평형 상태에서 반응물과 생성물의 양적 관계를 구할 수 있어야 한다.

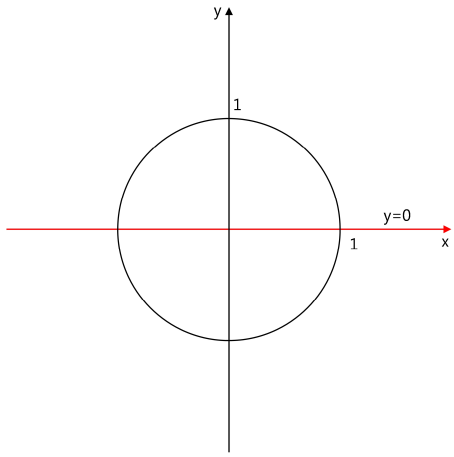
2022학년도 중앙대학교

모의논술 예시 답안

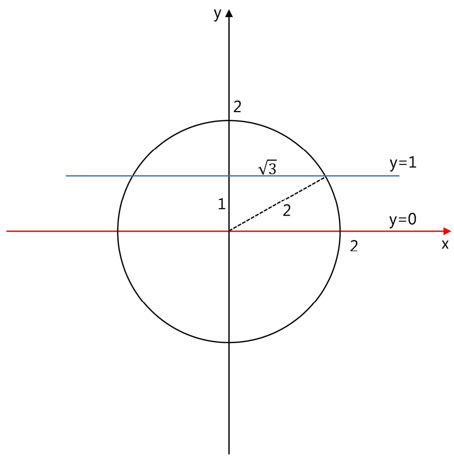
[수학, 문제 1 예시 답안]

▶ a가 가능한 값은 1, 2, 3, 4이고, b가 가능한 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이다. 이때, $|b-4|$가 가능한 값은 0, 1, 2, 3, 4이다.

▶ $a=1$일 때, 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=|b-4|$가 서로 다른 두 점에서 만나는 경우는 $|b-4|=0$일 때이다. 즉, 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=0$이 만나는 두 점 사이의 선분의 길이는 $l=2$이다.

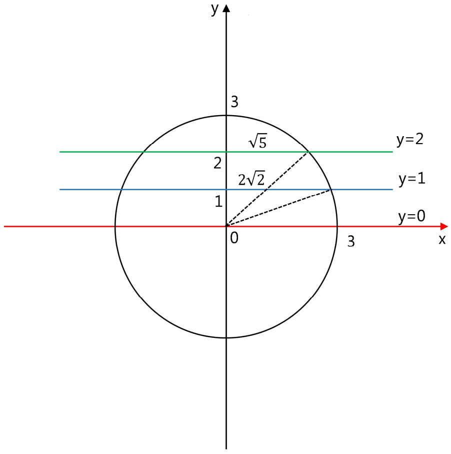


▶ $a=2$일 때, 원 $x^2+y^2=4$와 직선 $y=|b-4|$가 서로 다른 두 점에서 만나는 경우는 $|b-4|=0$ 또는 $|b-4|=1$일 때이다 (즉, $y=0$ 또는 $y=1$이다). 이때 원과 직선이 만나는 두 점 사이의 선분의 길이는 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 사용하면 $l=4$ 또는 $l=2\sqrt{3}$임을 알 수 있다.

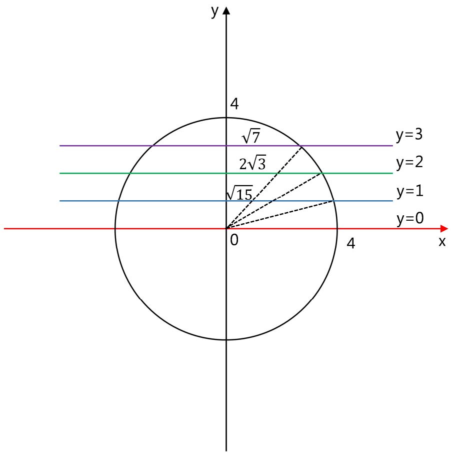


▶ $a=3$일 때, 원 $x^2+y^2=9$와 직선 $y=|b-4|$가 서로 다른 두 점에서 만나는 경우는 $|b-4|=0$, $|b-4|=1$ 또는 $|b-4|=2$일 때이다 (즉, $y=0$, $y=1$ 또는 $y=2$이다). 이때 원과 직선이 만나는 두 점 사이의 선분의 길이는 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 사용하

면 $l=6$, $l=4\sqrt{2}$ 또는 $l=2\sqrt{5}$ 임을 알 수 있다.



▶ $a=4$ 일 때, 원 $x^2+y^2=16$ 과 직선 $y=|b-4|$ 가 서로 다른 두 점에서 만나는 경우는 $|b-4|=0$, $|b-4|=1$, $|b-4|=2$ 또는 $|b-4|=3$ 일 때이다 (즉, $y=0$, $y=1$, $y=2$ 또는 $y=3$ 이다). 이때 원과 직선이 만나는 두 점 사이의 선분의 길이는 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 사용하면 $l=8$, $l=2\sqrt{15}$, $l=4\sqrt{3}$ 또는 $l=2\sqrt{7}$ 임을 알 수 있다.



▶ 이때 $\sqrt{15} \le l \le \sqrt{20}$ 을 만족하는 경우는 다음과 같다.

l	a	$\lvert b-4\rvert$	b
$4=\sqrt{16}$	2	0	4
$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$	3	2	2
$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$	3	2	6

▶ 따라서 조건을 만족시키는 순서쌍 (a,b) 는 $(2,4)$, $(3,2)$, $(3,6)$ 이다.

[문제 1 채점 기준]

1. $a=1$일 때 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나는 경우를 모두 찾고, 그때의 두 점 사이의 선분의 길이를 올바르게 계산한 경우: **+4점**

2. $a=2$일 때 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나는 경우를 모두 찾고, 그때의 두 점 사이의 선분의 길이를 올바르게 계산한 경우: **+4점**

3. $a=3$일 때 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나는 경우를 모두 찾고, 그때의 두 점 사이의 선분의 길이를 올바르게 계산한 경우: **+4점**

4. $a=4$일 때 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나는 경우를 모두 찾고, 그때의 두 점 사이의 선분의 길이를 올바르게 계산한 경우: **+4점**

5. 선분의 길이 l에 대한 조건을 만족하는 경우와 그때의 순서쌍 (a, b)를 올바르게 찾은 경우: **+4점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.

[수학, 문제 2-1 예시답안]

적분을 하는 함수의 분모와 분자에 $(1+\sin x)^2$를 곱한 후, 제시문의 삼각함수 공식을 적용하여 다음과 같이 식을 정리한다.

$$\frac{(1-\sin x)^2(1+\sin x)^2}{\cos^3 x(1+\sin x)^2}=\frac{(1-\sin^2 x)^2}{\cos^3 x(1+\sin x)^2}=\frac{\cos x}{(1+\sin x)^2}$$

그리고 $u=\sin x$로 치환하여 적분을 계산한다.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{(1-\sin x)^2}{\cos^3 x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\cos x}{(1+\sin x)^2}dx=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{du}{(1+u)^2}=-\frac{2}{3}-(-1)=\frac{1}{3}$$

[문제 2-1 채점기준]

- 적분하는 함수를 정리하여 $\dfrac{\cos x}{(1+\sin x)^2}$를 얻으면 **+5점**
- $u=\sin x$로 치환을 하면 **+3점**
- 정답 $\dfrac{1}{3}$을 얻으면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 −0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[수학, 문제 2-2 예시답안]

우선 $z=\ln(t+1)$로 치환하여 $s(t)$를 구한다.

$$s(t)=\int_0^t \frac{\ln(u+1)}{u+1}du=\int_0^{\ln(t+1)} z\,dz=\frac{(\ln(t+1))^2}{2}.$$

각 $\angle\mathrm{BPO}$를 α라고 하고, 탄젠트 함수의 공식을 이용하여

$$\tan\theta=\frac{\tan(\theta+\alpha)-\tan\alpha}{1+\tan(\theta+\alpha)\tan\alpha}=\frac{\frac{2}{s+2}-\frac{1}{s+1}}{1+\frac{2}{s+2}\frac{1}{s+1}}=\frac{s}{s^2+3s+4}.$$

를 얻는다. 이때, 양변을 t에 대해 미분하여,

$$\sec^2\theta\frac{d\theta}{dt}=\frac{\frac{ds}{dt}(s^2+3s+4)-s\left(2s\frac{ds}{dt}+3\frac{ds}{dt}\right)}{(s^2+3s+4)^2}=\frac{v(4-s^2)}{(s^2+3s+4)^2}$$

을 구하고, 앞에서 얻은 $\tan\theta$를 삼각함수 공식 $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$에 적용하여,

$$\frac{d\theta}{dt}=\frac{v(4-s^2)}{(s^2+3s+4)^2}\left(1+\left(\frac{s}{s^2+3s+4}\right)^2\right)^{-1}=\frac{v(4-s^2)}{(s^2+3s+4)^2+s^2}$$

을 얻는다. 따라서 θ가 최대가 되게 하는 t_0는 $s(t_0)=2$를 만족하고 $t_0=e^2-1$이다.

이제 시각 t_0에서 θ의 이계도함수를 구하기 위해, 앞에서 얻은 $\frac{d\theta}{dt}$를 t에 대해 미분을 하면

$$\theta''(t)=\left(\frac{v}{(s^2+3s+4)^2+s^2}\right)'(4-s^2)+\frac{v}{(s^2+3s+4)^2+s^2}(4-s^2)'$$

인데, 여기서 $s(t_0)=2$ (따라서 $4-s(t_0)^2=0$)을 이용하면 첫 번째 항은 분수함수의 미분 값과 관계없이 0임을 알 수 있다. 마지막으로 $s(t_0)=2$와 $t_0=e^2-1$를 대입하여 정답을 얻는다.

$$\theta''(t_0)=\frac{v(t_0)(-2s(t_0)s'(t_0))}{(s(t_0)^2+3s(t_0)+4)^2+s(t_0)^2}=-\frac{v(t_0)^2}{50}=-\frac{(\ln(t_0+1))^2}{50(t_0+1)^2}=-\frac{2}{25e^4}$$

[문제 2-2 채점기준]

- $v(t)$를 적분하여 $s(t)=\frac{(\ln(t+1))^2}{2}$를 얻으면 **+3점**
- 탄젠트 함수 공식을 이용하여 식 $\tan\theta=\frac{s}{s^2+3s+4}$를 얻은 후, t에 대하여 미분하여 $\frac{d\theta}{dt}=\frac{v(4-s^2)}{(s^2+3s+4)^2+s^2}$를 얻으면 **+6점**
- θ가 최대가 되게 하는 $t_0=e^2-1$를 얻으면 **+3점**
- $\frac{d\theta}{dt}$를 미분하여 정답 $-\frac{2}{25e^4}$을 얻으면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 −0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[수학, 문제 3-1 예시답안]

$f(x)$는 최고차계수가 양수이므로 역함수를 가지려면, $f'(x)=3x^2+2ax+b\ge 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하여야 한다. 따라서 $D/4=a^2-3b\le 0$ 이고, 영역 R_1을 $R_1=\{(a,b)|a^2-3b\le 0\}$이라 하자.

마찬가지로 $g(x)$가 역함수를 가지려면, $g'(x)=5x^4-3bx^2+a\ge 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하여야 한다. $t=x^2$으로 치환하면, $t\ge 0$인 임의의 실수 t가 $5t^2-3bt+a\ge 0$을 만족하는 것으로 조건을 변경할 수 있다. 이차함수 $h(t)=5t^2-3bt+a$의 대칭축의 위치에 따라 다음의 두 경우를 생각하자.

i. $b\le 0$일 때, $h(0)=a\ge 0$이다. $R_2=\{(a,b)|a\ge 0, b\le 0\}$이라 하자.

ii. $b>0$일 때, $D=9b^2-20a\le 0$이다. $R_3=\{(a,b)|9b^2-20a\le 0\}$이라 하자.

이때, 영역 R은 $R=R_1\cap(R_2\cup R_3)$로 주어지며 그 넓이는

$$\int_0^{\sqrt[3]{20}}\left(\frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{a}-\frac{a^2}{3}\right)da=\left[\frac{\sqrt{20}}{3}\cdot\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}-\frac{a^3}{9}\right]_0^{\sqrt[3]{20}}=\frac{20}{9}$$ 이다.

[문제 3-1 채점기준]

- $a^2-3b\le 0$을 보이면 **+3점**
- $b\le 0$일 때 $a\ge 0$이고, $b>0$일 때 $9b^2-20a\le 0$을 보이면 **+4점**
- R의 넓이를 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 −0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[수학, 문제 3-2 예시답안]

접점을 (p, p^2) 으로 놓으면, 접선의 방정식은 $y = 2px - p^2$ 이다. 접선이 점 $\mathrm{Q}(t, -3t^2 + 4t - 1)$ 를 지나므로 $-3t^2 + 4t - 1 = 2pt - p^2$ 이고 이를 정리하면 $p^2 - 2tp - 3t^2 + 4t - 1 = 0$ 이다. 이 이차방정식의 두 근을 $\alpha, \beta(\alpha > \beta)$ 라 하면 $\alpha + \beta = 2t, \alpha\beta = -3t^2 + 4t - 1$ 이므로

$$\alpha - \beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{4t^2 - (-3t^2 + 4t - 1)} = 4t - 2$$

이다. 두 점 $\mathrm{A}(\alpha, \alpha^2)$ 와 $\mathrm{B}(\beta, \beta^2)$ 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}} = (\alpha - \beta)\sqrt{1 + (\alpha+\beta)^2}$$

이다. 직선 AB의 방정식은 $(\alpha+\beta)x - y - \alpha\beta = 0$ 이므로 점 $\mathrm{Q}(t, -3t^2 + 4t - 1) = \mathrm{Q}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}, \alpha\beta\right)$ 와의 거리 d는

$$d = \frac{(\alpha-\beta)^2}{2\sqrt{(\alpha+\beta)^2 + 1}},$$

$$\triangle \mathrm{QAB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{\mathrm{AB}} \cdot d = \frac{(\alpha-\beta)^3}{4}$$

이고, 직선 AB와 곡선 $y = x^2$ 사이의 넓이는

$$\int_{\beta}^{\alpha} ((\alpha+\beta)x - \alpha\beta - x^2)dx = \frac{(\alpha-\beta)^3}{6}$$

이므로

$$A(t) = \frac{(\alpha-\beta)^3}{4} - \frac{(\alpha-\beta)^3}{6} = \frac{(\alpha-\beta)^3}{12} = \frac{2(2t-1)^3}{3}$$

이다. $18 < \frac{2(2t-1)^3}{3} < 486$ 을 풀어 $2 < t < 5$ 를 얻는다.

[문제 3-2 채점기준]

- 관계식 $\alpha + \beta = 2t, \alpha\beta = -3t^2 + 4t - 1$ 를 찾으면 **+3점**
- 삼각형 QAB의 넓이를 구하거나 직선 AB와 곡선 $y = x^2$ 사이의 넓이를 구하면 **+4점**
- 위의 두 넓이를 모두 구하여 $A(t)$를 구하면 **+5점**
- t 의 범위를 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 −0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2 별해]

접점을 (p, p^2) 으로 놓으면, 접선의 방정식은 $y=2px-p^2$ 이다. 점 $\mathrm{Q}(t, -3t^2+4t-1)$ 를 접선이 지나므로 $-3t^2+4t-1=2pt-p^2$ 이고 이를 정리하면 $p^2-2tp-3t^2+4t-1=0$ 이다. 이 이차방정식을 풀어 두 근 $p=1-t$ 와 $p=3t-1$ 을 얻을 수 있고 $t>\dfrac{1}{2}$ 이므로 $1-t<t<3t-1$ 임을 안다.

구간 $[1-t, t]$ 에서 접선의 방정식은 $y=2(1-t)x-(1-t)^2$ 이고 구간 $[t, 3t-1]$ 에서 접선의 방정식은 $y=2(3t-1)x-(3t-1)^2$ 이다. 따라서

$$\begin{aligned} A(t) &= \int_{1-t}^{3t-1} x^2 dx - \int_{1-t}^{t} 2(1-t)x-(1-t)^2 dx - \int_{t}^{3t-1} 2(3t-1)x-(3t-1)^2 dx \\ &= \frac{1}{3}\left((3t-1)^3-(1-t)^3\right) \\ &\quad -(1-t)\left(t^2-(1-t)^2\right)+(1-t)^2 t-(1-t)^3 \\ &\quad -(3t-1)\left((3t-1)^2-t^2\right)+(3t-1)^3-(3t-1)^2 t \\ &= \frac{2}{3}(2t-1)^3 \end{aligned}$$

이다. $18<\dfrac{2(2t-1)^3}{3}<486$ 을 풀어 $2<t<5$ 를 얻는다.

[문제 3-2 별해 채점기준]

- 두 근 $p=1-t$ 와 $p=3t-1$ 을 구하면 **+3점**
- 두 접선 $y=2(1-t)x-(1-t)^2$ 와 $y=2(3t-1)x-(3t-1)^2$ 을 구하면 **+2점**
- 위의 두 넓이를 모두 구하여 $A(t)$를 구하면 **+7점**
- t 의 범위를 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 −0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[생명과학, 문제 4-1 예시답안]

가계도를 분석하면 남성의 유전질환 발생 빈도가 높고, X 염색체를 따라서 질환 유전자가 전달됨을 알 수 있다. 또한 <표 1>의 유전자 검사 결과를 통해서, 남자인 a, d, f에 비해 여자인 b, c, e에서 질환 관련 유전자 DNA의 증폭량이 두 배인 것으로 보아, 유전질환 A 관련 유전자는 X 염색체 위에 있음을 알 수 있다. 이에 따르면 c의 유전자형은 X'X'이고, d는 XY라고 간략히 표시할 수 있는데, 철수는 어머니인 c에서 X염색체를, 아버지인 d에서 Y염색체를 받으므로, 100% 유전질환 A를 갖게 될 것이다. 이러한 가계도를 분석하여 의사는 철수에게 유전자 검사를 받기를 권유하였고, 철수의 유전자 검사 결과에서는 유전질환 A관련 유전자 DNA의 증폭량이 상대적으로 매우 적었다. 이에 따라, 제시문 (나)에 근거하여 유전질환 유전자가 놓여있는 부위에서 결손 돌연변이가 발생했음을 알 수 있다. 따라서 철수는 c로부터 X염색체를 받을 때, 결손에 의해 유전질환과 관련한 유전자를 잃어서 유전질환이 걸리지 않을 것이라고 추론해 볼 수 있다.

[문제 4-1 채점기준]

1. 가계도를 분석하여 유전질환 관련 유전자가 X염색체에 의한 반성유전임을 확인하고, <표 1>의 DNA 상댓값을 통해 정확하게 확인하면, **+8점**
2. 철수는 가계도상에 의하면 100% 유전질환에 걸려야 한다고 제시하면, **+2점**
3. <표 1>의 측정값을 분석하여 철수의 X염색체 중 유전질환 A와 관련된 유전자 부위에 결손이 일어났고, 이 때문에 철수는 유전질환 A에 걸리지 않는다는 것을 제시하면, **+5점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점15점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능함.

[생명과학, 문제 4-2 예시답안]

▶ 제시문 (다)를 통해 세균은 단세포 원핵생물이고, 곰팡이는 진핵생물이며, 바이러스는 핵산이 단백질 껍질에 싸여있는 단순한 구조로 되어있음을 알 수 있다. 이를 바탕으로, 자료에 주어진 병원체들이 각각 어떤 병원체인지 유추할 수 있다. 원핵생물에는 막으로 된 세포 소기관인 소포체가 없고 리보솜은 존재하므로 병원체 P는 세균이라 할 수 있다. 진핵생물에는 소포체와 리보솜이 있으므로 병원체 R은 곰팡이이다. 세포 소기관이 존재하지 않는 병원체 Q는 바이러스이다.

▶ 제시문 (다)를 통해 바이러스는 스스로 물질대사를 할 수 없기 때문에 살아있는 세포 내에서만 증식함을 알 수 있다. [실험 1]에서 병원체 Q는 병원체 P, R와 달리, 멸균된 고체영양배지에서 콜로니를 형성하지 못하므로, 병원체 Q가 바이러스임을 추론할 수 있다.

▶ 제시문 (라)에서 세포독성 T 림프구는 감염된 세포를 직접 인식하여 파괴함을 확인할 수 있다. 제시문 (다)에서 바이러스는 살아있는 세포를 감염하여야만 증식할 수 있다고 하였으므로, 바이러스는 세포성 면역을 통해 제거되어야함을 유추할 수 있다. [실험 2]에서 병원체 접종 7일 후, 다른 생쥐들에 비해 병원체 Q를 접종한 생쥐 Y에서 세포독성 T 림프구 수가 현저하게 높게 증가하였으므로, 병원체 Q가 바이러스임을 추론할 수 있다.

[문제 4-2 채점기준]

1. 병원체 P는 세균, 병원체 Q는 바이러스, 병원체 R는 곰팡이임을 제시하면, +3점 (각 병원체 당 **+1점**)
2. 원핵생물에 막으로 된 세포 소기관인 소포체가 존재하지 않고 리보솜이 존재함을 제시하면, **+2점**
3. 진핵생물에 막으로 된 세포 소기관인 소포체와 리보솜이 모두 존재함을 제시하면, +2점
4. 바이러스는 스스로 증식할 수 없기 때문에 멸균된 고체영양배지에서 콜로니가 형성되지 않음을 제시하면, **+3점**
5. 병원체 Q를 접종한 생쥐 Y의 세포독성 T 림프구 수가 다른 생쥐에 비해 많은 이유가 바이러스에 감염된 세포는 세포성 면역을 통해 제거되어야하기 때문임을 제시하면, **+5점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능함.

[물리, 문제 4-1 예시답안]

▶ 시간 $0 \leq t < 2$ 에서 수레와 물체는 등속 직선 운동을 한다. 이 구간에서 수레와 물체의 총 운동량은 $p_1 = (M+m)V_1 = 3.6\,\mathrm{kg\cdot m/s}$ 이고, $t = 2\,\mathrm{s}$ 에서 물체의 위치는 $d_1 = V_1 t = 6\,\mathrm{m}$ 이다.

▶ 물체가 던져진 후 물체의 속도를 v라고 할 때, 물체의 운동량은 $p_m = mv$ 이고 수레가 가지는 운동량은 $p_M = MV_2$ 이다. 운동량 보존 법칙에 따라 $p_1 = p_m + p_M$ 이므로 물체의 속력은 $v = V_1 + \frac{M}{m}(V_1 - V_2) = 1\,\mathrm{m/s}$ 이고 물체는 수레와 같은 방향으로 움직인다.

▶ 시각 $t = 2\,\mathrm{s}$ 이후 물체는 중력에 의해 포물선 운동을 하므로 $\frac{1}{2}gt^2 = h$ 로부터 0.2초 후에 지면에 떨어진다.

▶ 이 시간 동안 물체가 수평 방향으로 움직인 거리는 오른쪽 방향으로 $0.2\,\mathrm{m}$ 이므로 물체의 위치는 원점으로부터 오른쪽 $6.2\,\mathrm{m}$ 에 떨어졌다.

[문제 4-1 채점기준]

- 물체를 던지기 전, 수레와 물체의 운동을 바르게 기술하면 **+3점**
- 물체를 던진 후 운동량 보존 법칙으로부터 물체의 속력과 운동 방향을 구하면 **+6점**
- 포물선 운동으로부터 물체가 지면에 떨어진 시각을 바르게 구하면 **+3점**
- 벡터합을 이용하여 물체의 위치를 바르게 구하면 **+3점**

※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).

[물리, 문제 4-2 예시답안]

▶ 구간Ⅰ에서 수레가 이동한 시간은 $t_1=\frac{D}{v}=\frac{2}{5}\,\mathrm{s}$ 이다.

▶ 구간Ⅱ에서 수레가 운동 한 시간을 t_2라고 할 때, 수평 방향으로 이동한 거리는 $d_1=vt_2$이고 수직 방향으로 이동한 거리는 $h_1=\frac{1}{2}gt_2^2$이다. 빗면의 기울기로부터 $h_1=\tan 30^\circ\, d_1$이므로 $t_2=\frac{2v}{\sqrt{3}g}=\frac{2}{5}\,\mathrm{s}$ 이다.

▶ 구간Ⅱ에서 수직 방향으로 이동한 거리는 $h_1=\frac{1}{2}gt_2^2=\frac{4}{5}\,\mathrm{m}$ 이므로, 수레가 빗면에 닿기 직전의 속력을 v_2라고 할 때, 역학적 에너지 보존 법칙으로부터 $v_2=2\sqrt{7}\,\mathrm{m/s}$ 이다.

▶ 수레가 빗면에 닿을 때 운동 에너지의 $\frac{3}{7}$을 잃으므로, 구간Ⅲ을 시작할 때 수레의 속력을 v_3라고 하면, $v_3=v_2\sqrt{1-\frac{3}{7}}=4\,\mathrm{m/s}$ 이다.

▶ 구간Ⅲ에서 수레는 초기 속력 v_3을 가지고 빗면을 따라 길이 $\frac{h-h_1}{\sin 30^\circ}=2\,\mathrm{m}$ 만큼 가속도 $g\sin 30^\circ=\frac{g}{2}$로 등가속도 직선 운동을 하므로, 구간Ⅲ에서 수레가 이동한 시간 t_3은 $t_3=\frac{2}{5}\,\mathrm{s}$ 이다. 그러므로 수레가 구간Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ을 통과한 총 시간은 $t_1+t_2+t_3=\frac{6}{5}\,\mathrm{s}=1.2\,\mathrm{s}$ 이다.

[문제 4-2 채점기준]

- 등속도 직선 운동으로부터 수레가 구간Ⅰ을 이동한 시간을 바르게 구하면 **+3점**
- 포물선 운동으로부터 수레가 구간Ⅱ를 이동한 시간을 바르게 구하면 **+3점**
- 구간Ⅱ가 끝날 때 수레의 속력을 바르게 구하면 **+3점**
- 구간Ⅲ을 시작할 때 수레의 속력을 바르게 구하면 **+3점**
- 등가속도 직선 운동으로부터 수레가 구간Ⅲ을 이동한 시간을 바르게 구하면 **+3점**

※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.

※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).

[화학, 문제 4-1 예시답안]

▶ 산화 환원 반응에 관여한 원자를 찾기 위해 반응물과 생성물에 포함된 모든 원자의 산화수를 표시해 준다.

$$\overset{+3\ -2}{C_2O_4}{}^{2-}\,(aq) + \overset{+7\ -2}{MnO_4}{}^{-}\,(aq) \rightarrow \overset{+4\ -2}{CO_3}{}^{2-}\,(aq) + \overset{+4\ -2}{MnO_2}\,(s)$$

탄소 원자의 산화수가 +3에서 +4로 증가하였으므로 산화되었고, 망가니즈 원자의 산화수가 +7에서 +4로 감소하였으므로 환원되었다. 따라서 산화된 탄소를 포함한 $C_2O_4^{2-}$가 환원제로, 환원된 망가니즈 원자를 포함한 MnO_4^{-}가 산화제로 작용하였다.

▶ 다음으로 위 반응을 산화 반쪽 반응과 환원 반쪽 반응으로 나눈다.

산화 반쪽 반응식: $C_2O_4^{2-}\,(aq) \rightarrow CO_3^{2-}\,(aq)$

환원 반쪽 반응식: $MnO_4^{-}\,(aq) \rightarrow MnO_2\,(s)$

각 반쪽 반응식에서 원자의 종류와 수가 같도록 계수를 맞춘다. (① 산소, 수소를 제외한 원소, ② 산소와 수소(염기성 용액이므로 H_2O 및 OH^- 사용) 순)

산화 반쪽 반응식: $C_2O_4^{2-}\,(aq) \rightarrow CO_3^{2-}\,(aq)$

$C_2O_4^{2-}\,(aq) \rightarrow 2\,CO_3^{2-}\,(aq)$

$C_2O_4^{2-}\,(aq) + 4\,OH^-\,(aq) \rightarrow 2\,CO_3^{2-}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l)$

환원 반쪽 반응식: $MnO_4^{-}\,(aq) \rightarrow MnO_2\,(s)$

$MnO_4^{-}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l) \rightarrow MnO_2\,(s) + 4\,OH^-\,(aq)$

각 반쪽 반응식에 양변의 전하량이 같아지도록 전자를 첨가한다.

산화 반쪽 반응식:

$$C_2O_4^{2-}\,(aq) + 4\,OH^-\,(aq) \rightarrow 2\,CO_3^{2-}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l) + 2e^-$$

환원 반쪽 반응식:

$$MnO_4^{-}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l) + 3e^- \rightarrow MnO_2\,(s) + 4\,OH^-\,(aq)$$

잃은 전자의 수와 얻은 전자의 수가 같도록 계수를 정한다.

산화 반쪽 반응식:

$$3 \times \{\,C_2O_4^{2-}\,(aq) + 4\,OH^-\,(aq) \rightarrow 2\,CO_3^{2-}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l) + 2e^-\,\}$$

환원 반쪽 반응식:

$$2 \times \{\,MnO_4^{-}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l) + 3e^- \rightarrow MnO_2\,(s) + 4\,OH^-\,(aq)\,\}$$

두 반쪽 반응식을 합하여 산화 환원 반응식을 완성한다.

$$3\,C_2O_4^{2-}\,(aq) + 2\,MnO_4^{-}\,(aq) + 4\,OH^-\,(aq) \rightarrow 6\,CO_3^{2-}\,(aq) + 2\,MnO_2\,(s) + 2\,H_2O\,(l)$$

▶ pH + pOH = 14이므로 pH = 10에서 pOH = 4, 즉 $[OH^-] = 1 \times 10^{-4}$ M이다. 따라서 pH = 10인 0.1 L 수용액에 들어 있는 OH^- 이온의 몰수는 1×10^{-4} M × 0.1 L = 1×10^{-5} mol이 된다. 마찬가지로 따라서 pH = 9인 0.1 L 수용액에 들어 있는 OH^- 이온의 몰수는 1×10^{-5} M × 0.1 L = 1×10^{-6} mol이 된다.

▶ 반응이 진행됨에 따라 OH^- 이온의 몰수는 9×10^{-6} mol(1×10^{-5} − 1×10^{-6} mol)만큼 줄어들었다. 완성된 산화 환원 반응식에 따르면 OH^- 이온 4개가 소모될 때 MnO_2 2개가 생성되므로 9×10^{-6} mol × 0.5 × 87 g mol^{-1} = 3.915×10^{-4} g만큼의 MnO_2가 석출된다.

▶ 완성된 산화 환원 반응식에 따르면 OH^- 이온 4개가 소모될 때 전자 6개가 이동하므로 9×10^{-6} mol ÷ 4 × 6 = 1.35×10^{-5} mol 만큼 전자가 이동하였다.

[문제 4-1 채점기준]

1. 탄소와 망가니즈의 산화수를 올바르게 결정하고 이를 바탕으로 산화제와 환원제를 올바르게 구분하면 **+3점**
2. 염기성 용액에서 일어나는 산화 환원 반응식을 올바르게 완성하면 **+7점** (산성 용액에서 일어나는 산화 환원 반응식을 완성한 경우 **+2점**)
3. 산화 환원 반응식과 pH 변화를 이용해 석출된 MnO_2의 질량을 바르게 계산하면 **+3점**
4. 산화 환원 반응식과 pH 변화를 이용해 이동한 전자의 개수를 바르게 계산하면 **+2점**

※ 계산을 잘못하면 −1 점.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15 점 이내에서 ±2 점 점수 조절 가능함.

[화학, 문제 4-2 예시답안]

▶보일 법칙을 이용하면, 꼭지1을 열었을 때 반응 전 기체 A와 B의 압력을 구할 수 있다.

기체 A: $P_0 V_0 = P_1 V_1$ $12\text{기압} \times 1\text{L} = P_1 \times (1+2)\text{L}$ $\therefore P_1 = 4\text{기압}$

기체 B: $P_0 V_0 = P_1 V_1$ $12\text{기압} \times 2\text{L} = P_1 \times (1+2)\text{L}$ $\therefore P_1 = 8\text{기압}$

▶ 꼭지1을 열었을 때 기체 A와 B가 반응하여 평형에 도달한 상태에서의 기체 A, B, C의 압력은 화학 반응식의 계수비를 고려하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A(g) + B(g) \rightleftarrows C(g)$$

	A의 압력(기압)	B의 압력(기압)	C의 압력(기압)	전체 압력(기압)
꼭지1 열림 (반응 전)	4	8	0	
꼭지1 열림 (평형 상태)	$4 - a$	$8 - a$	a	$12 - a$

평형에 도달하였을 때 용기의 압력이 10기압이므로 $12 - a = 10$ 이고, 즉 $a = 2$ 이다. 따라서 꼭지1을 열었을 때 기체 A, B, C의 평형 상태의 압력은 각각 2, 6, 2기압이고, 이를 이용하여 이 화학 반응의 평형 상수를 구하면 다음과 같다.

$$K = \frac{P_C}{P_A P_B} = \frac{2}{2 \times 6} = \frac{1}{6}$$

▶ 위와 마찬가지로 보일 법칙을 이용하면, 꼭지2를 열었을 때 평형이 이동하기 전 기체 A, B, C의 압력을 구할 수 있다.

기체 A: $P_0 V_0 = P_1 V_1$ $2\text{기압} \times (1+2)\text{L} = P_1 \times (1+2+3)\text{L}$ $\therefore \mathrm{P}_1 = 1\text{기압}$

기체 B: $P_0 V_0 = P_1 V_1$ $6\text{기압} \times (1+2)\text{L} = P_1 \times (1+2+3)\text{L}$ $\therefore \mathrm{P}_1 = 3\text{기압}$

기체 C: $P_0 V_0 = P_1 V_1$ $2\text{기압} \times (1+2)\text{L} + x\text{기압} \times 3\text{L} = P_1 \times (1+2+3)\text{L}$ $\therefore P_1 = (1 + \frac{x}{2})\text{기압}$

꼭지2를 열어 새로운 평형에 도달한 상태에서의 기체 A, B, C의 압력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

	A의 압력(기압)	B의 압력(기압)	C의 압력(기압)	전체 압력(기압)
꼭지2 열림 (반응 전)	1	3	$1+\frac{x}{2}$	
꼭지2 열림 (평형 상태)	$1+b$	$3+b$	$1+\frac{x}{2} - b$	$5+\frac{x}{2}+b$

▶ 꼭지2를 열고 나서 평형에 도달했을 때의 압력이 10.5기압이므로, $5+\frac{x}{2}+b = 10.5$ …①이고, 온도가 일정할 때 평형 상수는 일정하므로 다음의 식이 성립한다.

$$K = \frac{P_C}{P_A P_B} = \frac{(1 + \frac{x}{2} - b)}{(1+b) \times (3+b)} = \frac{1}{6} \cdots②$$

①과 ②를 연립하여 풀면, $b = 2, x = 7$이 나온다. 따라서 초기 상태 기체 C의 압력 x는 7기압이다.

[문제 4-2 채점기준]

1. 꼭지1을 열었을 때 반응 전과 후의 기체 A와 B의 압력을 바르게 나타내면 **+2점**
2. 주어진 화학 반응의 평형 상수를 바르게 구하면 **+5점**
3. 꼭지2를 열었을 때 평형 이동 전과 후의 각 기체의 압력을 바르게 나타내면 **+3점**
4. 초기 상태 기체 C의 압력 x는 7기압이라고 바르게 구하면 **+5점**

※ 계산을 잘못하면 −1 점.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15 점 이내에서 ±2 점 점수 조절 가능함.