

논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 10:00 ~ 12:00]

모집단위	학부·과	수험번호	성명
------	------	------	----

【 수험생 유의사항 】

1. 답안 작성 시 제목은 달지 말 것.
2. 수험번호, 성명 등 자신의 신상에 관한 사항이 답안에 드러날 경우는 부정행위로 간주함.
3. 답안 작성 시 필기구는 흑색 펜, 샤프 또는 연필을 사용할 것. (청색, 적색 펜 등 사용 불가)
다만, 수험번호와 주민등록번호 앞자리 마킹은 컴퓨터용 사인펜을 사용할 것.
4. 문제지와 답안지의 문제 번호가 일치하는지 반드시 확인할 것. (불일치 시 0점 처리)
5. 문항별 지정된 답안 작성 구역 안의 내용만 평가함.
6. 답안 수정은 지우개를 사용하거나 두 줄로 긋고 새로 작성하여야 함. (수정테이프는 사용할 수 없음)



[문제 1] (총 85점)

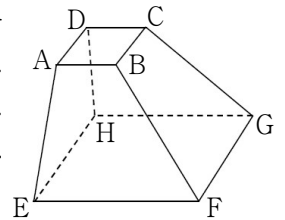
12보다 큰 자연수 중에서 12와 서로소인 수를 작은 수부터 차례로 나열할 때, k 번째 값을 a_k 라 하자.

(a) $a_k \geq 100$ 을 만족하는 자연수 k 의 최솟값을 구하여라. (30점)

(b) 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{2n} (a_k a_{k+1} - a_{k+2})$ 를 구하여라. (55점)

[문제 2] (95점)

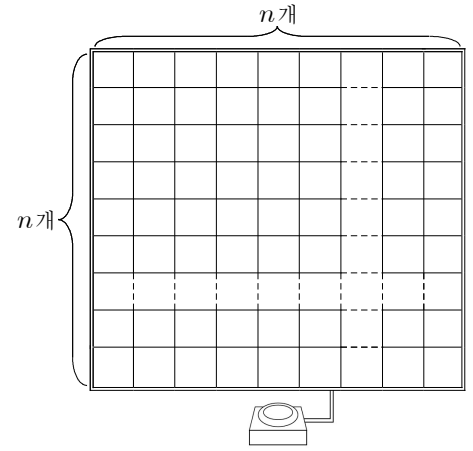
밑면이 정사각형인 사각뿔을 밑면과 평행한 평면으로 잘라서 오른쪽 그림과 같은 육면체를 얻었다. 육면체에서 두 정사각형 ABCD와 EFGH의 한 변의 길이는 각각 a 와 $a+2$ 이다. 또한 두 선분 AE와 DH의 길이는 모두 b 이며, 두 선분 BF와 CG의 길이는 모두 c 이다. 사각형 AEHD의 평면 BFGC 위로의 정사영의 넓이를 a, b, c 에 대한 식으로 나타내어라. (단, $a > 0, b > 1, c > 1$ 이고 $b^2 + c^2 \geq 6$ 이다.)



[문제 3] (총 105점)

그림과 같이 n^2 개의 영역으로 이루어진 한 개의 전광판이 있다. 이 전광판에 연결된 버튼을 이용하여 서울이와 시립이가 다음과 같은 규칙으로 게임을 하려고 한다. (단, n 은 3 이상의 자연수이다.)

- (1) 게임을 시작할 때, 전광판의 모든 영역은 불이 켜져있다.
- (2) 게임이 끝날 때까지 두 사람이 버튼을 번갈아 누른다.
- (3) 한 사람이 버튼을 누르면 불이 켜져있는 영역 중 임의의 한 영역에 불이 꺼지며, 이때 불이 켜진 영역은 버튼을 누른 사람의 소유가 된다.
- (4) 한 사람이 버튼을 눌렀을 때, 상대방이 소유한 영역과 한 모서리를 공유하는 영역에 불이 켜지면, 이때 버튼을 누른 사람이 승리하고 게임이 끝난다.



서울이부터 게임을 시작하여 진행할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (a) 시립이가 버튼을 한 번 눌러서 승리할 확률을 구하여라. (40점)
- (b) 서울이가 버튼을 두 번 눌러서 승리할 확률을 구하여라. (65점)

[문제 4] (115점)

자연수 n 에 대하여

$$T_n = \sum_{k=1}^{3n} \frac{1}{n^2} \int_0^{k\pi} \left| \sin \frac{x}{2n} \right| dx$$

라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ 의 값을 구하여라.

이 면은 여백입니다.