

모의 논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 : 2시간]

모집단위	학부·과	수험번호	성명
------	------	------	----

【 수험생 유의사항 】

- 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
- 문제지와 답안지의 문제번호가 일치하는지 반드시 확인할 것(불일치 시 0점 처리).
- 풀이과정을 반드시 기술할 것. 기술의 형식과 내용은 평가의 주요 요소임.



[문제 1] (85점)

연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$f(x+2\pi) = f(x) + |\cos 3x| + \left| \sin \frac{x}{2} \right|$$

자연수 n 에 대하여 $a_n = \frac{(-1)^n}{2n} \int_0^{2n\pi} f(x) dx$ 라 할 때, $\sum_{n=1}^{2024} a_n$ 의 값을 구하여라.

[문제 2] (총 95점)

빨간 공 6개와 파란 공 4개를 서로 다른 세 상자에 나누어 넣으려고 한다. (단, 빨간 공들은 서로 구별할 수 없고 파란 공들도 서로 구별할 수 없다.)

(a) 나누어 넣는 경우의 수를 구하여라. (40점)

(b) 모든 상자에서 빨간 공의 개수가 파란 공의 개수보다 같거나 많도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하여라. (55점)

[문제 3] (105점)

함수 $f(t) = e^t \ln(e^{3t} - 2e^t + e^{-t})$ 의 정의역을 구하고, 정적분 $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(t) dt$ 의 값을 구하여라.

[문제 4] (총 115점)

쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - y^2 = -1$ 의 두 초점 F_1, F_2 와 이 쌍곡선 위의 점 $P(x, y)$ 에 대하여, 두 평면벡터 $\overrightarrow{PF_1}$ 과 $\overrightarrow{PF_2}$ 가 이루는 각의 크기를 $\theta(x)$ 라고 하자. (단, 점 P 는 제1사분면에 있다.)

(a) $\cos(\theta(x)) = \frac{f(x)}{g(x)}$ 을 만족시키는 다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 구하여라. (40점)

(b) $|\overrightarrow{PF_1}| + |\overrightarrow{PF_2}| = 8$ 을 만족시키는 x 에 대하여, $\theta'(x)$ 의 값을 구하여라. (75점)