

논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 10:00 ~ 12:00]

모집단위	학부·과	수험번호	성명
------	------	------	----

【 수험생 유의사항 】

- 답안 작성 시 제목은 달지 말 것.
- 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
- 답안 작성 시 필기구는 흑색 펜, 샤프 또는 연필을 사용할 것. (청색, 적색 펜 등 사용 불가)
다만, 수험번호와 주민등록번호 앞자리 마킹은 컴퓨터용 사인펜을 사용할 것.
- 문제지와 답안지의 문제 번호가 일치하는지 반드시 확인할 것. (불일치 시 0점 처리)
- 각 문항별 답안 작성 구역안의 내용만 평가함.
- 답안 수정은 지우개를 사용하거나 두 줄로 긋고 새로 작성하여야 함. (수정테이프는 사용할 수 없음)



[문제 1] (85점)

두 곡선 $y = x^4 - 2x^2 + 1$ 과 $y = -x^2 + x + 2$ 가 만나는 두 점 중 x 좌표가 음수인 점을 P, x 좌표가 양수인 점을 Q라 하자. 점 A(0, -1)에 대하여 $k \leq \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PA} < k+1$ 을 만족시키는 정수 k 를 구하여라.

[문제 2] (총 95점)

서울이, 시립이, 대학이는 과일가게에서 사과와 배를 사려고 한다. 세 사람 중 과일을 사지 않은 사람이 있을 수도 있을 때, 다음 경우의 수를 구하여라. (단, 사과와 배는 각각 11개 이상이고, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않는다.)

(a) 서울이, 시립이, 대학이가 모두 합해서 11개의 과일을 사는 경우의 수를 구하여라. (40점)

(b) 서울이, 시립이, 대학이가 산 과일의 수를 차례로 x, y, z 라 하자. 이때 (a)의 경우 중 $x \leq y \leq z$ 를 만족시키는 경우의 수를 구하여라. (55점)

[문제 3] (105점)

자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 두 정수의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 A_n 이라 하자.

$$\text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } -|x-2| \leq ax+b \leq |x-2n|+5 \text{이다.}$$

이때 $\sum_{n=1}^{100} A_n$ 의 값을 구하여라.

[문제 4] (총 115점)

2 이상의 자연수 n 에 대하여 점 A_k 의 좌표를 $\left(\cos\left(\frac{k-1}{n}\pi\right), \sin\left(\frac{k-1}{n}\pi\right)\right)$ 라 하자. (단, $k=1, 2, \dots, 2n$)

점 A_1, A_2, \dots, A_{2n} 을 꼭짓점으로 하는 정 $2n$ 각형의 변 위를 두 점 P, Q가 시계 반대 방향으로 움직인다.

두 점 P, Q가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 두 점 P, Q는 시각 $t=0$ 일 때 점 $A_1(1, 0)$ 을 출발하여 정 $2n$ 각형을 한 바퀴 돌아 점 A_1 에 동시에 도착한다.
- (2) 점 P는 변 A_kA_{k+1} 위를 속력 $\sqrt{2-\frac{k}{2n}}$ 로 움직이고, 변 $A_{2n}A_1$ 위를 속력 1로 움직인다. (단, $k=1, 2, \dots, 2n-1$)
- (3) 점 Q의 속력은 일정하다.

(a) 점 P가 출발한 후 점 A_1 에 처음으로 도착하는 시각을 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값을 구하여라. (50점)

(b) 점 P가 출발한 후 점 $A_{n+1}(-1, 0)$ 에 처음으로 도착하는 시각을 c_n 이라 하자. 시각 $t=0$ 에서 $t=c_n$ 까지 점 P와 점 Q가 움직인 거리의 차를 d_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} d_n$ 의 값을 구하여라. (65점)

이 면은 여백입니다.