자연계열(약학부)

숙명여자대학교 2026학년도 숙명여자대학교 모의논술 자연계열 답안지

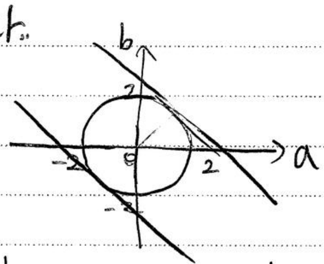
[문항 1]

※ 반드시 [문항 1]의 답안을 작성하시기 바랍니다.

1-1. (a,b)는 $x^2+y^2=4$ 위의 점이므로 $a^2+b^2=4$

$a+b=k$라 하면

직선 $b=-a+k$가 $a^2+b^2=4$라는 원에 접할 때 k는 최대, 최솟값을 갖는다.



$\frac{|k|}{\sqrt{2}}=2$ 이므로 $k=\pm 2\sqrt{2}$

$\therefore -2\sqrt{2} \le a+b \le 2\sqrt{2}$

1-2. $\alpha+\beta+r=(2+\sqrt{2})t$

$\alpha\beta+\beta r+r\alpha=(1+2\sqrt{2})t^2$

$\alpha\beta r=\sqrt{2}$

$\alpha^2+\beta^2=r^2$ 이므로

$(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=r^2$

$\alpha+\beta=(2+\sqrt{2})t-r$, $\alpha\beta=\frac{\sqrt{2}}{r}$

$(2+\sqrt{2})^2t^2-2(2+\sqrt{2})tr-\frac{2\sqrt{2}}{r}=0$

$\alpha\beta+r(\alpha+\beta)=(1+2\sqrt{2})t^2$ 이므로

$\frac{\sqrt{2}}{r}+r\{(2+\sqrt{2})t-r\}=(1+2\sqrt{2})t^2$

$(2+\sqrt{2})tr+\frac{\sqrt{2}}{r}=(3+2\sqrt{2})t^2$ 이므로

$(3+2\sqrt{2})t^2-r^2=(1+2\sqrt{2})t^2$

$2t^2=r^2$

$\alpha+\beta=\sqrt{2}r$, $\alpha\beta r=\sqrt{2}$,

$\alpha\beta+(\alpha+\beta)r=(\frac{1}{2}+\sqrt{2})r^2$

$\frac{\sqrt{2}}{r}=\frac{1}{2}r^2$ 이므로 $r^3=2\sqrt{2}$, $r=\sqrt{2}$

$t=\frac{r}{\sqrt{2}}=1$

숙명여자대학교 2026학년도 숙명여자대학교 모의논술 자연계열 답안지

[문항 2]

※ 반드시 [문항 2]의 답안을 작성하시기 바랍니다.

2-1.

$\int_0^1 x^n(1-x)^n\,dx$

$= \left[\frac{1}{n+1}x^{n+1}(1-x)^n\right]_0^1$

$\quad - \int_0^1 \frac{1}{n+1}x^{n+1}n(1-x)^{n-1}\cdot(-1)\,dx$

$= \frac{n}{n+1}\int_0^1 x^{n+1}(1-x)^{n-1}\,dx$

$\therefore b_n = \frac{n}{n+1}$

$\int_0^1 x^{n+1}(1-x)^{n-1}\,dx$

$= \left[\frac{1}{n+2}x^{n+2}(1-x)^{n-1}\right]_0^1$

$\quad - \int_0^1 \frac{1}{n+2}x^{n+2}\cdot(n-1)(1-x)^{n-2}(-1)\,dx$

$= \frac{n-1}{n+2}\int_0^1 x^{n+2}(1-x)^{n-2}\,dx$

이므로 $\int_0^1 x^n(1-x)^n\,dx$

$= \frac{n(n-1)}{(n+1)(n+2)}\int_0^1 x^{n+2}(1-x)^{n-2}\,dx$

이를 반복하면

$\int_0^1 x^n(1-x)^n\,dx = \frac{n(n-1)\cdots 1}{(n+1)(n+2)\cdots 2n}\int_0^1 x^{2n}\,dx$

$\int_0^1 x^{2n}\,dx = \left[\frac{1}{2n+1}x^{2n+1}\right]_0^1 = \frac{1}{2n+1}$ 이므로

$\int_0^1 x^n(1-x)^n\,dx = \frac{n!}{(n+1)(n+2)\cdots(2n+1)}$

$\therefore a_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)\cdots(2n+1)},\ n!$

이므로

$c_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)\cdots(2n+1)}$

$= \frac{n!}{(2n+1)!}$

2-2. $p_n = \int_0^1 (1-y^2)^n\,dy$

$t = y^2$ 로 치환하면 $dt = 2y\,dy = 2\sqrt{t}\,dy$

$p_n = \int_0^1 (1-y^2)^n\,dy = \int_0^1 (1-t)^n\cdot\frac{1}{2\sqrt{t}}\,dt$

$= \left[\sqrt{t}(1-t)^n\right]_0^1 + \int_0^1 n\sqrt{t}(1-t)^{n-1}\,dt$

$= n\int_0^1 t^{\frac{1}{2}}(1-t)^{n-1}\,dt$

$= n\left\{\left[\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}(1-t)^{n-1}\right]_0^1 + \int_0^1 (n-1)\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}(1-t)^{n-2}\,dt\right\}$

$= n(n-1)\times\frac{2}{3}\times\int_0^1 t^{\frac{3}{2}}(1-t)^{n-2}\,dt$

이를 계속 반복하면

$p_n = n(n-1)\cdots 1\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}\times\cdots\frac{2}{2n-1}\times\int_0^1 t^{\frac{2n-1}{2}}\,dt$

$= n!\times\frac{2^n}{3\times5\times\cdots\times(2n+1)}$

$c_n = d_n p_n$ 이때

$\frac{n!}{(2n+1)!}\times n! = d_n\times\frac{2^n}{3\times5\times\cdots\times(2n+1)}\times n!$

$d_n = \frac{n!}{(2n+1)!}\times\frac{3\times5\times\cdots\times(2n+1)}{2^n}$

$= \frac{n!}{2\times4\times\cdots\times2n}\times\frac{1}{2^n}$

$= \frac{n!}{2^n\times n!}\times\frac{1}{2^n} = \frac{1}{4^n}$

자연계열(약학부)

숙명여자대학교 2026학년도 숙명여자대학교 모의논술 자연계열 답안지

[문항 3]

※ 반드시 [문항 3]의 답안을 작성하시기 바랍니다.

3-1.

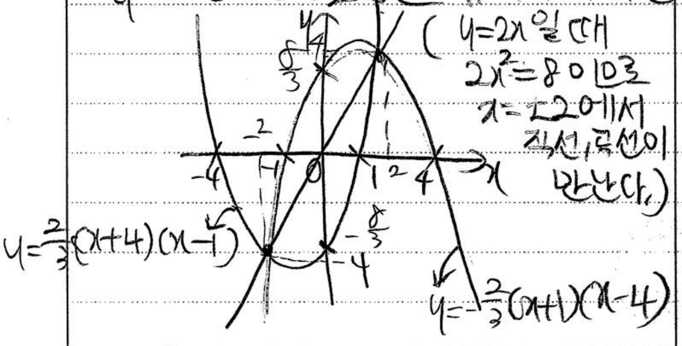
$y \ge 2x \rightarrow 3y = -2x^2+6x+8$ 이므로

$y = -\frac{2}{3}(x+1)(x-4)$

$y < 2x \rightarrow 3y = 2x^2+6x-8$ 이므로

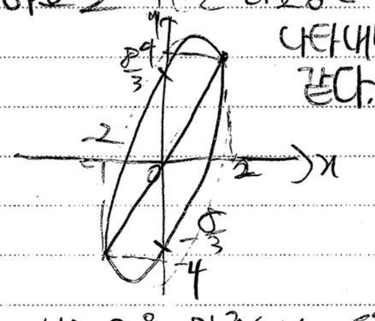
$y = \frac{2}{3}(x-1)(x+4)$

$y = -\frac{2}{3}(x+1)(x-4)$, $y=\frac{2}{3}(x-1)(x+4)$, $y=2x$를 좌표평면 위에 나타내면



($y=2x$일 때 $2x^2=8$ 이므로 $x=\pm 2$에서 직선, 곡선이 만난다.)

$y=-\frac{2}{3}(x+1)(x-4)$는 $y \ge 2x$ 범위, $y=\frac{2}{3}(x+4)(x-1)$은 $y<2x$ 범위에서 성립하므로 곡선을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



3-2. $y \ge 0$을 만족하는 도형의 넓이는 곡선 안의 면적$\times\frac{1}{2}$ 이다.
(원점 대칭인 도형이므로)
그런데 $y=-\frac{2}{3}(x+1)(x-4)$와 $y=2x$로 둘러싸인 도형의 넓이도 곡선 안의 면적$\times\frac{1}{2}$ 이므로 이것을 구하면 된다.

$$\int_{-2}^{2}\left\{-\frac{2}{3}(x+1)(x-4)-2x\right\}dx$$

$$=\int_{-2}^{2}\left\{-\frac{2}{3}x^2+\frac{8}{3}\right\}dx = \frac{64}{9}$$