계 열 문 항

<가>

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\quad \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

이다.

<나>

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$의 세 근을 α, β, γ라 하면

$$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$$

이다. 우변을 전개하여 정리하면 다음과 같다.

$$ax^3+bx^2+cx+d=ax^3-a(\alpha+\beta+\gamma)x^2+a(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-a\alpha\beta\gamma$$

$a\neq 0$이므로 양변을 a로 나누면

$$x^3+\frac{b}{a}x^2+\frac{c}{a}x+\frac{d}{a}=x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma$$

이고 이 등식은 x에 관한 항등식이므로 양변에 있는 동류항의 계수를 비교하면

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a},\quad \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a},\quad \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

이다. 이를 정리하면 다음과 같은 삼차방정식의 근과 계수의 관계를 알 수 있다.

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$의 세 근을 α, β, γ라 하면

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a},\quad \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a},\quad \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

이다.

제시문 <가>와 <나>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

1-1. 점 (a,b)가 원점을 중심으로 하고 반지름이 2인 원 위의 점일 때 $a+b$의 값의 범위를 구하시오.

1-2. x에 대한 삼차방정식 $x^3-(2+\sqrt{2})tx^2+(1+2\sqrt{2})t^2x-\sqrt{2}=0$의 세 실근을 α,β,γ라고 하자. 점 (α,β)가 원점을 중심으로 하고 반지름이 $\gamma>0$인 원 위의 점이 되게 하는 양의 실수 t를 구하시오.

계 열 문 항

<다>
두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때, 함수 $f(x)g(x)$를 x에 대하여 미분하면
$$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
이다. 그리고 구간 $[a, b]$에서 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 도함수가 연속이면
$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = \Big[f(x)g(x) \Big]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$
이다.

<라>
닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$의 도함수 $g'(t)$가 $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$일 때 α, β를 포함하는 구간에서 연속이면
$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$$
이다.

제시문을 <다>와 <라>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

수열 $\{a_n\}$과 $\{p_n\}$은 다음과 같이 주어져 있다.
$$a_n = \int_0^1 x^n(1-x)^n dx, \qquad p_n = \int_0^1 (1-y^2)^n dy$$

2-1. $\int_0^1 x^n(1-x)^n dx = b_n \int_0^1 x^{n+1}(1-x)^{n-1}dx$를 만족시키는 b_n을 구하고 $a_n = c_n n!$을 만족시키는 c_n을 구하시오.

2-2. 치환적분법을 이용하여 $a_n = d_n p_n$을 만족하는 d_n을 구하시오.

계 열 문 항

<마>
절댓값을 포함한 함수의 그래프는 다음과 같이 절댓값을 포함하지 않는 함수로 나타낼 수 있다.

$$y = |x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$$

<바>
두 함수 $f(x), g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$를 포함하는 열린구간에서 $f(x) \geq g(x)$이고 연속이다. 두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 및 두 직선 $x = a, x = b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S = \int_a^b \{f(x) - g(x)\}\, dx$$

제시문 <마>와 <바>를 읽고 다음 문제에 답하시오.

좌표평면에 다음 곡선

$$3|y - 2x| + 2x^2 = 8$$

이 주어져 있다.

3-1. 위 곡선을 좌표평면에 그리시오.

3-2. 위 곡선으로 둘러싸인 영역 중 $y \geq 0$을 만족하는 도형의 넓이를 구하시오.