자연계열(약학부제외)

숙명여자대학교 2026학년도 숙명여자대학교 모의논술 자연계열 답안지

[문항 1]

※ 반드시 [문항 1]의 답안을 작성하시기 바랍니다.

[1-1]

점 (a,b)와 원점을 지나는 직선이
x축과 양의방향과 이루는 각을 θ라하면
(a,b)의 좌표는 $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$라고
할 수 있다.

따라서 $a+b=2\cos\theta+2\sin\theta$

$f(\theta)=2\cos\theta+2\sin\theta$ $(0\le\theta\le 2\pi)$라고
하면, $f'(\theta)=2(\cos\theta-\sin\theta)$

θ	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{4}$	$\cdots$	$\frac{5}{4}\pi$	$\cdots$	2π
$f'(\theta)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(\theta)$	2	$\nearrow$	$2\sqrt{2}$	$\searrow$	$-2\sqrt{2}$	$\nearrow$	2

증감표에 의해 $-2\sqrt{2}\le f(\theta)\le 2\sqrt{2}$

즉, $-2\sqrt{2}\le a+b\le 2\sqrt{2}$ 이다.

[1-2]

(α,β)는 $x^2+y^2=r^2$ $(r>0)$ 위의 점이므로
$\alpha^2+\beta^2=r^2$ 이다. (1)

제시문 <나>에 의해

$\alpha+\beta+r=(2+\sqrt{2})t$ —(2)

$\alpha\beta+\beta r+r\alpha=(1+2\sqrt{2})t^2$ —(3)

$\alpha\beta r=\sqrt{2}$ —(4)

$\alpha^2+\beta^2+r^2=(\alpha+\beta+r)^2-2(\alpha\beta+\beta r+r\alpha)$

(1), (2), (3) 에 의해

$2r^2=\{(2+\sqrt{2})t\}^2-2(1+2\sqrt{2})t^2$

$=4t^2$

$r>0$, $t>0$ 이므로 $\therefore r=\sqrt{2}t$

따라서 $\alpha+\beta=2t$ (∵ (2))

$\alpha\beta=\frac{1}{t}$ (∵ (3))

두식을 연립하면,

$\alpha(2t-\alpha)=\frac{1}{t}$

$t\alpha^2-2t^2\alpha+1=0$

$\therefore \alpha=\frac{t^2\pm\sqrt{t^4-t}}{t}$

$\alpha=t+\frac{\sqrt{t^4-t}}{t}$ 인 경우 $\beta=t-\frac{\sqrt{t^4-t}}{t}$

$\alpha=t-\frac{\sqrt{t^4-t}}{t}$ 인 경우 $\beta=t+\frac{\sqrt{t^4-t}}{t}$

두 경우 모두 $\alpha^2+\beta^2=2t^2+\frac{2(t^4-t)}{t^2}$ 로 동일.

(1)에 의해 $2t^2+\frac{2(t^4-t)}{t^2}=2t^2$

$\frac{2(t^4-t)}{t^2}=0$, $t^4-t=0$ (∵ $t>0$)

$t(t-1)(t^2+t+1)=0$

$\therefore$ 양의실수 t는 1이다.

[문항 2]

※ 반드시 [문항 2]의 답안을 작성하시기 바랍니다.

[2-1]

제시문 <라>에 의해

$a+b-x=t$ 라 하면

$\frac{dx}{dt}=-1$, $x=a$일때 $t=b$, $x=b$일때 $t=a$ 이므로

$\int_a^b f(a+b-x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt$

따라서, $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(a+b-x)\,dx$ 가 성립한다.

[2-2]

$f(x) = \dfrac{\sqrt{\ln(x+25)}}{\sqrt{\ln(x+25)}+\sqrt{\ln(27-x)}}$ 라 하자.

[2-1]에 의해

$a=-24$, $b=26$이라 하면

닫힌구간 $[-24, 26]$에서 $f(x)$는 연속이므로

$\int_{-24}^{26} f(x)\,dx = \int_{-24}^{26} f(2-x)\,dx$ 가 성립한다.

$f(x)$ 식을 대입하면

$$\int_{-24}^{26} \frac{\sqrt{\ln(x+25)}}{\sqrt{\ln(x+25)}+\sqrt{\ln(27-x)}}\,dx$$

$$= \int_{-24}^{26} \frac{\sqrt{\ln(27-x)}}{\sqrt{\ln(27-x)}+\sqrt{\ln(x+25)}}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-24}^{26} \frac{\sqrt{\ln(x+25)}+\sqrt{\ln(27-x)}}{\sqrt{\ln(x+25)}+\sqrt{\ln(27-x)}}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-24}^{26} 1\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[x\right]_{-24}^{26}$$

$$= \frac{1}{2}\times(26+24)$$

$$= \underline{25}$$

따라서, 구하고자 하는 적분값은 25이다.

자연계열(약학부제외)

숙명여자대학교 2026학년도 숙명여자대학교 모의논술 자연계열 답안지

[문항 3]

※ 반드시 [문항 3]의 답안을 작성하시기 바랍니다.

<table>
<tr>
<td>

[3-1]

$f(x)=x^3-5x^2+x+8$ 이라 하고

접점을 $(t, f(t))$라 하면 제시문 <라>에 의해

접선의 방정식은 $y-f(t)=f'(t)(x-t)$ 이다.

$f(t)=t^3-5t^2+t+8$

$f'(t)=3t^2-10t+1$ 을 대입하면

$y=(3t^2-10t+1)(x-t)+t^3-5t^2+t+8$

접선의 방정식이 $(-3,5)$를 지나므로

$5=(3t^2-10t+1)(-3-t)+t^3-5t^2+t+8$

식을 전개하여 정리하자.

$2t^3+4t^2-30t=0$

$2t(t-3)(t+5)=0$

$\therefore t=-5, t=0, t=3$

$t=-5$일때 접점 $(-5,253)$ 기울기 126 이므로

접선의 방정식 $y=126x+883$

$t=0$ 일때 접점 $(0,8)$ 기울기 1 이므로

접선의 방정식 $y=x+8$

$t=3$ 일때 접점 $(3,-7)$ 기울기 -2 이므로

접선의 방정식 $y=-2x-1$

$\therefore y=126x+883$

$y=x+8$

$y=-2x-1$

</td>
<td>

[3-2]

$L_1: y=-2x-1$, $B(3,-7)$

$L_2: y=x+8$, $C(0,8)$

$L_3: y=126x+883$

도형의 면적은 $-3\le x\le 0$ 에서

선분 AC와 선분 AB로 둘러싸인 면적과

$0\le x\le 3$에서 $f(x)$와 선분 AB로

둘러싸인 넓이의 합과 같다.

$-3\le x\le 0$ 일때 $L_2\ge L_1$

$0\le x\le 3$ 일때 $f(x)\ge L_1$ 이므로

도형의 면적은

$\int_{-3}^{0}(L_2-L_1)\,dx+\int_0^3 (f(x)-L_1)\,dx$

$=\int_{-3}^{0}(x+8-(-2x-1))\,dx+$

$\int_0^3 (x^3-5x^2+x+8-(-2x-1))\,dx$

$=\int_{-3}^{0}(3x+9)\,dx+\int_0^3(x^3-5x^2+3x+9)\,dx$

$=\int_0^3 3x\,dx+\int_0^3(x^3-5x^2+3x+9)\,dx$

$=\int_0^3(x^3-5x^2+6x+9)\,dx$

$=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{5}{3}x^3+3x^2+9x\right]_0^3$

$=\frac{81}{4}-45+27+27$

$=\frac{117}{4}$

$\therefore \frac{117}{4}$

</td>
</tr>
</table>