2025학년도 모의논술

논술시험(수리 논술)

□ 답안작성 유의사항

가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다.)

나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.

다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.

라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.

마. 답안작성은 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·샤프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)

바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.

성균관대학교
SUNGKYUNKWAN UNIVERSITY

논술시험 (수리 논술)

[문제 1] 다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [문제 1-ⅰ] ~ [문제 1-ⅲ]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (30점)

<제시문 1>
첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = a+(n-1)d \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이고, 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

$$S_n = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

<제시문 2>
서로 다른 n개에서 r개를 택하는 조합의 수는 다음과 같다.

$$_n\mathrm{C}_r = \frac{_n\mathrm{P}_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \qquad (\text{단, } 0 \le r \le n)$$

<제시문 3>
양의 정수 n에 대하여, n개의 서로 다른 양의 정수로 이루어진 집합 $S=\{a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n\}$를 생각하자. (단, $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$이라고 가정하자.) 집합 S에서 서로 다른 두 개의 원소를 뽑아 더한 $_n\mathrm{C}_2$개의 수가 모두 다르고, 이 수들을 크기가 작은 것부터 나열했을 때 등차수열을 이룬다고 가정하자. 예를 들어, $n=3$일 때 집합 $S=\{1,\ 2,\ 3\}$이라고 하면, 등차수열 $3,\ 4,\ 5$를 얻을 수 있다.

[문제 1-ⅰ] <제시문 3>에서 $n=3$일 때, 집합 S로부터 얻은 등차수열의 합이 600이 되는 가능한 모든 집합 S의 개수를 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 1-ⅱ] <제시문 3>에서 $n=4$일 때, 집합 S로부터 얻은 등차수열의 합이 2025가 되는 가능한 모든 집합 S의 개수를 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 1-ⅲ] $n \ge 5$일 때, <제시문 3>의 조건을 만족하는 집합 S가 존재하지 않음을 보이고, 그 이유를 논하시오. (10점)

논술시험 (수리 논술)

[문제 2] 다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [문제 2-ⅰ] ~ [문제 2-ⅲ]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (30점)

<제시문 1>

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $D=b^2-4ac$라고 하면, (a, b, c는 실수)

(ⅰ) $D>0$: 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(ⅱ) $D=0$: 중근(서로 같은 두 실근)을 갖는다.

(ⅲ) $D<0$: 서로 다른 두 허근을 갖는다.

<제시문 2>

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

<제시문 3>

실수 $k(\neq \pm 1)$에 대하여 이차함수 $y=\left(\frac{1-k^2}{2}\right)x^2$과 직선 $y=kx+1$의 교점의 개수가 2일 때, 두 교점을 $\mathrm{P}_1(x_1, y_1)$과 $\mathrm{P}_2(x_2, y_2)$로 나타낸다 (단, $x_1<x_2$). 만약, 교점의 개수가 1이라면, $\mathrm{P}_1=\mathrm{P}_2$라고 하자 (즉, $x_1=x_2$).

[문제 2-ⅰ] <제시문 3>에서 교점의 개수가 2라고 가정하자. 두 점 P_1, P_2의 중점과 점 $\mathrm{Q}(2,0)$을 잇는 직선이 y축과 만나지 않는다고 할 때, 가능한 k의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2-ⅱ] <제시문 3>에서 교점의 개수가 2이고 $0<x_1<x_2$라 가정하자. 두 점 P_1, P_2의 중점과 점 $\mathrm{Q}(2, 0)$을 잇는 직선이 y축과 만날 때, 그 교점을 $\mathrm{R}(0, \mathrm{c})$라고 하자. y축 위의 점 중에서 교점 $\mathrm{R}(0, \mathrm{c})$이 될 수 없는 점들의 집합이 이루는 선분의 길이를 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2-ⅲ] <제시문 3>에서 교점의 개수가 1이고 $x_1=x_2<0$일 때, 직선 $y=kx+1$에 수직이고 점 P_1을 지나는 직선이 이차곡선 $y=\left(\frac{1-k^2}{2}\right)x^2$과 만나는 또 다른 한 점을 T라고 하자. 그리고, 점 T에서 이차곡선 $y=\left(\frac{1-k^2}{2}\right)x^2$에 그은 접선이 직선 $y=kx+1$과 만나는 교점을 B라 하자. 이차곡선 $y=\left(\frac{1-k^2}{2}\right)x^2$에 의해 삼각형 $\mathrm{P_1TB}$는 두 영역으로 나뉘게 되는데, 두 영역의 넓이의 비를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

논술시험 (수리 논술)

[문제 3] 다음 <제시문 1>과 <제시문 2>를 읽고 [문제 3-ⅰ] ~ [문제 3-ⅳ]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (40점)

<제시문 1>

좌표 평면 위에 세 점 A$(0,0)$, B$(2,0)$, C$(1,\sqrt{3})$을 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC가 있다. 1이상의 실수 a에 대하여 중심이 $\left(a, \frac{a^2}{\sqrt{3}}\right)$이고 반지름이 $\frac{2}{\sqrt{3}}$인 원 C_a와 정삼각형 ABC의 교점을 생각하자.

<제시문 2>

<제시문 1>의 원 C_a와 세 점 A, B, C, 1이상의 실수 a에 대하여 함수 $f_1(a)$, $f_2(a)$, $f_3(a)$를 각각 다음과 같이 정의하자.

(ⅰ) 원 C_a와 선분 AB의 교점의 개수를 $f_1(a)$라고 하자.

(ⅱ) 원 C_a와 선분 AC의 교점의 개수를 $f_2(a)$라고 하자.

(ⅲ) 원 C_a와 선분 BC의 교점의 개수를 $f_3(a)$라고 하자.

[문제 3-ⅰ] <제시문 2>에 주어진 함수 $f_1(a)$에 대하여, $f_1(a) \geq 1$이기 위한 a의 범위에 대하여 논하시오. (10점)

[문제 3-ⅱ] <제시문 2>에 주어진 함수 $f_1(a)$에 대하여, $f_1(a)=2$인 1보다 큰 a의 값들 중에서 가장 작은 값을 m이라고 두자. m을 근으로 하고 최고차항의 계수가 1이며 정수 계수를 갖는 삼차다항식을 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 3-ⅲ] <제시문 2>에 주어진 함수 $f_2(a)$에 대하여, $f_2(a) \geq 1$이기 위한 a의 범위에 대하여 논하시오. (10점)

[문제 3-ⅳ] <제시문 2>에 주어진 함수 $f_3(a)$에 대하여, $f_3(a) \geq 1$이기 위한 a의 범위를 [문제 3-ⅱ]에서 제시된 m을 이용하여 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

1398

성균관대학교

SUNG KYUN KWAN UNIVERSITY