

2024학년도 모의논술

# 논술시험(자연계)

## □ 답안작성 유의사항

- 가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다)
- 나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.
- 다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.
- 라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.
- 마. 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·샤프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)
- 바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.
- 사. 답안지 표지 상단에 본인의 인적사항(모집단위, 수험번호, 성명 등)을 기재하고, 감독위원의 확인을 받아야 합니다.

# 논술시험 (자연계)

[문제 1] 다음 <제시문 1>과 <제시문 2>를 읽고 [문제 1-i] ~ [문제 1-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (30점)

<제시문 1>

$0 \leq k < 1$ 일 때, 곡선  $y = x - x^2$  위의 점  $P(k, k - k^2)$ 에서 이 곡선에 접하는 접선을  $l$ 이라 하고, 직선  $l$ 이 곡선  $y = x^2 - x$ 와 제1사분면에서 만나는 점을  $Q(\alpha, \beta)$ 라고 하자.

<제시문 2>

곡선  $y = x - x^2$ , 선분 PQ, 직선  $x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $A(k)$ 라고 놓고, 곡선  $y = x^2 - x$ 와 직선  $l$ 로 둘러싸인 영역 중에서 직선  $x = 1$ 의 오른쪽에 있는 부분의 넓이를  $B(k)$ 라고 놓자.

[문제 1-i] <제시문 1>에서 주어진  $k$ 의 값이 0일 때, <제시문 2>에서 정의된  $A(0)$ 과  $B(0)$ 에 대하여, 이들의 비  $A(0):B(0)$ 이 어떻게 되는지 논하여라. (10점)

[문제 1-ii] <제시문 2>의 함수  $B(k)$ 를  $k$ 와  $\alpha$ 에 대한 다항식의 형태로 나타내어라. (10점)

[문제 1-iii] <제시문 2>의 함수  $B(k)$ 와 2보다 크거나 같은 정수  $n$ 에 대하여,  $B\left(\frac{1}{n}\right)$ 의 값이

$C + D\sqrt{n^2 - 2n + 2}$  ( $C$ 와  $D$ 는 유리수) 형태로 표시됨을 보이고,  $D$ 는 항상 양수가 됨을 논하여라. (10점)

## 논술시험 (자연계)

[문제 2] 다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [문제 2-i] ~ [문제 2-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (35점)

**<제시문 1>**

두 함수  $f(x), g(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선  $y=f(x), y=g(x)$  및 두 직선  $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이  $S$ 는 다음과 같다.

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

**<제시문 2>**

첫째항이  $a$ , 공비가  $r$ 인 등비수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 은 다음과 같다.

$$S_n = \begin{cases} \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} & (r \neq 1 \text{ 일 때}) \\ na & (r = 1 \text{ 일 때}) \end{cases}$$

**<제시문 3>**

양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다. (단,  $A, B$ 는 상수이고,  $A > 1$ 이다.)

- 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여  $f(Ax) = Af(x)$ 이 성립한다.
- 닫힌 구간  $[1, A]$ 에서  $f(x) = B - \frac{2B}{A-1} \left| x - \frac{A+1}{2} \right|$ 이다.

[문제 2-i] <제시문 3>의 함수  $f(x)$ 에 대하여,  $A=3$ 이고  $B=1$ 일 때, 정적분  $\int_{\frac{2}{3}}^9 f(x) dx$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하여라. (10점)

[문제 2-ii] 삼차함수  $g(x) = x^3 - 9x^2 + 18x$ 와 <제시문3>의 함수  $f(x)$ 에 대하여  $A=2$ 이고  $B=\frac{1}{2}$ 일 때, 합성함수  $(g \circ f)(x)$ 가  $x=a$ 에서 극솟값을 가진다고 한다.  $1 \leq a \leq 100$ 일 때 가능한  $a$ 값의 개수를 구하고 그 이유를 논하여라. (10점)

[문제 2-iii] <제시문 3>의 함수  $f(x)$ 에 대하여, 수열  $a_1, a_2, a_3, \dots$ 을  $a_n = \int_{A^{n-1}}^{A^n} f(x) dx$ 로 정의하자. 수열의 각 항  $a_n$ 에 대해  $\log_3 a_n$ 의 값이 모두 정수이고 다음의 두 조건

- $\sum_{n=1}^6 \log_3 a_n = 117$
- $37 < \log_3 \left( \sum_{n=1}^6 a_n \right) < 38$

을 만족할 때, 가능한 순서쌍  $(A, B)$ 를 모두 구하고 그 이유를 논하여라. (15점)

## 논술시험 (자연계)

[문제 3] 다음 <제시문 1>과 <제시문 2>를 읽고 [문제 3-i] ~ [문제 3-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (35점)

<제시문 1>

모든 자연수  $n$ 에 대하여,  $a_n$ 을  $\frac{54484}{333333}$ 의 소수점  $n$ 번째 자리의 수로 정의하고, 양의 정수 집합에서 정의되는 함수  $f(n)$ 을  $f(n) = a_n - a_{n+4}$ 로 정의하자.

<제시문 2>

함수  $g(x)$ 를  $g(x) = x - x^2$ 으로 정의하고, 1보다 크거나 같은 실수  $x$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$h(x) = \begin{cases} f(1)g(x-1), & 1 \leq x < 2 \\ f(2)g(x-2), & 2 \leq x < 3 \\ f(3)g(x-3), & 3 \leq x < 4 \\ f(4)g(x-4), & 4 \leq x < 5 \\ f(5)g(x-5), & 5 \leq x < 6 \\ f(6)g(x-6), & 6 \leq x < 7 \\ h(x-6), & 7 \leq x \end{cases}$$

[문제 3-i]  $1 \leq n \leq 20$ 에 대하여, <제시문 1>의 수열  $a_n$ 의 값과  $f(n)$ 의 값을 표로 나타내고, <제시문 2>의 함수  $h(x)$ 의 그래프의 개형에 대하여 논하여라. (10점)

[문제 3-ii] 구간  $1 < x < 100$ 에서 <제시문 2>의 함수  $h(x)$ 의 미분불가능한 점의 개수에 대하여 논하여라. (10점)

[문제 3-iii] <제시문 2>의 함수  $h(x)$ 에 대하여,  $\int_1^{100} h(x)dx$ 의 값에 대하여 논하여라. (15점)