

# 논술시험(수리형)

## □ 답안작성 유의사항

- 가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다.)
- 나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.
- 다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.
- 라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.
- 마. 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·샤프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)
- 바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.
- 사. 답안지 전면 상단에 본인의 인적사항(모집단위, 수험번호, 성명 등)을 기재하고, 감독위원의 확인을 받아야 합니다.



**논술시험 (수리형)**

**[문제 1]**

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제 1-i] ~ [문제 1-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (30점)

**<제시문1>**

자연수의 거듭제곱의 합은 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

**<제시문2>**

첫째항이  $a$ , 공차가  $d$ 인 등차수열의 제  $n$ 항을  $l$ 이라 하고, 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하면

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{n(2a+(n-1)d)}{2}$$

이다.

**<제시문3>**

서로 다른 실수로 이루어진 집합  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ 에 대해  $S(A)$ 를 집합  $A$ 의 모든 원소들의 합으로 정의하자.

$$S(A) = a_1 + a_2 + \dots + a_k$$

예를 들어, 소수  $p$ 에 대해 집합  $A$ 를  $A = \{1, p\}$ , 즉  $p$ 의 약수들의 집합이라 할 때,  $S(A) = p+1$ 이다.

**[문제 1-i]** <제시문3>에서 집합  $A$ 를, 자연수  $2^{2025}$ 의 약수에  $\log_2$ 를 취한 값들의 집합이라 하자. 이때,  $S(A)$ 의 값을 소인수분해하고 그 이유를 논하시오. (10점)

**[문제 1-ii]** <제시문3>에서 집합  $A$ 를, 자연수  $10^{2025}$ 의 약수에  $\log_{10}$ 을 취한 값들의 집합이라 하자. 이때  $S(A)$ 의 값이 자연수임을 보인 뒤, 그 수를 소인수분해하고 그 이유를 논하시오. (10점)

**[문제 1-iii]** <제시문3>에서 집합  $A$ 를, 자연수  $10^{2025}$ 의 약수에  $\log_{10}$ 을 취한 다음, 약수가 짝수이면  $+1$ 을 곱하고 홀수이면  $-1$ 을 곱한 값들의 집합이라 하자. 이때  $S(A) - 2025 \cdot 2026 \cdot \log_{10} 2$ 의 값이 자연수임을 보이고, 그 수를 소인수분해한 뒤 그 이유를 논하시오. (10점)

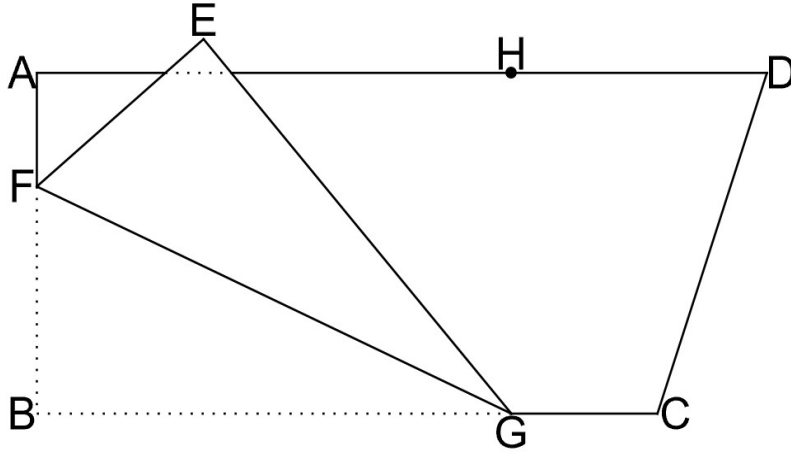
**논술시험 (수리형)**

[문제 2]

다음 <제시문>을 읽고 [문제 2-i] ~ [문제 2-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (35점)

<제시문>

좌표평면 위에 네 점  $A(0, 0)$ ,  $B(0, -9)$ ,  $C(17, -9)$ ,  $D(20, 0)$ 을 꼭짓점으로 갖는 사각형 모양의 종이를 생각하자.  $0 < a \leq 9$ 이고  $0 < b \leq 17$ 인 두 양수  $a$ 와  $b$ 에 대하여, 선분  $AB$ 에 놓인 한 점을  $F(0, a-9)$ , 선분  $BC$ 에 놓인 한 점을  $G(b, -9)$ , 선분  $AD$ 에 놓인 한 점을  $H(b, 0)$ 이라 하자. 이때 선분  $FG$ 를 접는 선으로 하여 종이를 안쪽으로 접어서 점  $B$ 를 이동시킬 때, 점  $B$ 가 이동한 점을 점  $E$ 라고 하자.  $a=6$ ,  $b=13$ 일 때, 제시된 상황을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



[문제 2-i] <제시문>에 주어진 점  $A, B, D, E, F, G, H$ 와 두 실수  $a, b$ 에 대하여, 점  $E$ 가 선분  $AD$  위의 점이라고 하자. 이때, 사각형  $ABGH$ 의 넓이를 네 삼각형 (삼각형  $AFE$ , 삼각형  $EGH$ , 삼각형  $FBG$ , 삼각형  $EFG$ )의 넓이의 합으로 표현한 후, 이를 이용하여  $b$ 를  $a$ 에 대한 식으로 나타내고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2-ii] <제시문>에 주어진 점  $A, D, E, F$ 에 대하여, 점  $E$ 가 선분  $AD$  위의 점일 때, 삼각형  $AEF$ 의 넓이의 최댓값을 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2-iii] <제시문>에 주어진 실수  $a$ 에 대하여,  $\theta$ 를  $\tan \theta = \frac{17}{a}$ 인 예각으로 놓자. 또한 <제시문>에 주어진 점  $B, C, E, F, G$ 에 대하여, 점  $F$ 를 고정하고, 점  $G$ 가 점  $(\frac{a}{\sqrt{3}}, -9)$ 를 출발하여 선분  $BC$ 를 따라 점  $C$ 까지 움직인다고 하자, 이때 점  $E$ 가 그리는 곡선의 길이를  $\theta$ 에 관한 식으로 표현하고, 그 이유를 논하시오. (15점)

**논술시험 (수리형)**

**[문제 3]**

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제 3 - i] ~ [문제 3 -iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (35점)

**<제시문1>**

좌표평면 위의 두 점  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ 를 이은 선분 AB를  $m:n$  ( $m>0, n>0$ )으로 내분하는 점 M의 좌표는 다음과 같다.

$$\left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

**<제시문2>**

두 함수  $f(x), g(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선  $y=f(x), y=g(x)$  및 두 직선  $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이  $S$ 는 다음과 같다.

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

**<제시문3>**

이차함수  $y=x^2$  위의 두 점  $P_1(x_1, y_1)$ 과  $P_2(x_2, y_2)$ 를 잇는 선분  $P_1P_2$ 를 생각하고, 이 선분을  $m:n$ 으로 내분하는 점을 M이라 하자. (단,  $x_1 < x_2$ )

**[문제 3 - i]** <제시문3>에서  $m=1, n=2$ 이고  $\overline{P_1P_2} = 3\sqrt{6}$  라고 하자. 점 M이  $y$ 축 위의 점일 때, 선분  $P_1P_2$ 와 이차함수  $y=x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

**[문제 3 - ii]** <제시문3>에서 점 M의 좌표가  $(1, 2)$ 라고 하자. 직선  $P_1P_2$ 의 기울기  $k$ 가  $0 \leq k \leq \frac{1}{2}$ 을 만족할 때,  $\frac{n}{m}$ 이 가질 수 있는 값의 범위를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

**[문제 3 -iii]** <제시문3>에서  $x_2 - x_1 = 1$ 이고  $-\frac{1}{2} \leq x_1 \leq 1$ 일 때, 선분  $P_1P_2$  위의 점들로 이루어진 도형의 넓이를 구하고, 그 이유를 논하시오. (15점)





