[문항카드 6 - 논술(KU논술우수자)_자연]

[건국대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	KU논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계 / 문제 1, 2, 3, 4	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	미분, 적분, 곡선 사이의 넓이, 삼각함수, 코사인법칙, 이면각
예상 소요 시간	100분	

2. 문항 및 제시문

제시문 1

(가) 두 각 α, β의 삼각함수를 이용하여 $\alpha+\beta$, $\alpha-\beta$의 코사인함수를 나타내면 다음과 같고, 이를 코사인함수의 덧셈정리라고 한다.

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

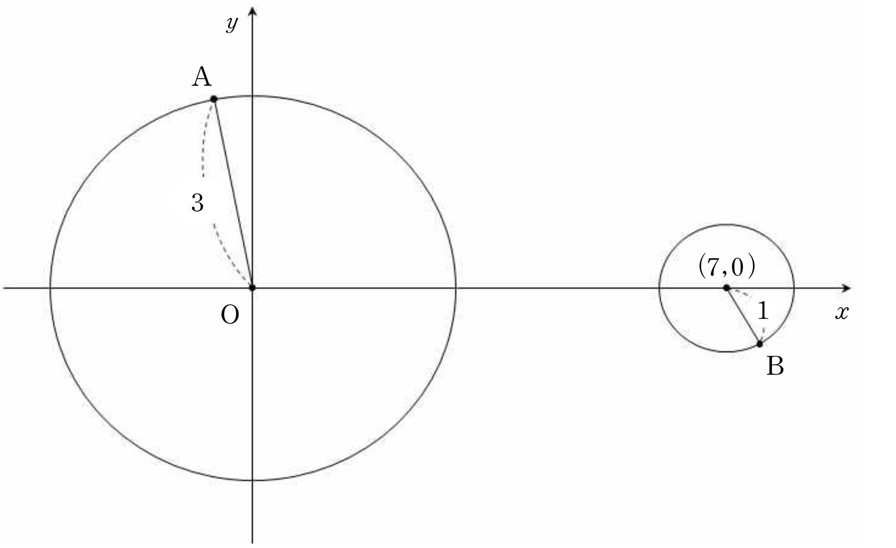
(나) 좌표평면 위에서 점 A는 중심이 원점 O이고 반지름이 3인 원 C를 따라 움직이고, 점 B는 중심이 $(7,0)$이고 반지름이 1인 원을 따라 움직인다. 점 A의 시각 t에서의 위치 (x,y)가

$$x=3\cos t,\ y=3\sin t$$

이고, 점 B의 시각 t에서의 위치 (x,y)가

$$x=7+\cos 3t,\ y=\sin 3t$$

이다.



[문제 1] (20점)

(나)에서 $t=0$부터 $t=2\pi$까지 점 A와 B가 움직이는 동안 선분 AB와 원 C가 서로 다른 두 점에서 만나는 t의 범위를 구하고 풀이과정을 쓰시오.

제시문 2

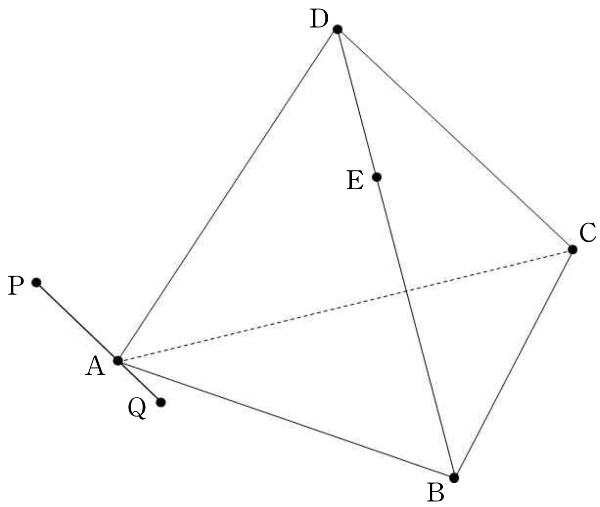
(가) 두 반평면 α, β의 교선을 l이라고 할 때, 두 반평면 α, β로 이루어진 도형을 이면각이라고 한다. 또 직선 l을 이면각의 변, 두 반평면 α, β를 각각 이면각의 면이라고 한다.

직선 l 위의 한 점 O를 지나고 l에 수직인 두 반직선 OA, OB를

두 반평면 α, β 위에 각각 그을 때, $\angle$AOB의 크기는 점 O의 위치에 관계없이 일정하다.

이 각의 크기를 이면각의 크기라고 한다. 서로 다른 두 평면이 만나서 생기는 이면각 중에서 그 크기가 크지 않은 쪽의 각을 두 평면이 이루는 각이라고 한다.

(나) 그림에서 사면체 ABCD는 한 모서리의 길이가 6인 정사면체이고, 점 E는 모서리 BD 위에 있는 점으로 $\overline{\mathrm{DE}} = 2$이다. 일정한 길이를 가지는 선분 PQ는 평면 ABC 위에 있으며 점 A를 지난다.



[문제 2] (23점)

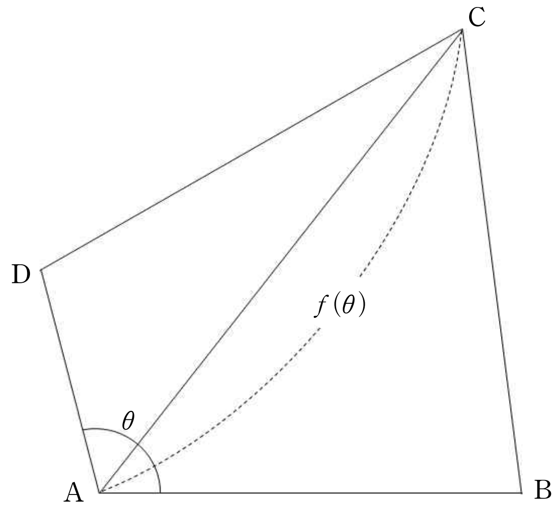
(나)에서 사면체 DEPQ의 부피가 최대일 때, 평면 EPQ와 평면 ABC가 이루는 각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta$의 값을 구하고 풀이과정을 쓰시오.

제시문 3

(가) 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$ 의 도함수는

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx} \quad \text{또는} \quad \{f(g(x))\}'=f'(g(x))g'(x)$$

(나) 그림에서 사각형 ABCD 의 각 변의 길이가 각각
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{BC}}=2$, $\overline{\mathrm{CD}}=2$, $\overline{\mathrm{DA}}=1$이다. $\angle\mathrm{BAD}$의 크기가 θ일 때
대각선 AC 의 길이는 θ 의 함수 $f(\theta)$이다.



[문제 3] (27점)

(나)에서 미분계수 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$를 구하고 풀이과정을 쓰시오.

제시문 4

(가) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(x) \geq 0$일 때,

곡선 $y = f(x)$와 x축 및 두 직선 $x = a$, $x = b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

(나) [그림 1], [그림 2]와 같이 좌표평면 위에 곡선 $y = x^2\ (x \geq 0)$과 점 $\mathrm{P}(0,10)$이 있다.
점 A와 B는 곡선 위에 있고 $\angle \mathrm{OPA} = \theta$이다.

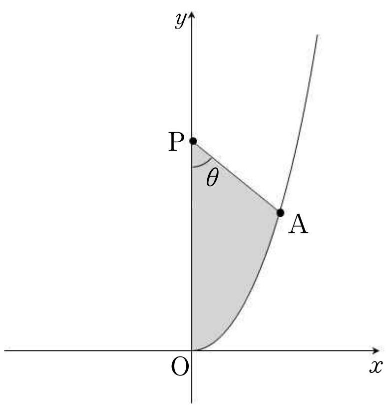
[그림 1]에서 곡선과 선분 OP, 선분 PA로 둘러싸인 도형의 넓이가 $f(\theta)$이다.

(단, O는 원점이고 $0 < \theta < \pi$이다.)

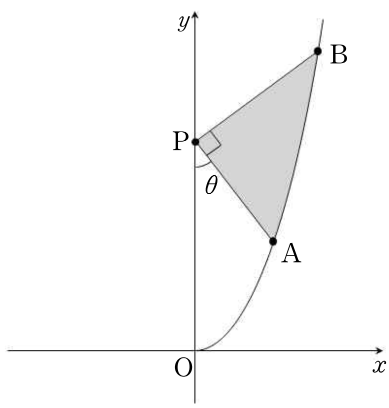
[그림 2]에서 $\angle \mathrm{APB} = \dfrac{\pi}{2}$이고 곡선과 선분 PA, 선분 PB로 둘러싸인 도형의 넓이가 $g(\theta)$이다.

$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ 일 때, 두 함수 $f(\theta)$와 $g(\theta)$ 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$g(\theta) = f\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) - f(\theta)$$



[그림 1]



[그림 2]

[문제 4] (30점)

(1) (나)에서 점 A의 x좌표가 t일 때, $f'(\theta)$를 t의 식으로 표현하시오.

(2) (나)에서 $g'(\theta) = 0$ 일 때 점 A, B 의 x좌표를 각각 a, b라 하자.
이때 $a^2 + b^2$, ab, $g(\theta)$의 값을 모두 구하고 풀이과정을 쓰시오.